

Stanisław JEMIOŁO¹

OCENA NOŚNOŚCI SPRĘŻYSTEJ PODATNYCH NAWIERZCHNI DROGOWYCH

W pracy przedstawiono koncepcję oceny nośności sprężystej podatnych nawierzchni drogowych z zastosowaniem hipotez wytrzymałościowych mechaniki gruntów. W przykładach przyjęto typowy model nawierzchni w postaci układu izotropowych warstw sprężystych. Warstwa górna jest obciążona siłami powierzchniowymi równomiernie rozłożonymi na powierzchni koła. Zastosowano dwie metody rozwiązania zagadnienia brzegowego: analityczno-numeryczną, która wynika z zastosowania funkcji naprężeń i numerycznego całkowania funkcji specjalnych oraz numeryczną, gdzie stosowano metodę elementów skończonych i program ABAQUS.

ASSESSMENT OF ELASTIC CAPACITY OF FLEXIBLE PAVEMENTS

In the paper a method of assessment, which is based on failure criteria used in solid mechanics, of elastic capacity of flexible pavements is proposed. A typical model of the isotropic elastic multi-layer system for flexible pavements is considered. The system of layers on the top of elastic half-space is subjected to uniform load on the circular area. Two methods for finding the solution of the elastic boundary value problem are used: an analytical-numerical method (stress function method with integration of special functions) and the finite element method (program ABAQUS).

1. WSTĘP

Wyniki rozwiązania zadań brzegowych sprężystości, w których przyjmuje się modele odpowiednio połączonych izotropowych układów warstwowych (por. [3,6,11] i literaturę tam cytowaną), są często stosowane w projektowaniu podatnych nawierzchni drogowych, zarówno podatnych, półsztywnych jak i sztywnych [2,5,10,11]. Wybrane wielkości ekstremalnych naprężeń i odkształceń (lub ich wielkości zastępczych) są porównywane ze odpowiednimi wzorami empirycznymi, w których, mówiąc krótko, uwzględnia się „wszystkie czynniki” powodujące degradację i zniszczenie, cyklicznie obciążanej ruchem pojazdów konstrukcji drogi. Szczegółowy sposób postępowania, zalecany do stosowania w Polsce, opisany jest np. w Katalogu [10] oraz w wielu monografiach, por. np. [5,11].

¹Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej, POLSKA, 00-637 Warszawa, Al. Armii Ludowej 16, Phone: 48 22 234-56-76, E-mail: s.jemiolo@il.pw.edu.pl

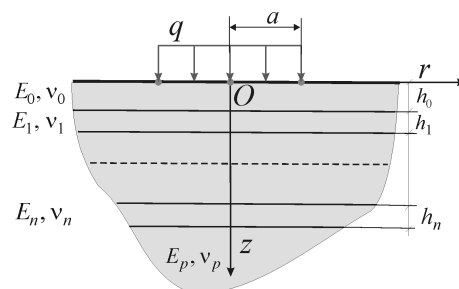
Ponieważ, w tej metodzie wspomagającej projektowanie stosuje się, oprócz wzorów empirycznych, rozwiązanie analityczne zadania mechaniki, metodę tą nazywa się metodą mechanistyczną. Istota postępowania wywodzi się głównie z prac teoretycznych i doświadczalnych prowadzonych w USA od połowy lat czterdziestych ubiegłego wieku. Obecnie, w różnych szczegółowych wariantach stosuje się ją w wielu krajach. Ponieważ w metodzie tej stosuje się rozwiązanie zadania warstw sprężystych, to równolegle intensywnie rozwijane są modele, w których wykorzystuje się niesprężyste relacje konstytutywne materiałów poszczególnych warstw oraz różne sposoby ich połączenia. Bada się różne uogólnienia relacji konstytutywnych sprężystości, od relacji liniowych lepko-sprężystości, nieliniowej teorii sprężysto-plastyczności, aż po zastosowania mechaniki kontinuum dowolnych deformacji. W celu rozwiązania zadania brzegowo-początkowego powszechnie stosuje się metodę elementów skończonych, patrz [2,4,9]. Wymienione uogólnienia modeli obliczeniowych, w połączeniu z odpowiednimi zależnościami empirycznymi wymagają jednak dalszych intensywnych badań podstawowych. Nie istnieją standardy wymiarowania nawierzchni komunikacyjnych wynikające z zastosowania metod teorii nośności granicznej konstrukcji.

