

*Kopuła, powłoka, teoria bezmomentowa, naprężenie normalne,  
oddziaływanie wiatru i śniegu, obciążenia stałe,  
zbrojenie, beton, żelbet*

Maria WŁODARCZYK<sup>1</sup>  
Aleksander SZWED<sup>2</sup>

### **ANALIZA I PROJEKTOWANIE ŻELBETOWYCH KOPUŁ CIENKOŚCIENNYCH**

*Prezentowany referat jest publikacją dydaktyczną pokazującą połączenie dwóch zagadnień. Jedno z nich to rozważania teoretyczne dotyczące wyznaczania sił wewnętrznych w kopule, a drugie to praktyczne zastosowanie ich przy wymiarowaniu elementu żelbetowego. Jest to dość rzadko spotykana praktyka w nauczaniu projektowania, gdyż zwykle te dwa zagadnienia są realizowane na dwóch oddzielnych przedmiotach i przeciętny student ma trudności z ich połączeniem.*

### **ANALYSIS AND DESIGN OF REINFORCED THIN-WALLED DOME**

*Presented paper is a didactic work pointing out two problems. The first represents theoretical description and analysis of distribution of internal forces in a dome. The second deals with practical application of the derived formulas for dimensioning of the structure. Typically students are taught mentioned problems in separate courses, what causes difficulty for them in understanding the whole procedure of design process.*

#### **1. WSTĘP**

Pierwsze obiekty budowlane, w których wykorzystano osiowy rozkład sił zostały wzniesione w starożytności. W Persji, Mezopotamii, oraz starożytnym Egipcie głównie w ten sposób były wznoszone sklepienia łukowe, natomiast w starożytnym Rzymie stosowano już wówczas sklepienie kolebkowe i kopuły. W tamtych czasach kopuły były traktowane jako „szczytowe osiągnięcie sztuki czasów, w których architektura, rzeźba, malarstwo i mozaika współdziałały ściśle ze sobą, tworząc unikalną atmosferę, dając wyraz tryumfu lub uległości. Są pomnikiem zwycięstwa nad ciężarem i wiatrem” [1].

Z uwagi na fakt, że kopuła była traktowana jako forma wyjątkowa wynika jej pierwotne zastosowanie, głównie w budownictwie sakralnym. Obecnie, a w szczególności

---

<sup>1</sup> Politechnika Świętokrzyska, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska; 25-314 Kielce; al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, tel: + 48 41 342-41-75, Fax: + 48 41 344-37-84, e-mail: mariaw@tu.kielce.pl

<sup>2</sup> Warsaw University of Technology, Civil Engineering Faculty, POLAND, Warszawa 00-637, Armii Ludowej 16. Phone: 48 22 234-56-76, e-mail: a.szwed@il.pw.edu.pl

monolityczne kopuły żelbetowe, mają dość szerokie zastosowanie między innymi jako muszle koncertowe, magazyny, chłodnie (oszczędność energii o około 50-70%), hale fabryczne i wystawowe. Kopuły znalazły również swoich zwolenników w budownictwie jednorodzinnych i przy budowie domków letniskowych jako ciekawe formy architektoniczne.

Przy wznoszeniu pierwszych kopuł bardziej kierowano się intuicją budowniczego i jego „wyczuciem” pracy konstrukcji, niż obliczeniami styczo wytrzymałościowymi. Pierwsze teorie obliczeniowe powłok powstały w XVIII i XIX wieku, których twórcami byli między innymi Bernoulli, Poisson, Euler i Cauchy. Rozwiązania te dotyczyły głównie powłok obrotowych w bezmomentowym stanie naprężenia opisując ich pracę w stadium sprężystym.

Konstrukcja pierwszych kopuł była dość masywna, dopiero rozwój konstrukcji z betonu a następnie z żelbetu wpłynął na ich „odchudzenie”. Przykładem może tu być wykonana z betonu kopuła rzymskiego Pantenonu, wzniesiona około 123r., która przy średnicy 43,3 m w wezłowniu ma grubość 7 m, a przy zworniku ok. 0,60 m i żelbetowa kopuła wzniesiona w Moskwie w latach 1928-1929, która przy średnicy 28 m ma grubość 0,06 m.

