

Arkadiusz Barczak¹

Politechnika Poznańska, Instytut Silników Spalinowych i Transportu

Niepewność modelu oraz danych w procesie konstruowania syntetycznych wskaźników

1. WPROWADZENIE

Stosowanie syntetycznych wskaźników wspierających podejmowanie decyzji na wszystkich poziomach zarządzania (strategicznego, taktycznego oraz operacyjnego) staje się powszechne. Najczęściej stosowanym operatorem w procesie konstruowaniu syntetycznych wskaźników jest operator addytywny [2, 6]. Jego stosowanie jest jednak uwarunkowane założeniem niezależności składowych wskaźników podrzędnych, traktowanych jako zmienne losowe. Aby właściwie ocenić bezpieczeństwo, efektywność, jakość i niezawodność w transporcie konieczne jest uwzględnienie komplementarności poprzez wprowadzenie operatorów mnożenia i dzielenia wskaźników podrzędnych.

Celem artykułu jest określenie wpływu niepewności modelu (przyjęto 4 warianty modelu konstruowania syntetycznego wskaźnika: addytywny, addytywno-iloczynowy, addytywno-ilorazowy oraz ilorazowo-addytywny) oraz niepewności wielkości wejściowych (przyjęto dwa zestawy zmiennych losowych: 9 wielkości o rozkładzie normalnym oraz 9 wielkości o rozkładzie beta) na niepewność wielkości wyjściowej.

Przyjęto ilościową interpretację niepewności wielkości wyjściowej odnośnie tego, w jakim stopniu model zmienia typ rozkładu na wyjściu w porównaniu do typów rozkładów na wejściu – do oceny wykorzystano miary kurtozy oraz skośności. Przyjęto, że model addytywny jest modelem referencyjnym i oceniono niepewność modeli w przypadkach, gdy w modelu występują operatory mnożenia oraz dzielenia. Przeprowadzono badania symulacyjne, wykorzystując metodę *Monte Carlo* [7].

2. NIEPEWNOŚĆ W KONSTRUOWANIU SYNTETYCZNYCH WSKAŹNIKÓW

Problemy transportu to problemy generowane przez ludzi, dla ludzi. Działania człowieka związane z procesami przewidywania, decydowania, akceptowania, negocjowania, zaufania – są nieodłącznie związane z niepewnością. Niepewność jest pewnym typem relacji między aktorami (użytkownik, dostawca, prawodawca, decydent) o zróżnicowanych zasobach i poziomach danych, informacji i wiedzy, działającymi w otoczeniu definiowanym w wielu aspektach: socjalnych, ekonomicznych, technicznych oraz środowiska naturalnego.

Niepewność wpływa na większość podejmowanych przez człowieka decyzji, kształtuje sposób w jaki ludzie oddziałują na siebie wzajemnie, jest immanentną częścią fizycznych systemów i bezpośrednio warunkuje efektywność wytwarzanych pojazdów oraz oferowanych usług transportowych. Dwa podstawowe problemy związane z badaniem niepewności to ocena niepewności modelu oraz związane z tym zagadnienie propagacji niepewności wielkości wejściowych w niepewność wielkości wyjściowej. Niepewność modelowana jest z zastosowaniem [5] metod probabilistycznych, systemów rozmytych, teorii zbiorów losowych, teorii zbiorów przybliżonych.

Obecnie stosowanych jest wiele metodologii modelowania w zakresie zrównoważonego rozwoju transportu [6]. Ważnym krokiem w rozwoju tych metodologii było wprowadzenie modelu przyczynowo-skutkowego Pressure State Response (PSR) oraz jego rozszerzonej wersji w postaci modelu Driving-force Pressure State Impact Response (DPSIR) [3], w którym D (ang. *driving-force*) oznacza czynniki sprawcze badanego zjawiska, P (ang. *pressure*) oznacza presję na środowisko naturalne, S (ang. *state*) oznacza

¹ arkadiusz.barczak@put.poznan.pl

aktualny stan środowiska naturalnego i jego komponentów, I (ang. *impact*) definiuje wpływu na ludzkie zdrowie i stan ekosystemów, a R (ang. *response*) to reakcja ekosystemu na przeprowadzone działanie.

W dziedzinie transportu opracowano [3] 49 łańcuchów przyczynowo-skutkowych dotyczących takich zagadnień jak przykładowo:

- zanikanie stref ciszy (łańcuch numer 1),
- wpływ wypadków na zdrowie ludzi (łańcuch numer 6),
- bezpośredni wpływ zanieczyszczenia powietrza na stan zdrowia ludzi (łańcuch numer 11),
- wpływ zanieczyszczenia ziemi i zasobów wodnych na stan ekosystemu (łańcuch numer 23),
- bezpośredni wpływ odpadów transportowych (łańcuch numer 41),
- ryzyko pożaru (łańcuch numer 48).

Elementy każdego łańcucha przyczynowo-skutkowego opisane są za pomocą wskaźników, których, w zależności od elementu, może być od kilku do kilkudziesięciu. Ze względu na funkcje jakie pełnią wskaźniki, dużego znaczenia nabrało konstruowanie syntetycznych wskaźników.

Uogólnioną postać zależności dla wyznaczania syntetycznego wskaźnika przedstawiono w równaniu [1]:

$$SW = O_{SW}^I \left(sw_1^I, \dots, sw_j^I, \dots, sw_r^I \right) \quad (1)$$

gdzie:

SW – wyznaczany, syntetyczny wskaźnik,

O_{SW}^I – operator wyznaczania syntetycznego wskaźnika dla poziomu pierwszego,

sw_j^I – wskaźniki podrzędne dla poziomu pierwszego wyznaczane według zależności (2).

$$sw_j^I = O_{sw_j^I}^{II} \left(sw_{j1}^{II}, \dots, sw_{jk}^{II}, \dots, sw_{jp}^{II} \right) \quad (2)$$

gdzie:

$O_{sw_j^I}^{II}$ – operator wyznaczania syntetycznego wskaźnika dla poziomu drugiego,

sw_{jk}^{II} – wskaźniki podrzędne dla poziomu drugiego.