Celem tej pracy jest tylko pewna propozycja oszacowania nośności sprężystej danego układu warstwowego, co nie jest oczywiście metodą wymiarowania podatnych nawierzchni drogowych. Ocena nośności sprężystej polega na sprawdzeniu trzech ograniczeń na normę pola przemieszczenia oraz niezmienniki pola tensorów naprężenia i odkształcenia. W wyniku otrzymujemy tylko wartość dopuszczalnego obciążenia danego układu warstw.

2. UWAGI O METODACH ROZWIĄZANIA ZADANIA

2.1. Metoda analityczno-numeryczna

W typowym i najprostszym modelu mechanistycznym nawierzchni komunikacyjnych rozpatruje się warstwy konstrukcyjne jako warstwy sprężyste o grubości h_0 oraz h_i ($i = 1, \dots, n$) o stałych sprężystości E_0, ν_0 oraz E_i, ν_i . Warstwa o grubości h_0 obciążona jest na obwodzie koła o promieniu a równomiernie rozłożonymi siłami powierzchniowymi q prostopadłymi do brzegu. Powiązane warstwy „sklejone” są z półprzestrzenią sprężystą o danych E_p, ν_p , por. rys.1 (w różnych wariantach tego zadania można założyć poślizg na połączeniu wybranych warstw).



Rys.1. Schemat układu warstw półprzestrzeni sprężystej

Na płaszczyznach styku warstw oraz najniższej warstwy z półprzestrzenią zakłada się zwykle warunki ciągłości odpowiadające pełnemu zespoleniu sąsiadujących układów.

W wyniku rozwiązania zadania brzegowego sprężystości znajduje się w ogólności pola naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia. Należy jednak zaznaczyć, że w metodzie mechanistycznej, por. np. [5,10,11] stosuje się tylko wybrane wyniki obliczeń na osi symetrii zadania, gdzie naprężenia styczne i odkształcenia kątowe są zerowe. Oznacza to, że w niejawnym sposobie stosuje się kryteria wyężeniowe ekstremalnych naprężeń i odkształceń głównych.

Należy podkreślić, że w teoriach małych odkształceń, w tym także liniowej teorii sprężystości, obowiązuje tzw. „zasada zeszywnienia”. Wobec tego przemieszczenia wyznaczone w zadaniu powinny spełniać następujące ograniczenie:

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}} \ll \min\{h_i\}. \quad (1)$$

Ograniczenie (1) na normę przemieszczenia nie ma żadnego związku z właściwościami mechanicznymi ciała tylko z przyjętymi założeniami teorii małych przemieszczeń i odkształceń. Stosując ograniczenia typu: $\|\mathbf{u}\| < u_{dop}$, możemy znaleźć wartość dopuszczalnego obciążenia q . Ograniczenia tego typu łączą jednocześnie właściwości materiału i geometrii konstrukcji.

Zadanie przedstawione na rys.1 jest zadaniem osiowosymetrycznym w walcowym układzie współrzędnych (r, φ, z) . Tego typu zadanie brzegowe wygodnie jest rozwiązywać metodą Love'a, z zastosowaniem biharmonicznych funkcji naprężeń w postaci całek niewłaściwych z funkcji Bessela pierwszego rodzaju, por. [3], i literaturę źródłową tam cytowaną. Zastosowanie innych metod analitycznych, tzn.: harmonicznym funkcji przemieszczeń (metoda Boussinesq'a) i transformat całkowych Hankela prowadzi do identycznych wyników analitycznych na poszukiwane składowe pól, czyli przemieszczenia u_z, u_r , naprężenia $\sigma_{rr}, \sigma_{\varphi\varphi}, \sigma_{zz}, \sigma_{rz}$ i odkształcenia $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\varphi\varphi}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{rz}$, jako funkcji (r, z) .