## 2. ANALIZA PRACY POWŁOKI

Obliczenia powłok stosowane w praktyce inżynierskiej opierają się na następujących założeniach:

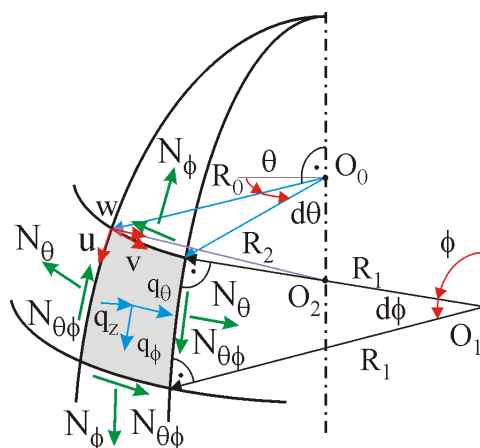
- grubość powłoki jest mała w stosunku do pozostałych wymiarów,
- odkształcenia powłok są małe w stosunku do jej grubości,
- punkty leżące przed odkształceniem na prostej prostopadłej do powierzchni środkowej, po odkształceniu znajdują się na prostej prostopadłej do odkształconej powierzchni środkowej,
- naprężenia normalne działające do powierzchni środkowej są bardzo małe.

### 2.1 Podstawowe równania powłok obrotowych w stanie bezmomentowym

Opierając się na teorii sprężystości możemy ustalić wszystkie równania konieczne do rozwiązania powłoki [2, 3, 4]. Należy przy tym pamiętać, że równania te wymagają spełnienia warunku małych odkształceń. Analizując pracę powłoki w dowolnym jej punkcie mamy nieznanne trzy momenty, dwie siły poprzeczne i trzy siły tarczowe, natomiast dysponujemy sześcioma równaniami równowagi. Wynika z tego, że w ogólności mamy do czynienia z zagadnieniem statycznie niewyznaczalnym. W związku z tym, w rozwiązaniu wykorzystujemy równania geometryczne Cauchy’go oraz równania prawa Hooke’a. W przypadku rozpatrywania tzw. stanu bezmomentowego pomijamy siły poprzeczne oraz momenty zginające i skręcające ze względu na małą sztywność powłoki na zginanie i właściwą realizację warunków podparcia i obciążenia. W efekcie dysponujemy trzema równaniami równowagi i mamy do wyznaczenia trzy siły przekrojowe w powłoce. Dla tego przypadku podamy poniżej podstawowe równania w siłach wewnętrznych.

Rozpatrzmy dowolny punkt powłoki obrotowej. W punkcie tym zapiszemy podstawowe równania w stanie bezmomentowym, sformułujemy i rozwiążemy wybrane zagadnienia brzegowe. Lokalny układ współrzędnych, składowe przemieszczenia, siły przekrojowe i obciążenia pokazano na rys. 1. Przyjęto prawoskrętny, lokalny układ

współrzędnych  $(t, s, z)$  na powłoce odpowiadający parametryzacji obszaru powłoki  $(\theta, \phi, z)$ . Na rysunku pokazano dodatkowo zwroty przemieszczeń  $(u, v, w)$ , sił przekrojowych  $(N_\theta, N_\phi, N_{\theta\phi})$  i obciążeń  $(q_\theta, q_\phi, q_z)$ . Wszystkie funkcje występujące w zagadnieniu brzegowym zależą od zmiennych  $(\theta, \phi)$ .



Rys. 1. Wycinek powłoki obrotowej wraz z objaśnieniem podstawowych oznaczeń.