Najczęściej stosowanym operatorem w procesie konstruowaniu syntetycznych wskaźników zrównoważonego rozwoju transportu jest operator addytywny. Jego stosowanie jest jednak uwarunkowane założeniem niezależności składowych wskaźników podrzędnych, traktowanych jako zmienne losowe. Aby właściwie ocenić bezpieczeństwo, efektywność, jakość i niezawodność w transporcie konieczne jest uwzględnienie komplementarności poprzez wprowadzenie operatorów mnożenia i dzielenia wskaźników podrzędnych.

Interpretację uogólnionej postaci zależności (1), wyznaczania syntetycznego wskaźnika, jako funkcji wielu zmiennych losowych przedstawiono w równaniu (3):

$$Y = g(\mathbf{V}) \quad (3)$$

gdzie:

Y – zmienna losowa na wyjściu, odpowiadająca SW w równaniu (1),

G – funkcja odpowiadające operatorowi O_{SW}^I w równaniu (1),

\mathbf{V} – wielowymiarowa zmienna losowa na wejściu, odpowiadająca sw_j^I w równaniu (1).

Dystrybuanta dla zmiennej losowej Y opisana jest wzorem:

$$F_Y(y) = P[Y \leq y] = P[g(\mathbf{V}) \leq y] \quad (4)$$

a gęstość prawdopodobieństwa wyznaczana jest zależnością

$$f_Y(y) = \frac{d}{dy} F_Y(y) \quad (5)$$

Wyznaczanie funkcji gęstość prawdopodobieństwa $f_Y(y)$ dwóch zmiennych losowych V_1 oraz V_2 przedstawiono dla przykładu funkcji [4]:

$$Y = g(V_1, V_2) \quad (6)$$

dla której dystrybuanta ma postać:

$$F_Y(y) = P[g(V_1, V_2) \leq y] \quad (7)$$

Dla przypadku, gdy niepewność ma charakter addytywny

$$Y = g_a(V_1, V_2) = V_1 + V_2 \quad (8)$$

dystrybuanta ma postać:

$$F_Y(y) = \int_{v_1=-\infty}^{\infty} \int_{v_2=-\infty}^{y-v_1} f_{V_1 V_2}(v_1, v_2) dv_1 dv_2 \quad (9)$$

a gęstość prawdopodobieństwa:

$$f_Y(y) = \int_{v_1=-\infty}^{\infty} f_{V_1 V_2}(v_1, y-v_2) dv_1 \quad (10)$$

Dla przypadku, gdy zmienne V_1 oraz V_2 są niezależne, gęstość prawdopodobieństwa ma postać:

$$f_Y(y) = \int_{v_1=-\infty}^{\infty} f_{V_1}(v_1) f_{V_2}(z-v_1) dv_1 = f_{V_1}(z) * f_{V_2}(z) \quad (11)$$

Dla przypadku, gdy niepewność ma charakter iloczynowy

$$Y = g_b(V_1, V_2) = V_1 V_2 \quad (12)$$

gęstość prawdopodobieństwa ma postać:

$$f_Y(y) = \int_{v_1=0}^{\infty} \frac{1}{v_1} f_{V_1 V_2}\left(v_1, \frac{y}{v_1}\right) dv_1 \quad (13)$$

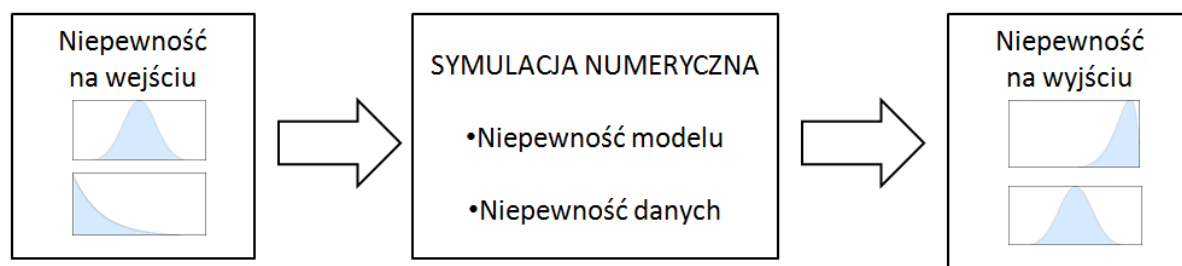
Dla przypadku, gdy niepewność ma charakter ilorazowy

$$Y = g_c(V_1, V_2) = \frac{V_1}{V_2} \quad (14)$$

gęstość prawdopodobieństwa ma postać:

$$f_Y(y) = \int_{v_2=-\infty}^{\infty} |v_2| f_{V_1 V_2}(yv_2, v_2) dv_2 \quad (15)$$

Wyznaczanie rozkładów prawdopodobieństwa funkcji wielu zmiennych losowych odbywa się z zastosowaniem procedur numerycznych, w szczególności z wykorzystaniem metod *Monte Carlo* [7]. Schemat blokowy realizacji eksperymentu numerycznego w zakresie badania niepewności modelu oraz niepewności danych w procesie konstruowania syntetycznych wskaźników przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat blokowy realizacji eksperymentu numerycznego w zakresie badania niepewności modelu oraz niepewności danych

Źródło: opracowanie własne.

Niepewność na wejściu reprezentowana jest poprzez wariantowe przyjęcie rozkładów losowych zmiennych wejściowych (wskaźniki podrzędne). Niepewność modelu reprezentowana jest poprzez wariantowe przyjęcie addytywnych i multiplikatywnych operatorów wyznaczania syntetycznego wskaźnika. Niepewność na wyjściu wyznaczana jest poprzez analizę rozkładu losowej zmiennej wyjściowej (wskaźnik syntetyczny).