W pracy [3] zastosowano w tym celu program MATHEMATICA. Zadanie wg rys.1 jest punktem wyjścia do rozpatrywania zadań, w których nawierzchnia obciążona jest kilkoma kołami. W tym celu należy wyniki zadania przetransponować do kartezjańskiego układu współrzędnych i odpowiednio zastosować zasadę superpozycji.

Reprezentacje tensorów naprężenia i odkształcenia w zadaniu wg rys.1 mają następującą postać:

$$\boldsymbol{\sigma} \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & \sigma_{\varphi\varphi} & 0 \\ \sigma_{rz} & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} & 0 & \varepsilon_{rz} \\ 0 & \varepsilon_{\varphi\varphi} & 0 \\ \varepsilon_{rz} & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Wobec powyższego wzory na nieuporządkowane naprężenia główne w zagadnieniach osiowosymetrycznych są następujące:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\sigma_{rr} + \sigma_{zz} \pm \sqrt{4\sigma_{rz}^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2} \right), \quad \sigma_3 = \sigma_{\varphi\varphi}. \quad (3)$$

Naprężenie $\sigma_{\varphi\varphi}$ jest jednym z nieuporządkowanych naprężeń głównych stanu naprężenia. Natomiast wzory na uporządkowane naprężenia główne: $\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}$, są następujące:

$$\sigma_I = \sqrt{\frac{1}{3}}\xi + \sqrt{\frac{2}{3}}r \cos \Theta, \sigma_{II} = \sqrt{\frac{1}{3}}\xi + \sqrt{\frac{2}{3}}r \cos\left(\Theta - \frac{2}{3}\pi\right), \sigma_{III} = \sqrt{\frac{1}{3}}\xi + \sqrt{\frac{2}{3}}r \cos\left(\Theta + \frac{2}{3}\pi\right), \quad (4)$$

gdzie

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma}, \quad \Theta = \frac{1}{3} \arccos \left[\frac{\sqrt{6} \operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma}^3}{\sqrt{r^3}} \right] \quad \text{i} \quad \Theta \in \left[0, \frac{\pi}{3} \right],$$

$$r = \|\mathbf{s}\| = \sqrt{\operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma}^2} \geq 0, \quad \mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{\sqrt{3}} \xi \mathbf{I}, \quad \mathbf{s} - \text{dewiator naprężenia, } \mathbf{I} - \text{tensor jednostkowy.}$$

Wzory (3) i (4) definiują oczywiście niezmienniki tensora naprężenia. Analogiczne wzory są dla odkształceń głównych. Rozróżnienie między uporządkowanymi i nieuporządkowanymi wartościami własnymi jest istotne w interpretacji wyników zadań i hipotez wytrzymałościowych, patrz pkt.3.

2.2. Metoda elementów skończonych

Sformułowane w pkt.2.1 zadanie można także rozwiązać stosując metody numeryczne tzn. metodę elementów brzegowych albo metodą elementów skończonych. Najpopularniejszą obecnie metodą jest metoda elementów skończonych (MES), w której powinny być uwzględnione nieograniczone elementy skończone, tak jak np. w programie ABAQUS. Z doświadczeń numerycznych autora wynika, że otrzymuje się porównywalną dokładność wyniku rozwiązania zadania MES i rozwiązania analityczno-numerycznego przy odpowiedniej konstrukcji siatki MES o kilku tysiącach stopni swobody (przy wykorzystaniu symetrii zadania i elementów osiowosymetrycznych). Standardowo w programie ABAQUS dostępne są opcje wyznaczenia (i wykreślenia wykresów warstwicznych i wykresów w danych przekrojach) normy przemieszczenia oraz uporządkowanych naprężeń i odkształceń głównych, por. pkt.3.