Badając zmienność pól sił przekrojowych  $N_\theta(\phi, \theta)$ ,  $N_\phi(\phi, \theta)$  i  $N_{\theta\phi}(\phi, \theta)$  z uwzględnieniem zadanych obciążeń uzyskujemy równania równowagi wewnętrznej dla rozpatrywanej powłoki obrotowej o postaci:

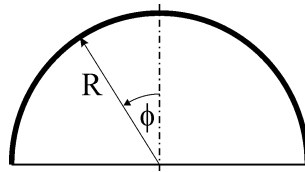
$$\begin{aligned} \frac{1}{R_2 \sin \phi} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{R_1} \frac{\partial N_{\theta\phi}}{\partial \phi} + \frac{2 \operatorname{ctg} \phi}{R_2} N_{\theta\phi} + q_\theta &= 0, \\ \frac{1}{R_1} \frac{\partial N_\phi}{\partial \phi} + \frac{1}{R_2 \sin \phi} \frac{\partial N_{\theta\phi}}{\partial \theta} + \frac{\operatorname{ctg} \phi}{R_2} (N_\phi - N_\theta) + q_\phi &= 0, \\ \frac{N_\theta}{R_2} + \frac{N_\phi}{R_1} + q_z &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

w których  $R_1$  jest promieniem krzywizny kierownicy powłoki obrotowej. Łatwo zauważyć, że w przypadku teorii bezmomentowej mamy zagadnienie statycznie wyznaczalne, o ile dysponujemy odpowiednimi (statycznymi) warunkami brzegowymi. Równania równowagi brzegowej formułujemy następująco:

$$N_\theta = N_{\theta 0}, \quad N_\phi = N_{\phi 0}, \quad N_{\theta\phi} = N_{\theta\phi 0}. \quad (2)$$

Najczęściej spotykane powłoki obrotowe to powłoki sferyczne, stożkowe i cylindryczne. W każdej z wymienionych powłok zachodzą dodatkowe związki między promieniami krzywizn i współrzędnymi krzywoliniowymi, co prowadzi do uproszczeń oraz modyfikacji równań ze względu na zmianę współrzędnych krzywoliniowych. Zasadnicze zmiany dotyczą różniczkowych równań równowagi powłok obrotowych. W dalszych rozważaniach podamy równania dla powłok sferycznych gdyż one są celem artykułu.

W powłoce tej promienie krzywizny południkowej i równoleżnikowej są sobie równe  $R_1 = R_2 = R$ , co zostało przedstawione na rys. 2.



Rys.2. Przekrój południkowy ( $\theta = const$ ) powłoki sferycznej o promieniu  $R$ .

W przypadku, gdy wszystkie funkcje występujące w zagadnieniu nie zależą od zmiennej  $\theta$ , jak na rys.1, to mamy do czynienia ze stanem osiowej symetrii. Wobec tego wszystkie pochodne zmiennej  $\theta$  występujące w równaniach równowagi i równaniach geometrycznych zerują się. W tym przypadku równania równowagi wewnętrznej (1) upraszczają się do postaci:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{dN_\phi}{d\phi} + \frac{\text{ctg}\phi}{R} (N_\phi - N_\theta) + q_\phi &= 0, \\ \frac{N_\theta}{R} + \frac{N_\phi}{R} + q_z &= 0, \quad N_{\theta\phi} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

zaś warunki brzegowe kinematyczne (2) nie ulegają zmianie.

## 2.2 Powłoka kulista obciążona ciężarem własnym i śniegiem

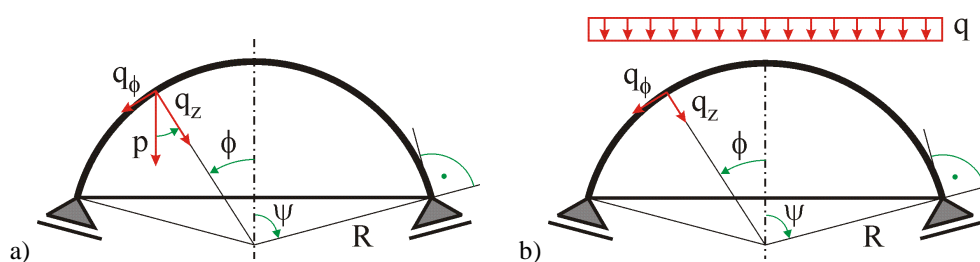
Rozpatrujemy powłokę kulistą obciążoną ciężarem własnym działającym na jednostkę powierzchni płaszcza powłoki (rys. 3) i w drugim przypadku śniegiem. Siły przekrojowe wyznaczamy teorią bezmomentową w warunkach symetrii osiowej.