3. SYMULACJA NUMERYCZNA

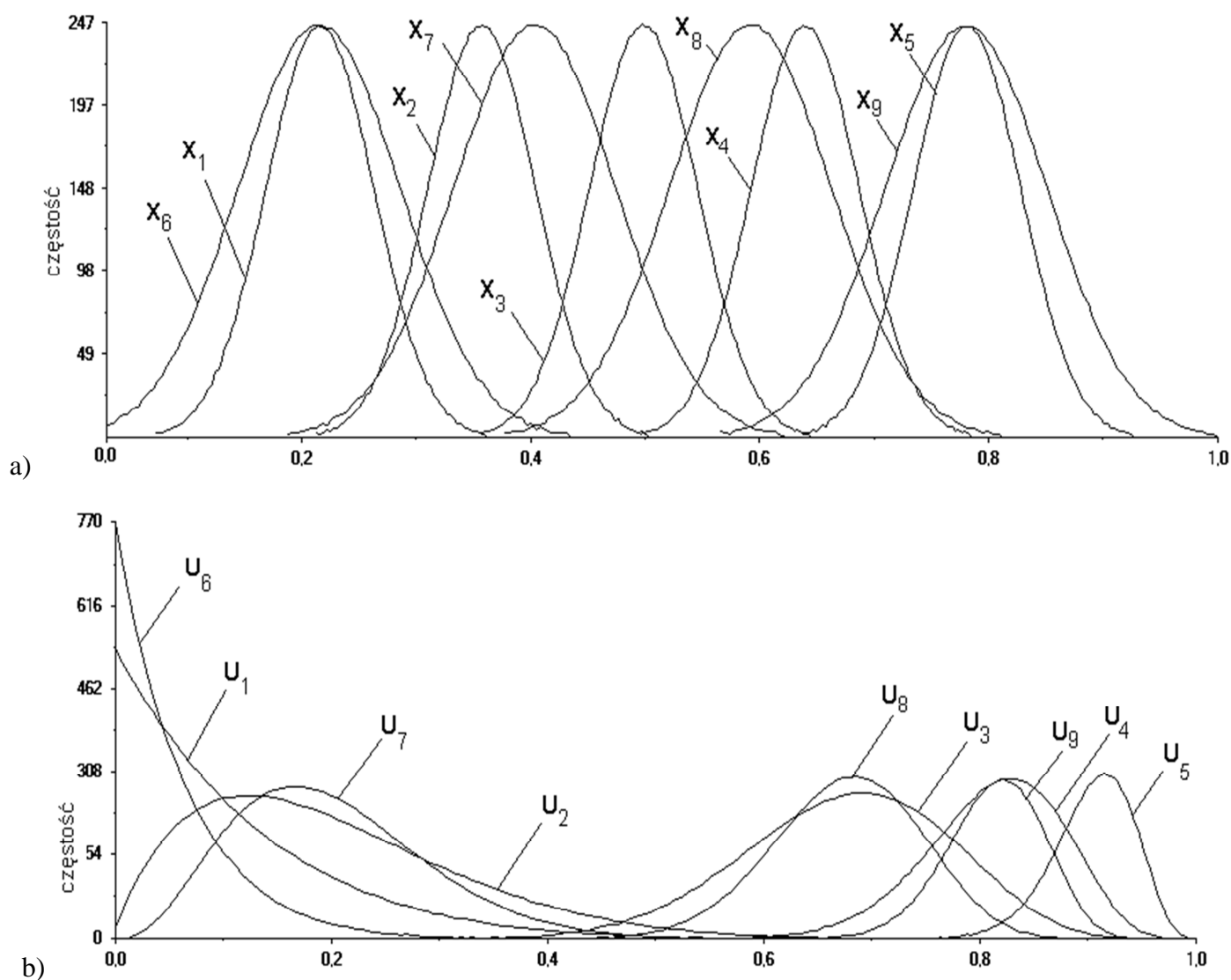
Celem przeprowadzonej symulacji numerycznej było badanie wpływu niepewności danych wejściowych oraz niepewności modelu na niepewność otrzymanego syntetycznego wskaźnika.

W procesie symulacji przyjęto cztery warianty modelu konstruowania syntetycznego wskaźnika, przykłady których przedstawiono w nawiasach:

- addytywny ($Z_1 = 0,2X_1 + 0,2X_2 + 0,2X_3 + 0,2X_4 + 0,2X_5$),
- addytywno-iloczynowy ($Z_3 = 0,4X_1X_2 + 0,2X_3 + 0,4X_4X_5$),
- addytywno-ilorazowy ($Z_5 = 0,4\frac{X_1}{X_2} + 0,4\frac{X_3}{X_4} + 0,2X_5$),
- ilorazowo-addytywny ($Z_9 = \frac{0,2X_1 + 0,2X_2 + 0,2X_3 + 0,2X_4 + 0,2X_5}{0,25X_6 + 0,25X_7 + 0,25X_8 + 0,25X_9}$).

Do badań niepewności przyjęto dwa zestawy wejściowych zmiennych losowych, z których pierwszy zawiera dziewięć zmiennych losowych o rozkładzie normalnym: $X_1 \sim N(0,2;0,05)$, $X_2 \sim N(0,35;0,05)$, $X_3 \sim N(0,5;0,05)$, $X_4 \sim N(0,65;0,05)$, $X_5 \sim N(0,8;0,05)$, $X_6 \sim N(0,2;0,075)$, $X_7 \sim N(0,4;0,075)$, $X_8 \sim N(0,6;0,075)$, $X_9 \sim N(0,8;0,075)$, a drugi zawiera dziewięć zmiennych losowych o rozkładzie beta: $U_1 \sim BT(1;8)$, $U_2 \sim BT(2;8)$, $U_3 \sim BT(16;8)$, $U_4 \sim BT(32;8)$, $U_5 \sim BT(64;8)$, $U_6 \sim BT(1;16)$, $U_7 \sim BT(4;16)$, $U_8 \sim BT(32;16)$, $U_9 \sim BT(64;16)$.