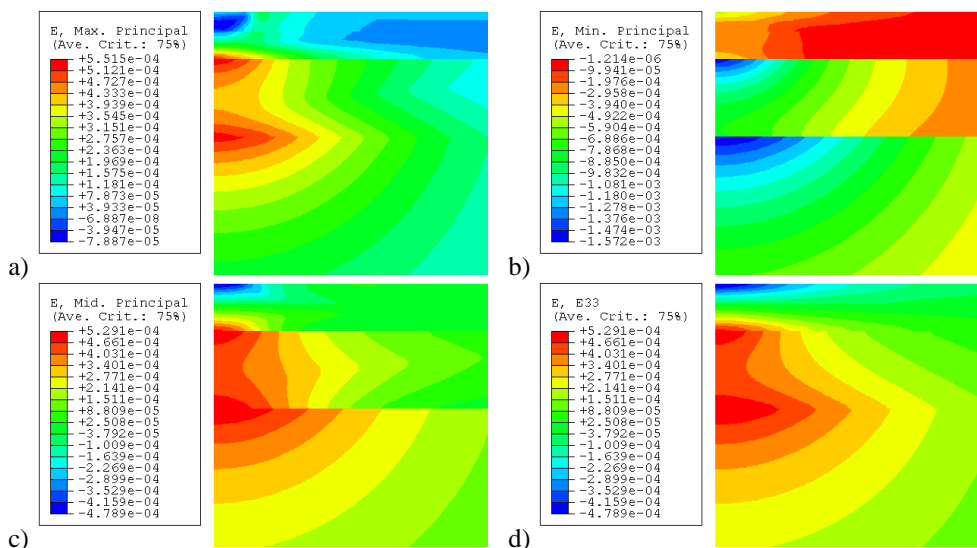
Wybrane wyniki przykładowego zadania wg danych z tab.1, pokazano na rys.2.

Tab.1. Parametry materiałowe liniowej sprężystości poszczególnych warstw

	Moduł Younga	Stała Poissona
(W1) Warstwa ścieralna: 5 cm (Beton asfaltowy o strukturze zamkniętej)	19.3 GPa	0.25
(W2) Podbudowa zasadnicza: 7 cm (Beton asfaltowy o strukturze częściowo zamkniętej)	18.1 GPa	0.25
(W3) Podbudowa pomocnicza: 20 cm	0.4 GPa	0.3
(W4) Podłoże bezpośrednio pod konstrukcją nawierzchni dla ruchu kategorii od KR3 do KR6	0.12 GPa	0.3

W zadaniu MES przyjęto $q=6.5$ MPa (kilkakrotnie zwiększone ciśnienie pod kołem typowego samochodu) i $a=10$ cm, co daje wypadkowe obciążenie ok. 204.2 [kN]. Zadanie jest liniowe więc wyniki zawsze można przeskalać przez wartość q . Zamodelowano

obszar o wymiarach 2m x 2m. *Siatka MES* składa się z 20000 elementów czterowzłowych, 20301 węzłów (40602 niewiadomych) i jest równomierna (100x200 elementów). Założono zerowe przemieszczenia na brzegu dolnym i prawym modelowanego podobzaru półprzestrzeni warstwowej. Wpływ warunków brzegowych na wartości poszukiwanych pól odkształceń i naprężeń jest pomijalny, natomiast ekstremalne przemieszczenie pionowe jest o kilka procent mniejsze niż w przypadku modelowania siatki MES z zastosowaniem nieograniczonych elementów skończonych albo rozwiązania analityczno-numerycznego.



Rys.2. Wykresy warstwowe: a) maksymalnych odkształceń głównych ε_I , b) minimalnych odkształceń głównych ε_{III} , c) pośrednich odkształceń głównych ε_{II} , d) składowej odkształcenia $\varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_3$

Na rys.2 zamieszczono tylko przykładowe wyniki rozwiązania zadania. Zauważmy różnice między drugim uporządkowanym naprężeniem głównym a odkształceniem obwodowym, por. wzory (3) i (4) gdzie podstawiamy odkształcenia zamiast naprężeń.