W przypadku powłoki obciążonej ciężarem własnym (rys. 3a), składowe południkową i normalną obciążenia zapisujemy następująco:

$$q_\phi = p \sin \phi, \quad q_z = p \cos \phi, \quad (4)$$

Eliminując  $N_\theta$  w równaniach (3) i po przekształcając z pierwszego otrzymamy:

$$\frac{d}{d\phi} (N_{\phi} \sin^2 \phi) + (q_{\phi} \sin \phi + q_z \cos \phi) R \sin \phi = 0. \quad (5)$$

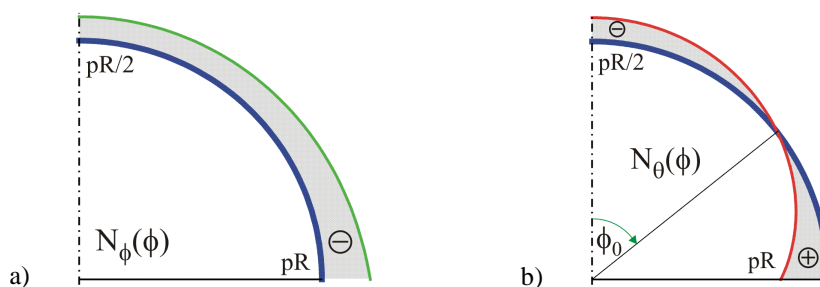


Rys. 3. Przekrój południkowy powłoki sferycznej o promieniu  $R$  i kącie rozwarcia  $\psi$ :  
 a) obciążonej ciężarem własnym  $p$  (na jednostkę powierzchni powłoki),  
 b) obciążonej śniegiem  $q$  (na jednostkę rzutu powłoki).

Po wstawieniu obciążeń (4) i scałkowaniu uzyskamy siłę południkową i równoleżnikową:

$$N_{\phi}(\phi) = -\frac{pR}{1 + \cos \phi}, \quad N_{\theta}(\phi) = pR \left( \frac{1}{1 + \cos \phi} - \cos \phi \right), \quad (6)$$

gdzie skorzystaliśmy z całkowego warunku równowagi sił w kierunku pionowym. Wykresy sił przekrojowych (6) pokazano na rys. 4, przy  $\phi \in [0, \pi/2]$ .



Rys. 4. Wykresy sił przekrojowych w kopule kulistej obciążonej ciężarem własnym: a) siła południkowa, b) siła równoleżnikowa.

Miejsce zerowe na wykresie siły równoleżnikowej określone jest kątem:

$$\phi_0 = \arccos \left[ \frac{1}{2} (\sqrt{5} - 1) \right] = 51^{\circ}50'. \quad (7)$$

W przypadku powłoki obciążonej śniegiem (rys. 3b) składowe obciążenia wynoszą:

$$q_\phi = q \cos \phi \sin \phi, \quad q_z = q \cos^2 \phi, \quad (8)$$

co implikuje następujące wyniki na siłę południkową i siłę równoleżnikową:

$$N_\phi(\phi) = -\frac{1}{2} qR, \quad N_\theta(\phi) = -\frac{1}{2} qR \cos 2\phi. \quad (9)$$