Do generowania wartości dla przyjętych rozkładów gęstości prawdopodobieństwa zastosowano metodę *Latin Hypercube* [7]. Histogramy wygenerowanych rozkładów, dla przyjętych zmiennych losowych wielkości wejściowych przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Histogramy wygenerowanych rozkładów zmiennych losowych dla zestawów: a) zmiennych losowych o rozkładzie normalnym $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9$, b) zmiennych losowych o rozkładzie beta $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6, U_7, U_8, U_9$

Źródło: opracowanie własne.

Symulację przeprowadzono z zastosowaniem programu SimLab [7].

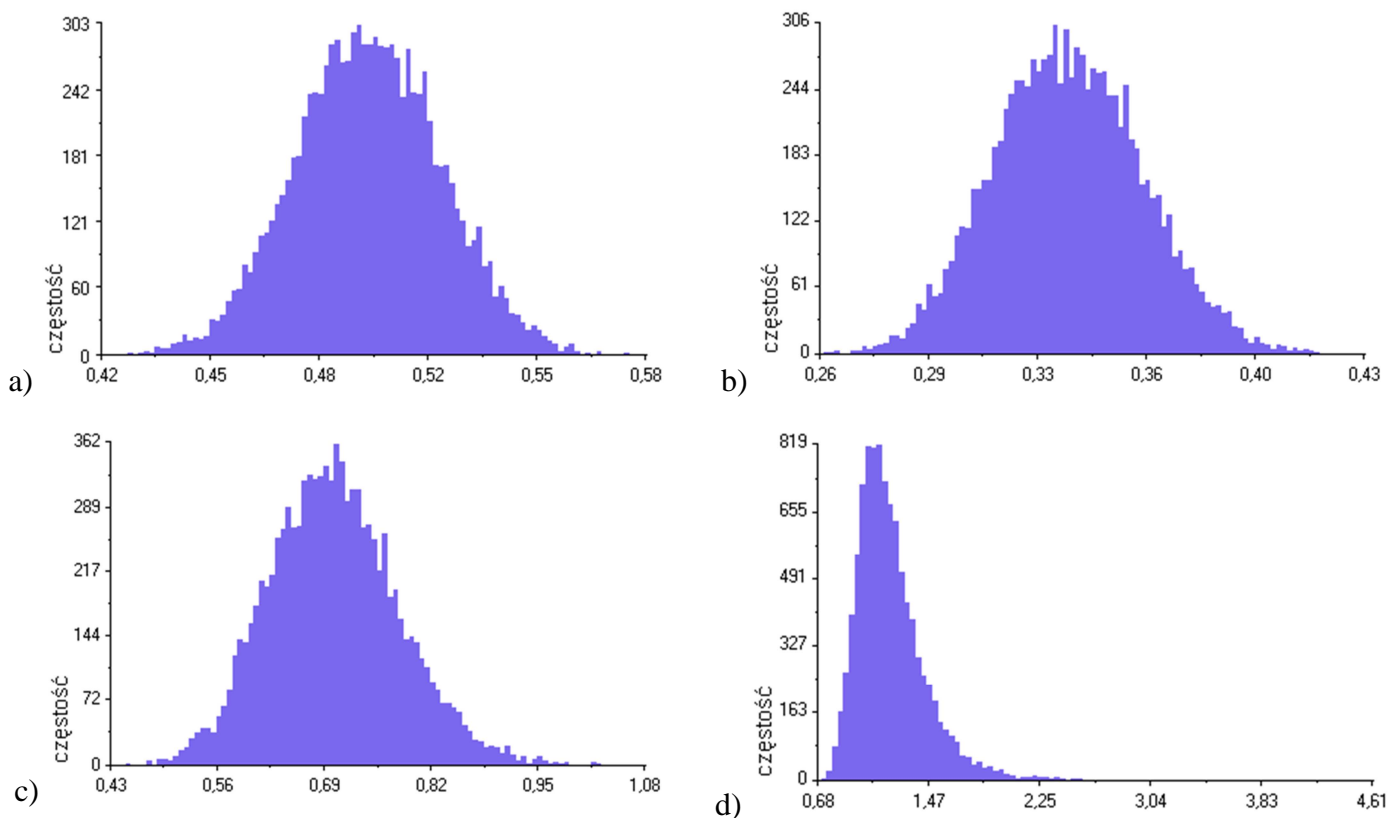
Wyniki symulacji dotyczące niepewności wielkości wyjściowej w postaci wartości średnich, wariancji, współczynnika skośności oraz współczynnika kurtozy, dla przyjętych modeli: addytywnego, addytywno-iloczynowego oraz addytywno-ilorazowego, przedstawiono w tabelicy 1 dla zmiennych wejściowych o rozkładzie normalnym, a w tabelicy 2 dla zmiennych wejściowych o rozkładzie beta.

Histogramy (wybrane) wielkości wyjściowej, przy przyjęciu zmiennych wejściowych o rozkładzie normalnym przedstawiono na rys. 3, a wielkości wyjściowej, przy przyjęciu zmiennych wejściowych o rozkładzie beta – na rys. 4.

Tablica 1. Formalizacja przyjętych modeli symulacyjnych (addytywny, addytywno-iloczynowe, addytywno-ilorazowe) oraz wyznaczone dla nich wartości charakterystyk niepewności wyjścia przy zmiennych wejściowych o rozkładzie normalnym.