3. KRYTERIA NOŚNOŚCI SPRĘŻYSTEJ

3.1. Ogólne uwagi o hipotezach wyężeniowych

Hipoteza wyężeniowa o postaci: $f(\boldsymbol{\sigma}) \leq 0$ lub $f(\boldsymbol{\varepsilon}) \leq 0$, w przypadku materiałów izotropowych może być w ogólności zależna od dowolnych trzech nieredukowalnych niezmienników symetrycznego tensora drugiego rzędu. Wobec tego funkcja $f(\boldsymbol{\sigma})$ skonstruowana jest z argumentów, które są funkcjami symetrycznymi nieuporządkowanych naprężeń głównych σ_i ($i = 1, 2, 3$):

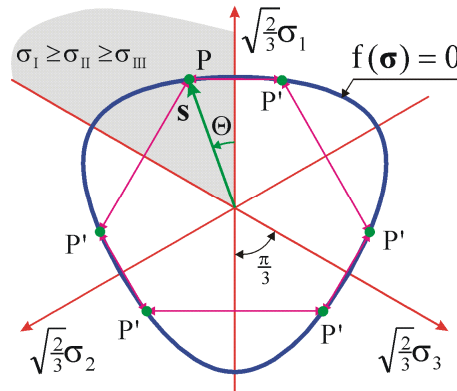
$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\sigma}) &= \bar{f}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \bar{f}(\sigma_2, \sigma_3, \sigma_1) = \bar{f}(\sigma_3, \sigma_1, \sigma_2) \\ &= \bar{f}(\sigma_1, \sigma_3, \sigma_2) = \bar{f}(\sigma_3, \sigma_2, \sigma_1) = \bar{f}(\sigma_2, \sigma_1, \sigma_3) \leq 0, \end{aligned} \quad (5)$$

czyli jest niezmiennicza względem grupy permutacji parzystych i nieparzystych zbioru $\{\sigma_i\}$. Interpretację własności (5) w zastosowaniu do powierzchni $f(\boldsymbol{\sigma}) = 0$ w płaszczyźnie dewiatorowej pokazano na rys.3. W przestrzeni nieuporządkowanych naprężeń głównych (5) implikuje symetrię powierzchni $f(\boldsymbol{\sigma}) = 0$ względem płaszczyzn południkowych.

W przypadku korzystania ze zbioru uporządkowanych naprężeń głównych hipotezę wytężeniową określamy następująco:

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \hat{f}(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}) \leq 0, \quad (6)$$

przy czym należy pamiętać, że wystarczy zdefiniować ją w przedziale $0 \leq \Theta \leq \pi/3$, rys. 3.



Rys.3. Interpretacja geometryczna niezmienniczości (symetrii wykresu) skalarnej funkcji izotropowej względem grupy permutacji zbioru naprężeń głównych. Obszar cieniowany (1/6 płaszczyzny) oznacza zakres definicji funkcji skalarnej zależnej od uporządkowanych naprężeń głównych

3.2 Hipoteza Culomba-Mohra i Druckera-Pragera

Hipotezę modelującą stan graniczny w ośrodkach sypkich (gruntowych) sformułował Coulomb (1776) i później modyfikował i dyskutował Mohr (1900). Hipotezę Culomba-Mohra (CM) stosuje się w mechanice gruntów, skał, betonu i mieszanek mineralno asfaltowych.

W przestrzennym stanie naprężenia definicję hipotezy CM, w postaci (6), przedstawiamy następująco:

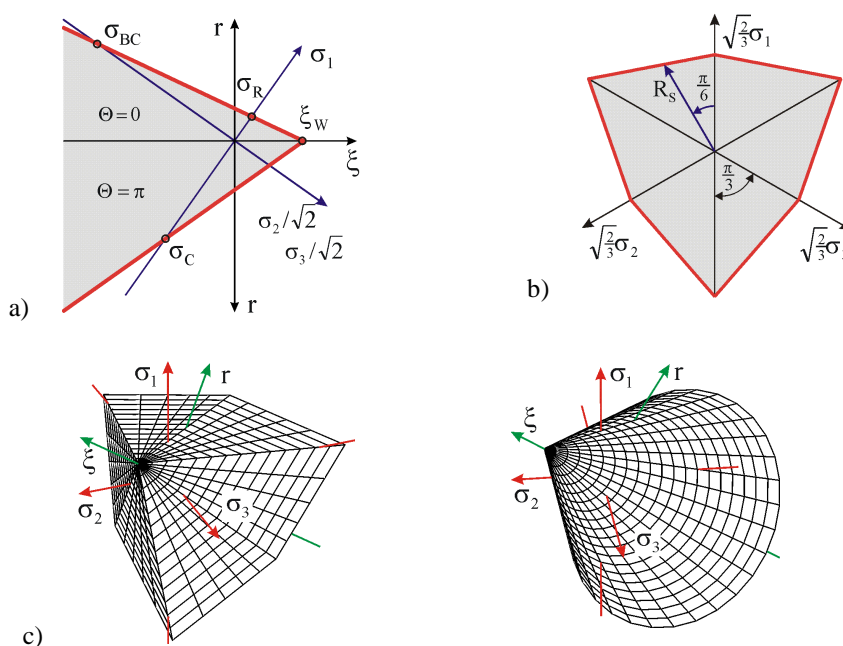
$$\sigma_I - \sigma_{III} - (\sigma_I + \sigma_{III}) \sin \phi - 2c \cos \phi \leq 0. \quad (7)$$

Parametr c nazywamy kohezją (spójnością), zaś ϕ kątem tarcia wewnętrznego.

Dysponując wartościami granicznych naprężeń wyznaczonych w testach jednoosiowego rozciągania σ_R i ściskania σ_C hipotezę (7) możemy przekształcić do postaci,

$$\sigma_I - \sigma_{III} + \frac{m-1}{m+1}(\sigma_I + \sigma_{III}) - \frac{2m}{m+1}\sigma_R = 0, \quad (8)$$

gdzie $\sigma_C = m\sigma_R$. Zauważmy, że gdy $m \rightarrow \infty$, to z (8) uzyskamy hipotezę Rankine'a ekstremalnego naprężenia głównego.



Rys.4. Hipoteza Coulomba-Mohra dla $m=4$: a) przekrój południkowy, b) przekrój dewiatorowy $\xi = \text{const}$, c) wykres przestrzenny, d) hipoteza Druckera-Pragera dla $m=2$. Obszar cieniowany na przekrojach oznacza bezpieczne stany naprężenia

Drucker i Prager (DP) hipotezę tę sformułowali w 1952 roku w zastosowaniu do gruntów. Jest ona gładką aproksymacją hipotezy Coulomba-Mohra, por. rys.4. Stosując niezmienniki $\{\xi, r, \Theta\}$ postać hipotezy jest następująca:

$$\sqrt{2} \frac{m-1}{m+1} \xi + r - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{2m}{m+1} \sigma_R = 0, \quad \text{przy} \quad \xi \leq \xi_w = \frac{2m}{\sqrt{3}(m-1)} \sigma_R. \quad (9)$$

Dla betonu, skał i gruntów zwykle mamy $m > 3$, co implikuje stosowanie dwóch powierzchni typu (9), jedną dla strefy rozciągania i drugą dla ściskania, aby poprawnie opisać wyężenie wspomnianych materiałów obserwowane w doświadczeniach.

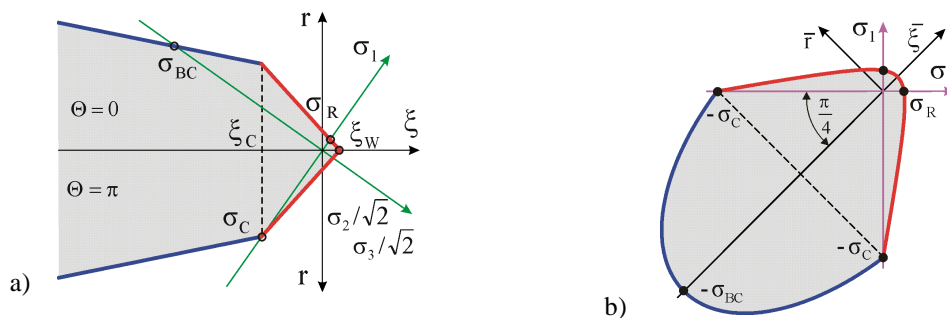
Wykorzystując testy jednoosiowego ściskania σ_c i dwuosiowego równomiernego ściskania σ_{BC} uzyskamy obecnie hipotezę DP w postaci,