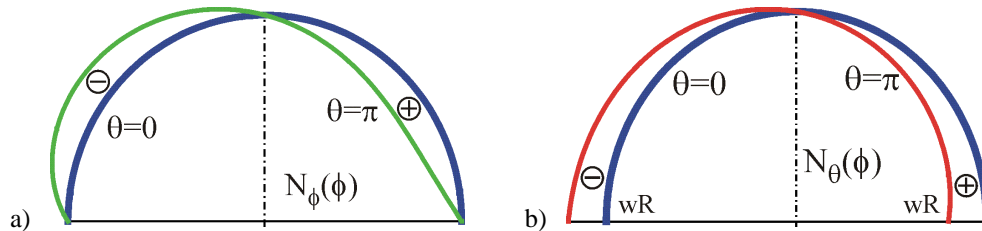
### 2.3 Powłoka kulista obciążona ciśnieniem prędkości wiatru

W powłokach obrotowych oddziaływający na nie wiatr powoduje obciążenie asymetryczne [5]. Przyjmuje się, że ciśnienie wiatru jest funkcją kątów  $\phi$  i  $\theta$ , które możemy zapisać następująco:

$$q_\theta = 0, \quad q_\phi = 0, \quad q_z = w \sin \phi \cos \theta. \quad (10)$$

w którym  $w$  jest parciem wiatru na jednostkę powierzchni prostopadłej do jego kierunku.

Znalezienie sił przekrojowych w tym przypadku wymaga zastosowania równań (1), z których eliminuje się siłę równoleżnikową i uzyskuje dwa równania różniczkowe na pozostałe siły. Następnie poszukujemy rozwiązania podstawiając  $N_\phi(\theta, \phi) = \bar{N}_\phi(\phi) \cos \theta$  i  $N_\theta(\theta, \phi) = \bar{N}_\theta(\phi) \sin \theta$ , co powoduje separację równań na dwa równania różniczkowe zwyczajne.



Rys. 5. Wykresy sił przekrojowych w kopule kulistej obciążonej wiatrem w płaszczyźnie kierunku wiatru: a) siła południkowa, b) siła równoleżnikowa.

Całkując te równania i stosując całkowite warunki równowagi znajdziemy siły wewnętrzne w powłoce. Siłę południkową, siłę równoleżnikową i siłę ścinającą wyznaczamy z zależności, por. rys.5:

$$N_\phi(\theta, \phi) = -\frac{2}{3} wR \frac{\cos \phi}{\sin^3 \phi} (2 - 3 \cos \phi + \cos^3 \phi) \cos \theta, \quad (11)$$

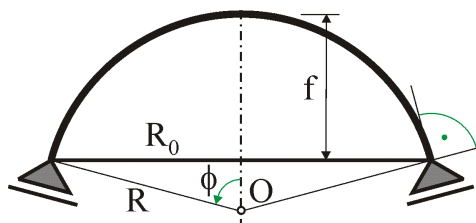
$$N_{\theta}(\theta, \phi) = \frac{1}{3} wR \frac{1}{\sin^3 \phi} (2 \cos \phi - 3 \sin^2 \phi - \cos^4 \phi) \cos \theta, \quad (12)$$

$$N_{\theta\theta}(\theta, \phi) = -\frac{1}{3} wR \frac{1}{\sin^3 \phi} (2 - 3 \cos \phi + \cos^3 \phi) \sin \theta. \quad (13)$$

W następnym punkcie przedstawimy zastosowanie uzyskanych rozwiązań do wymiarowania żelbetowej kopuły cienkościennej. W tym celu zastosujemy zasadę superpozycji definiując wypadkowe działanie trzech rodzajów obciążeń: ciężar własny, śnieg i wiatr.