	Charakterystyki niepewności wyjścia			
	Wartość średnia	Wariancja	Skośność	Kurtoza
$Z_1 = 0,2X_1 + 0,2X_2 + 0,2X_3 + 0,2X_4 + 0,2X_5$	0,500	4,83e-4	0,014	-0,066
$Z_2 = 0,4X_1X_2 + 0,4X_3X_4 + 0,2X_5$	0,317	4,24e-4	0,120	-0,051
$Z_3 = 0,4X_1X_2 + 0,2X_3 + 0,4X_4X_5$	0,335	5,74e-4	0,113	-0,067
$Z_4 = 0,2X_1 + 0,4X_2X_3 + 0,4X_4X_5$	0,318	6,54e-4	0,105	-0,033
$Z_5 = 0,4 \frac{X_1}{X_2} + 0,4 \frac{X_3}{X_4} + 0,2X_5$	0,703	6,26e-3	0,310	0,317
$Z_6 = 0,4 \frac{X_2}{X_1} + 0,4 \frac{X_3}{X_4} + 0,2X_5$	1,223	7,20e-2	2,202	10,753
$Z_7 = 0,4 \frac{X_1}{X_2} + 0,4 \frac{X_4}{X_3} + 0,2X_5$	0,918	9,25e-3	0,374	0,235
$Z_8 = 0,4 \frac{X_2}{X_1} + 0,4 \frac{X_4}{X_3} + 0,2X_5$	1,439	7,57e-2	2,149	10,474

Źródło: opracowanie własne.



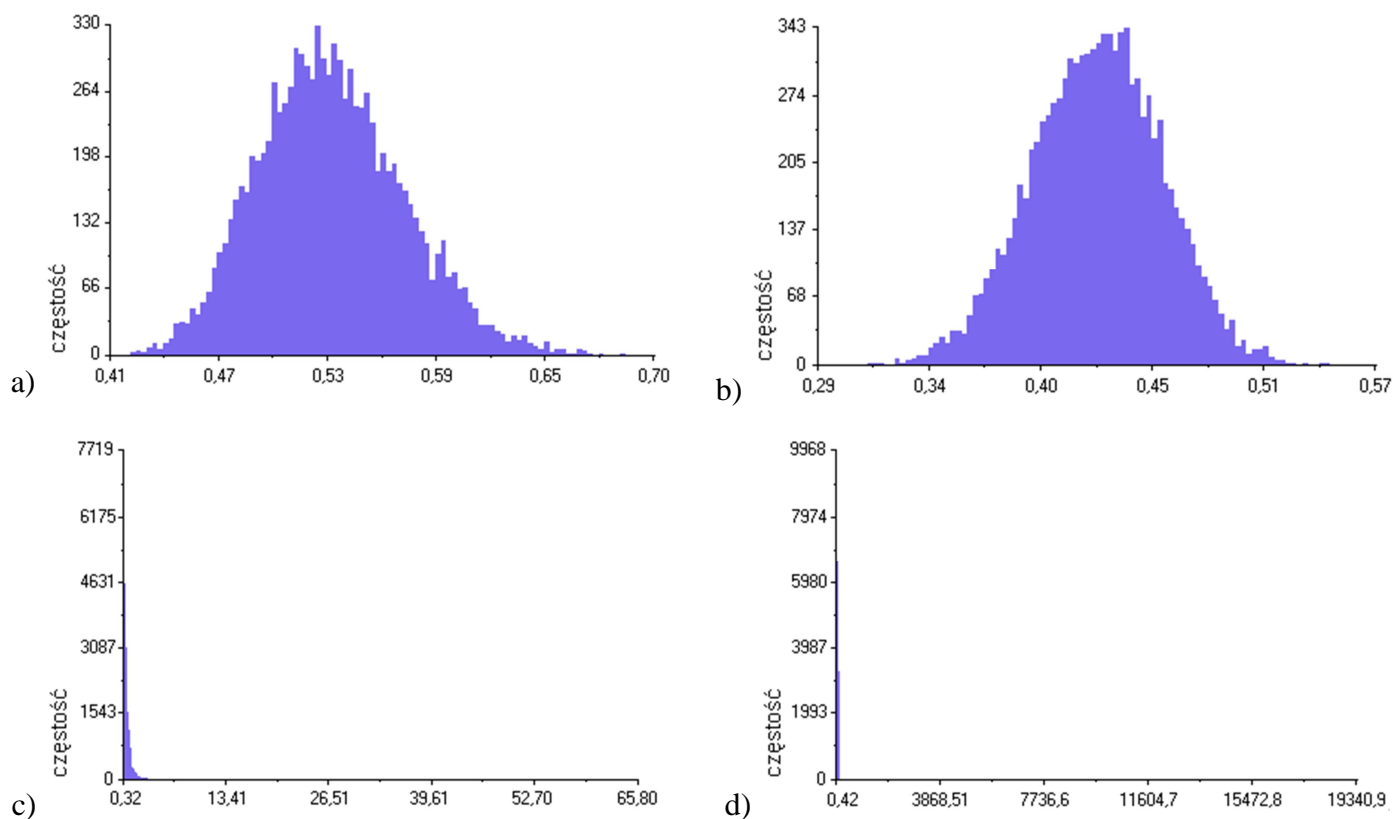
Rys. 3. Histogramy wielkości wyjściowej uzyskanej z zastosowaniem a) modelu Z_1 , b) modelu Z_3 , c) modelu Z_5 , d) modelu Z_6

Źródło: opracowanie własne.

Tablica 2. Formalizacja przyjętych modeli symulacyjnych (addytywny, addytywno-iloczynowe, addytywno-ilorazowe) oraz wyznaczone dla nich wartości charakterystyk niepewności wyjścia przy zmiennych wejściowych o rozkładzie beta.