### 3. WYMIAROWANIE KOPUŁY ŻELBETOWEJ

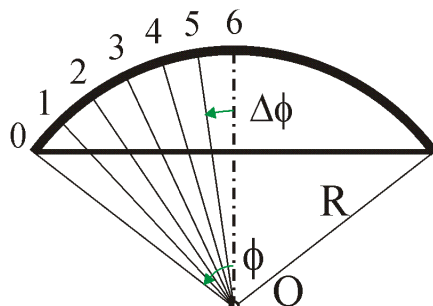
Praktyczne wykorzystanie wzorów przedstawionych w pkt. 2 pokazano na przykładzie wymiarowania kopuły żelbetowej. W rozważanym przykładzie należy zaprojektować kopułę, która stanowi przekrycie budynku hali wystawowej. Obiekt zlokalizowany jest w pierwszej strefie wiatrowej i drugiej śniegowej. Projektowana kopuła jest o wyniosłości  $f=4$  m, promieniu  $R_0 = 8$  m (rys. 6). Grubość powłoki wyznaczono w zależności od panujących w niej naprężeń [4] i wynosi  $h = 0,08$  m. Kopuła poddana jest działaniu obciążenia pochodzącego od ciężaru własnego wraz z warstwami wykończeniowymi (obciążenia stałe) –  $g$ , śniegu –  $S$  oraz wiatru –  $w_e$ . Obciążenia charakterystyczne stałe wyznaczono zgodnie z [6] i wynoszą  $g = 2,67$  kN/m<sup>2</sup>. Oddziaływania pochodzące od śniegu wyznaczono z [7] –  $S = 1,8$  kN/m<sup>2</sup>, a od wiatru z [8] –  $w_e = 0,18$  kN/m<sup>2</sup>. Przy wymiarowaniu konstrukcji żelbetowych ze względu na nośność posługujemy się wartościami obliczeniowymi poszczególnych oddziaływań [9] i tak:  $g_{sd} = 3,61$  kN/m<sup>2</sup>,  $S_{sd} = 2,70$  kN/m<sup>2</sup>,  $w_{e,sd} = 0,27$  kN/m<sup>2</sup>. Zastosowano beton klasy C30/37 i stal BSt500, klasy C o  $f_{yk} = 500$  MPa i  $f_{yd} = 434,78$  MPa.



Rys. 6. Schemat opisu geometrii powłoki kulistej

Promień powłoki wyznaczono z zależności  $R = \frac{R_0^2 + f^2}{2f}$  i wynosi on  $R = 10$  m, a  $\cos \phi = 0,60$  i  $\sin \phi = 0,80$ , czyli kąt rozwarcia kopuły wynosi  $\phi = 53^\circ 13'$ .

Wartości sił południkowych  $N_{\theta}(\phi)$  i równoleżnikowych  $N_{\theta\theta}(\phi)$  wyznaczyliśmy dzieląc kopułę na 6 części jak na rys. 7.



Rys. 7. Podział płaszcza kopuły na punkty do obliczenia wypadkowych sił przekrojowych.

Siły południkowe  $N_{\phi}(\phi)$  i równoleżnikowe  $N_{\alpha}(\phi)$  pochodzące od obciążeń stałych obliczono w zależności od kąta  $\phi$  z (6) przyjmując we wzorach  $p = g_{sd}$ , od obciążenia śniegiem z (9) przyjmując  $q = S_{sd}$ , a oddziaływania od wiatru z (11) i (12) przyjmując  $w = w_{eSd}$  oraz  $\cos \theta = 1,0$ .

W tabeli 1 zestawiono wartości sił południkowych i równoleżnikowe dla poszczególnych przekrojów od każdego składnika obciążenia.

Tab. 1. Wartości sił południkowych i równoleżnikowych.

Nr przek.	$\phi$	$\cos \phi$	$\sin \phi$	Siły południkowe $N_{\phi}(\phi)$ [kN/m]			Siły równoleżnikowe $N_{\alpha}(\phi)$ [kN/m]		
				od $g_{sd}$	od $S_{sd}$	od $w_{eSd}$	od $g_{sd}$	od $S_{sd}$	od $w_{eSd}$
0	53,13	0,600	0,800	-25,56	-13,5	-0,44	0,90	3,78	-1,03
1	44,30	0,716	0,698	-21,05	-13,5	-0,42	-4,80	-0,32	-1,05
2	35,44	0,815	0,580	-19,89	-13,5	-0,29	-9,53	-4,43	-0,98
3	26,58	0,894	0,447	-19,06	-13,5	-0,20	-13,21	-8,10	-0,80
4	17,72	0,953	0,304	-18,48	-13,5	-0,10	-15,92	-11,00	-0,64
5	8,86	0,988	0,154	-18,16	-13,5	0,00	-17,51	-12,87	-0,21
6	0,00	1,000	0,00	-18,05	-13,5	0,00	-18,05	-13,50	0,00