	Parametry rozkładów			
	Wartość średnia	Wariancja	Skośność	Kurtoza
$W_1 = 0,2U_1 + 0,2U_2 + 0,2U_3 + 0,2U_4 + 0,2U_5$	0,53	1,52e-3	0,34	0,11
$W_2 = 0,4U_1U_2 + 0,4U_3U_4 + 0,2U_5$	0,40	1,35e-3	0,03	-0,11
$W_3 = 0,4U_1U_2 + 0,2U_3 + 0,4U_4U_5$	0,43	1,09e-3	-0,06	0,04
$W_4 = 0,2U_1 + 0,4U_2U_3 + 0,4U_4U_5$	0,36	2,13e-3	0,41	0,26
$W_5 = 0,4 \frac{U_1}{U_2} + 0,4 \frac{U_3}{U_4} + 0,2U_5$	0,91	1,12	28,65	1496,81
$W_6 = 0,4 \frac{U_2}{U_1} + 0,4 \frac{U_3}{U_4} + 0,2U_5$	9,08	6,04e4	68,79	4974,59
$W_7 = 0,4 \frac{U_1}{U_2} + 0,4 \frac{U_4}{U_3} + 0,2U_5$	1,07	1,12	28,48	1485,45
$W_8 = 0,4 \frac{U_2}{U_1} + 0,4 \frac{U_4}{U_3} + 0,2U_5$	9,23	6,07e4	68,79	4974,52

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Histogramy wielkości wyjściowej uzyskanej z zastosowaniem a) modelu W_1 , b) modelu W_3 , c) modelu W_5 , d) modelu W_6

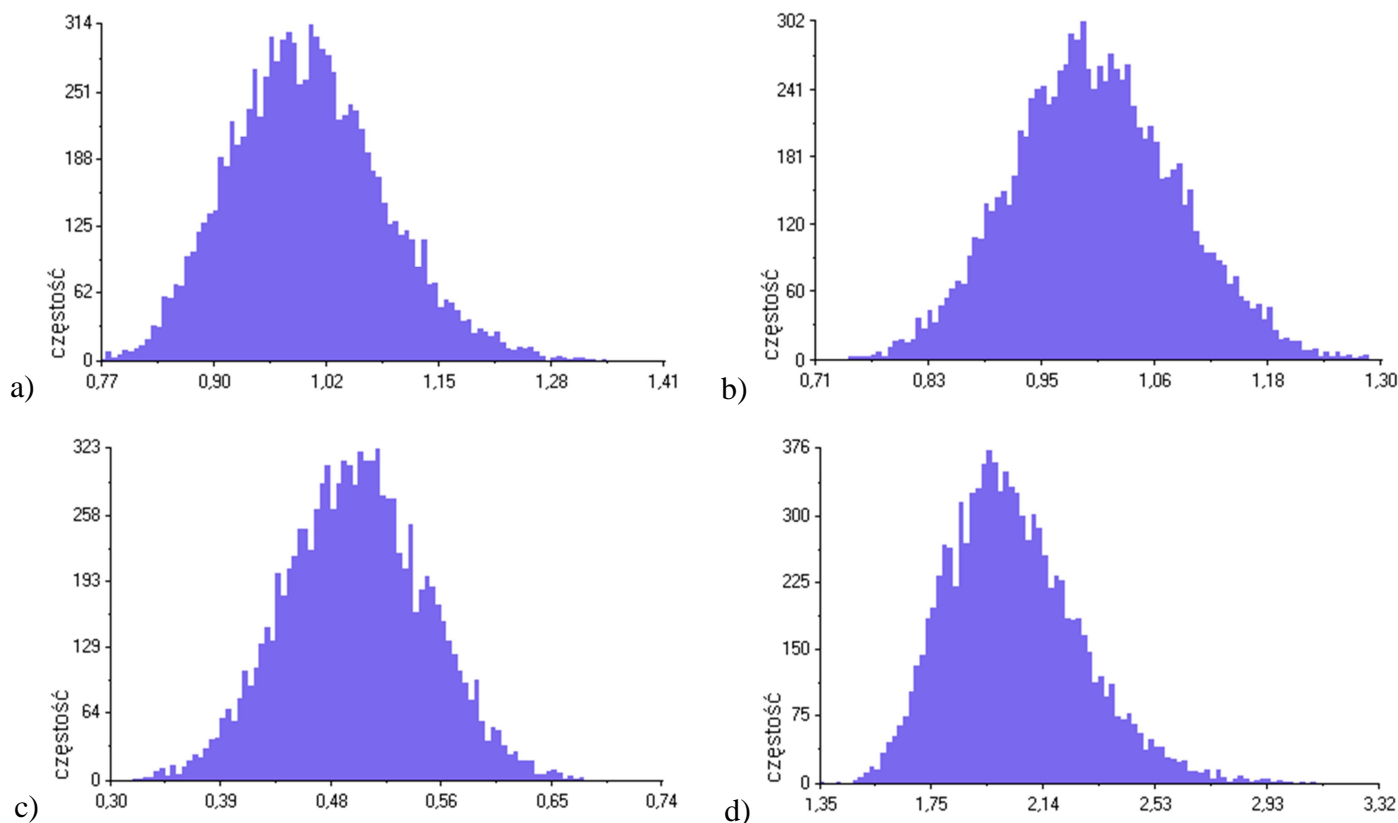
Źródło: opracowanie własne.

Wyniki symulacji dotyczące niepewności wielkości wyjściowej w postaci wartości średnich, wariancji, współczynnika skośności oraz współczynnika kurtozy, dla przyjętych modeli ilorazowo- addytywnych przedstawiono w tablicy 3 dla zmiennych wejściowych o rozkładzie normalnym, a w tablicy 4 dla zmiennych wejściowych o rozkładach beta.