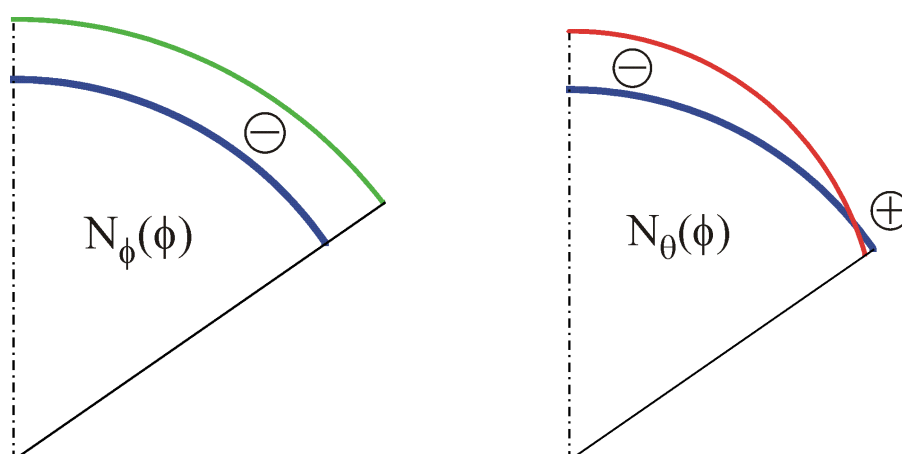
Obciążenie konstrukcji jednocześnie przez kilka niezależnych oddziaływań jest bardzo mało prawdopodobne, ale możliwe, w odpowiednio długim czasie, co należy uwzględnić przy projektowaniu konstrukcji. Przy analizie kombinacji tych obciążeń ich wartości mnożymy przez współczynnik jednoczesności przyłożonego obciążenia ( $\psi_0$ ) [9]. Iloczyny te nazywamy reprezentatywnymi wartościami obciążeń zmiennych. Współczynnik ( $\psi_0$ ) dla reprezentatywnych obciążeń wiodących wynosi  $\psi_0 = 1,0$ , natomiast dla obciążeń drugorzędnych  $\psi_0 < 1,0$ . Maksymalne wartości sił  $N_{\phi}(\phi)$  i  $N_{\alpha}(\phi)$  pochodzą od kombinacji obciążeń, dla której reprezentatywnym obciążeniem wiodącym jest śnieg. Wartości tych sił w zależności od  $\phi$  zestawiono w tablicy 2.



Tab. 2. Maksymalne wartości sił południkowych i równoleżnikowych.

Nr przek.	$\phi$	Maksymalne wartości sił południkowych $N_{\phi}(\phi)$ [kN/m]	Maksymalne wartości sił równoleżnikowych $N_{\theta}(\phi)$ [kN/m]
0	53,13	-39,32	5,28
1	44,30	-34,80	-4,52
2	35,44	-33,61	-13,36
3	26,58	-32,74	-20,71
4	17,72	-32,10	-26,32
5	8,86	-31,72	-29,78
6	0,00	-31,55	-30,95

Na rys. 8 pokazano wykresy maksymalnych wartości sił południkowych  $N_{\phi}(\phi)$  i równoleżnikowych  $N_{\theta}(\phi)$  dla założonej kombinacji obciążeń. Z wykresu widać, że rozciąganie obwodowe występuje jedynie w niewielkim obszarze dolnej części kopuły w strefie podporowej.



Rys. 8. Wykresy maksymalnych wartości sił południkowych i równoleżnikowych.