Tablica 3. Formalizacja przyjętych modeli symulacyjnych (ilorazowo-addytywne) oraz wyznaczone dla nich wartości charakterystyk niepewności wyjścia przy zmiennych wejściowych o rozkładzie normalnym.

	Parametry rozkładów			
	Wartość średnia	Wariancja	Skośność	Kurtoza
$Z_9 = \frac{0,2X_1 + 0,2X_2 + 0,2X_3 + 0,2X_4 + 0,2X_5}{0,25X_6 + 0,25X_7 + 0,25X_8 + 0,25X_9}$	1,01	7,57e-3	0,38	0,21
$Z_{10} = \frac{0,25X_6 + 0,25X_7 + 0,25X_8 + 0,25X_9}{0,2X_1 + 0,2X_2 + 0,2X_3 + 0,2X_4 + 0,2X_5}$	1,00	7,36e-3	0,13	-0,08
$Z_{11} = \frac{0,25X_1 + 0,25X_2 + 0,25X_6 + 0,25X_7}{0,2X_3 + 0,2X_4 + 0,2X_5 + 0,2X_8 + 0,2X_9}$	0,49	3,19e-3	0,07	-0,01
$Z_{12} = \frac{0,2X_3 + 0,2X_4 + 0,2X_5 + 0,2X_8 + 0,2X_9}{0,25X_1 + 0,25X_2 + 0,25X_6 + 0,25X_7}$	2,04	5,75e-2	0,65	0,75

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 5. Histogramy wielkości wyjściowej uzyskanej z zastosowaniem a) modelu Z_9 , b) modelu Z_{10} , c) modelu Z_{11} , d) modelu Z_{12}

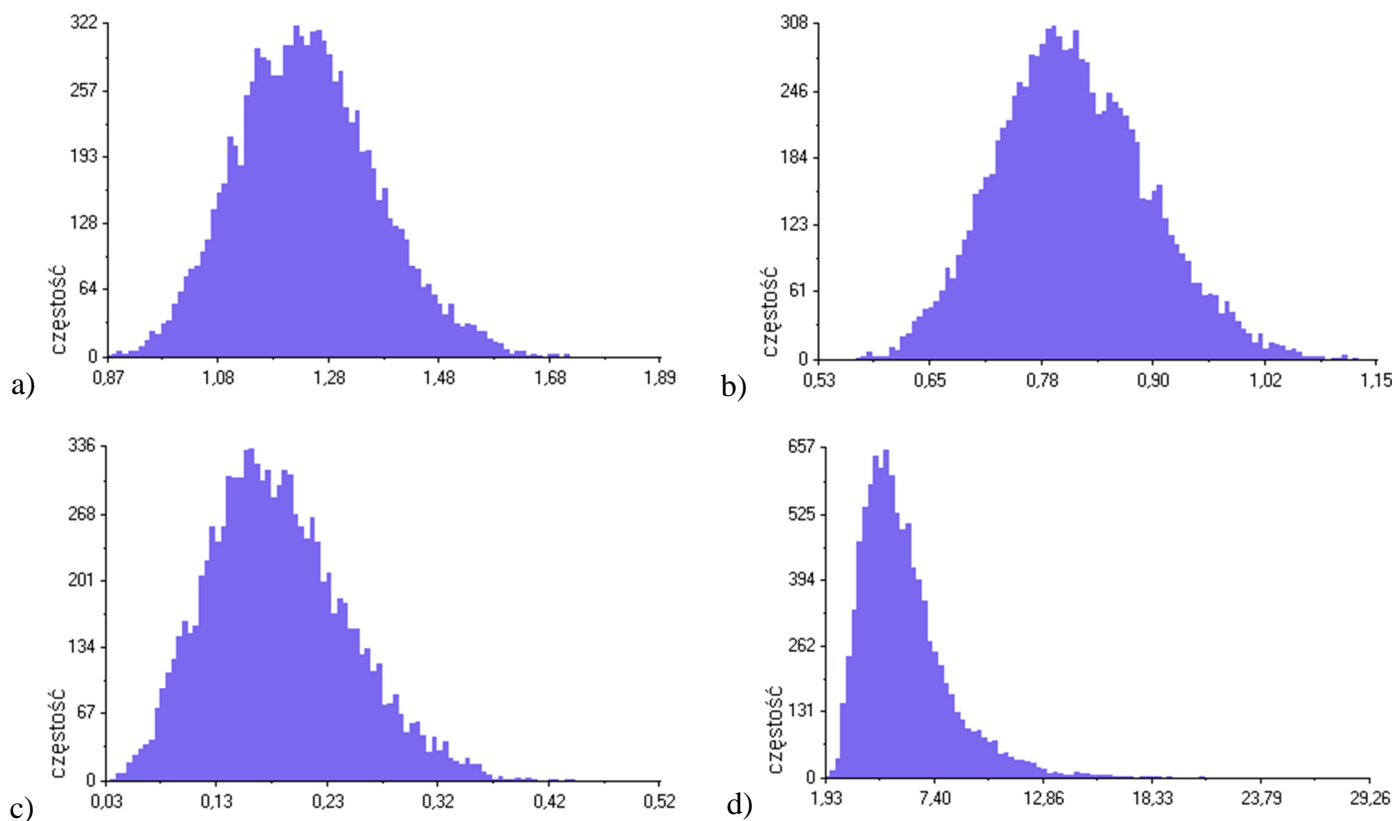
Źródło: opracowanie własne.

Histogramy wielkości wyjściowej, przy przyjęciu zmiennych wejściowych o rozkładzie normalnym przedstawiono na rys. 5, a wielkości wyjściowej, przy przyjęciu zmiennych wejściowych o rozkładzie beta – na rys. 6.

Tablica 4. Formalizacja przyjętych modeli symulacyjnych (ilorazowo-addytywne) oraz wyznaczone dla nich wartości charakterystyk niepewności wyjścia przy zmiennych wejściowych o rozkładzie beta.