Zbrojenie przejmujące rozciąganie na odcinku między punktami 0 i 1 (rys. 7) obliczyliśmy z [4]:

$$A_{s1} = \frac{N_{\theta}(\phi)}{f_{yd}} = \frac{5,28}{434,78 \cdot 10^3} = 0,12 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{m}} < A_{s,\min} = 0,23 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{m}},$$

gdzie minimalne pole powierzchni zbrojenia  $A_{s,\min}$  wyznaczono z [10].

W związku z tym dla całej powłoki jako zbrojenie południkowe i równoleżnikowe przyjęto siatkę wykonaną z prętów o średnicy 6 mm i rozstawie oczek 200 mm.

#### 4. WNIOSKI

Przedstawiony materiał w artykule zawiera połączenie elementów kształcenia podstawowego i aplikacyjnego. Należy takie podejście traktować jako element unifikujący wykładany materiał na kierunku budownictwo. Na końcowych semestrach studiów powinno się zasadniczy materiał uzupełniać tego typu przykładami kompleksowego spojrzenia na zagadnienia projektowania. Ułatwi to adaptację absolwenta w warunkach pracy projektowej, gdzie należy uświadamiać sobie konsekwencje przyjętych założeń do modelu obliczeniowego, sformułowanie i rozwiązanie zagadnienia brzegowego, wyłowienie ekstremalnych wartości sił wewnętrznych, jak również opanowanie projektowania przekrojów zbrojonych w oparciu o przepisy normowe. Wykonanie, co najmniej kilku tego typu ćwiczeń przyczynia się również do głębszego zrozumienia przepisów i zaleceń normowych.

Wyznaczenie sił przekrojowych  $N_{\phi}(\phi)$  i  $N_{\theta}(\phi)$  dla powłok według teorii bezmomentowej (błonowej), co wykazaliśmy w zamieszczonym przykładzie, jest bardzo wygodne w praktyce inżynierskiej. Powinniśmy przy tym pamiętać, że jeżeli wymiarujemy kopułę na ich podstawie, należy ją tak skonstruować, by w jej powłoce nie powstały momenty zginające. Rzeczywista praca konstrukcji powinna odpowiadać przyjętym założeniom obliczeniowym. Powinny być spełnione warunki brzegowe (2). Odształcenie brzegowe kopuły powinno być równe odształceniu konstrukcji wsporczej.

Zrównoważenie odształceń kopuły i wieńca możemy uzyskać poprzez:

- zmianę grubości powłoki  $h$  w sąsiedztwie podparcia,
- zmianę kąta między normalną do kopuły i jej osią obrotu,
- odpowiednie dobranie przekroju poprzecznego wieńca.

Gdy powyższe rozwiązania nie są możliwe do realizacji należy stosować ogólniejszą teorię z uwzględnieniem zginania.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

- [1] Scigl C.: *Konstrukcje w nowoczesnej architekturze*, Warszawa, Arkady 1974.
- [2] Flügge W.: *Powłoki. Obliczenia statyczne*, Warszawa, Arkady 1972.
- [3] Stachurski W.: *Prefabrykowane przekrycia obrotowe koliste*, Inżynieria i Budownictwo, nr 4/1957.
- [4] Kobiak J., Stachurski W.: *Konstrukcje żelbetowe*, Warszawa, Arkady 1991.
- [5] Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S.: *Teoria płyt i powłok*, Warszawa, Arkady 1962.
- [6] PN-EN 1991-1-1:2008. *Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-1: Oddziaływania ogólne. Ciężar objętościowy, ciężar własny, obciążenia użytkowe w budynkach.*
- [7] PN-EN 1991-1-3:2005. *Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-3: Oddziaływania ogólne. Obciążenie śniegiem.*
- [8] PN-EN 1991-1-4:2008. *Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-4: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania wiatru.*
- [9] PN-EN 1990:2004. *Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji.*
- [10] PN-EN 1992-1-1:2008. *Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.*