	Parametry rozkładów			
	Wartość średnia	Wariancja	Skośność	Kurtoza
$W_9 = \frac{0,2U_1 + 0,2U_2 + 0,2U_3 + 0,2U_4 + 0,2U_5}{0,25U_6 + 0,25U_7 + 0,25U_8 + 0,25U_9}$	1,24	1,68e-2	0,32	0,17
$W_{10} = \frac{0,25U_6 + 0,25U_7 + 0,25U_8 + 0,25U_9}{0,2U_1 + 0,2U_2 + 0,2U_3 + 0,2U_4 + 0,2U_5}$	0,81	7,17e-3	0,29	0,06
$W_{11} = \frac{0,25U_1 + 0,25U_2 + 0,25U_6 + 0,25U_7}{0,2U_3 + 0,2U_4 + 0,2U_5 + 0,2U_8 + 0,2U_9}$	0,18	3,86e-3	0,53	0,32
$W_{12} = \frac{0,2U_3 + 0,2U_4 + 0,2U_5 + 0,2U_8 + 0,2U_9}{0,25U_1 + 0,25U_2 + 0,25U_6 + 0,25U_7}$	6,05	2,39	1,88	6,35

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 6. Histogramy wielkości wyjściowej uzyskanej z zastosowaniem a) modelu W_9 , b) modelu W_{10} , c) modelu W_{11} , d) modelu W_{12}

Źródło: opracowanie własne.

4. PODSUMOWANIE

Celem artykułu było określenie wpływu niepewności modelu konstruowania syntetycznego wskaźnika zrównoważonego rozwoju oraz niepewności przyjętych wielkości wejściowych na niepewność wielkości wyjściowej. Stwierdzono, że:

- dla modelu addytywnego, niepewność wyjścia jest warunkowana niepewnością wejścia w niewielkim stopniu,

- dla modelu addytywno-iloczynowego, niepewność wyjścia jest warunkowana niepewnością wejścia w większym stopniu dla zmiennych wejściowych o rozkładzie beta niż dla zmiennych wejściowych o rozkładzie normalnym,
- dla modelu addytywno-ilorazowego, niepewność wyjścia jest w znacznym stopniu warunkowana niepewnością wejścia dla zmiennych wejściowych o rozkładzie normalnym (Z_6, Z_8), zaś dla zmiennych wejściowych o rozkładzie beta niepewność wyjścia jest ekstremalnie wysoka (W_5, W_6, W_7, W_8),
- dla modelu ilorazowo-addytywnego, niepewność wyjścia uwarunkowana jest w niewielkim stopniu dla zmiennych wejściowych o rozkładzie normalnym, a w istotnym stopniu dla szczególnego przypadku (W_{12}) dla zmiennych wejściowych o rozkładzie beta.

Symulacje miały charakter testu, którego celem było ukierunkowanie dalszych badań z wykorzystaniem realnych wskaźników w procesie konstruowania syntetycznych wskaźników zrównoważonego rozwoju transportu.

Streszczenie

Syntetyczne wskaźniki pełnią istotne funkcje w badaniu i rozwiązywaniu problemów zrównoważonego rozwoju na wszystkich poziomach: strategicznym, taktycznym i operacyjnym. Jednakże, aby właściwie ocenić bezpieczeństwo, efektywność, jakość i niezawodność w zrównoważonym rozwoju transportu, konieczne jest uwzględnienie w modelu konstruowanego wskaźnika syntetycznego oprócz operatora addytywnego, operatorów mnożenia i dzielenia wskaźników podrzędnych. W artykule przeprowadzono badania symulacyjne, wykorzystując metodę Monte Carlo, w celu dokonania jakościowej oceny niepewności modelu, w którym występują operatory mnożenia i dzielenia, w stosunku do modelu referencyjnego, w którym występują operatory dodawania. Jakościową ocenę przeprowadzono stosując miary kurtozy oraz skośności.

Słowa kluczowe: niepewność, syntetyczne wskaźniki, modele probabilistyczne.

Model and data uncertainty in the process of construction of composite indicators of sustainable development in transportation

Abstract

Composite indicators play a significant role in the research and problem solving in the domain of sustainable development at all levels: strategic, tactical and operational. However, the proper assessment of safety, effectiveness, quality and reliability of the composite indicators of sustainable development in transportation requires the usage of not only the additive operator but also of the multiplication and division operators. In the article, the Monte Carlo simulation was used to determine the quality of the models with multiplication and division operators comparing to referential model comprised uniquely of additive operators. The skewness and kurtosis were used as measurements.

Key words: uncertainty, composite indicators, probabilistic models.

LITERATURA

- [1] Barczak A., Analiza metod uzupełniania brakujących danych w procesie konstruowania syntetycznych wskaźników zrównoważonego rozwoju transportu, *Logistyka*, Nr 3, 2012.
- [2] Cerulli G., Filippetti A., The complementary nature of technological capabilities: Measurement and robustness issues, *Technological Forecasting & Social Change*, 79, 2012.
- [3] Joumard R., Gudmundson H., Indicators of Environmental Sustainability in Transport, Les collections de l'INRETS, maj 2010.
- [4] Papoulis A., *Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne*, WNT, Warszawa, 1972.
- [5] Zhang Q., Xiao Y., Xing Y., The presentation and processing of uncertain problems, *Procedia Engineering*, 15, 2011.
- [6] *Handbook on constructing composite indicators: Methodology and user guide*, OECD, 2008.
- [7] SimLab (2011) Software package for uncertainty and sensitivity analysis. Joint Research Centre of the European Commission. Downloadable for free at: <http://simlab.jrc.ec.europa.eu>.

Acknowledgment

Praca finansowana w ramach grantu nr N N509 559240 realizowanego dla Narodowego Centrum Nauki w Krakowie w latach 2011-2013.