$$\sqrt{2} \frac{\alpha-1}{2\alpha-1} \xi + r - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\alpha}{2\alpha-1} \sigma_c = 0, \quad \text{dla} \quad \xi \leq \xi_c = -\frac{\sigma_c}{\sqrt{3}}, \quad (10)$$

gdzie wprowadzono oznaczenie, takie że $\sigma_{BC} = \alpha\sigma_c$. Natomiast wzór (10) obecnie obowiązuje w przedziale $\xi_c < \xi \leq \xi_w$.

Wykresy hipotezy (9) i (10), w postaci przekrojów południkowych, pokazano na rys.5a, gdzie zaznaczono charakterystyczne punkty. Natomiast na rys.5b pokazano przekroje płaskie obu powierzchni wg PSN.

W literaturze stosuje się także inne, bardziej złożone, hipotezy wyężeniowe dla gruntów i warstw mineralno-asfaltowych, por. [1,2,4,9].



Rys.5. Zmodyfikowana hipoteza Druckera-Pragera złożona z dwóch powierzchni dla $m = 8$ i $\alpha = 1.2$: a) przekrój południkowy, b) płaski stan naprężenia

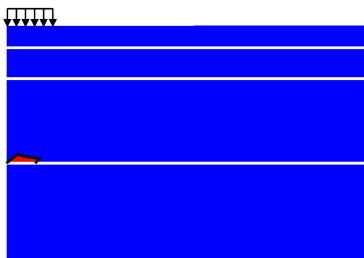
3.3. Przykład

Jako ilustrację określenia nośności sprężystej podatnej nawierzchni drogowej stosujemy hipotezę CM i kontynuujemy przykład podany w punkcie 2.2. W tym celu konieczne są dodatkowe dane, które przyjęto wg tab.2.

Tab.2. Parametry materiałowe hipotezy CM poszczególnych warstw

	c [kPa]	ϕ [deg]
(W1) Warstwa ścieralna	5000	20
(W2) Podbudowa zasadnicza	5000	20
(W3) Podbudowa pomocnicza	60	45
(W4) Podłoże pod konstrukcją nawierzchni	80	20

Przekroczenie wartości dopuszczalnych naprężeń wystąpi dla obciążenia $0.2075q$ (patrz dane do zadania z pkt. 2.2) w dolnej części warstwy W3, czyli w podbudowie, por. rys.6



Rys. 6. Schematyczny rysunek podobszaru (w dolnej części warstwy W3), w którym wystąpiło przekroczenie dopuszczalnej nośności sprężystej podatnej nawierzchni drogowej

4. WNIOSKI

Zagadnienia sprężystej półprzestrzeni warstwowej, obciążonej siłami na powierzchni koła można rozwiązywać z wykorzystaniem metod analityczno-numerycznych lub MES i np. programu ABAQUS. Dokładność (rzędu kilku procent) rozwiązania MES jest porównywalna z rozwiązaniem analityczno-numerycznym jeżeli w zadaniu brzegowym zastosujemy odpowiednią siatkę MES o kilku tysiącach stopni swobody. W pracy przedstawiono koncepcję oceny nośności sprężystej podatnej nawierzchni drogowej. Główną uwagę skupiono na interpretacji rozwiązania zadania. Szczegółowy przykład dotyczył najczęściej stosowanego w projektowaniu modelu obliczeniowego, wg rys.1, w którym zastosowano hipotezę CM (patrz pkt.3.2), z różnymi parametrami materiałowymi dla poszczególnych warstw. Zaproponowano także modyfikację hipotezy DP, aby bardziej realistycznie i stosunkowo prosto przedstawić wyężenie materiałów poszczególnych warstw. Ponieważ powierzchnie typu DP są kołami w przekroju południkowym, co nie jest zgodne z doświadczeniami, to ważne jest w jaki sposób wykonujemy aproksymacje prób wyężeniowych w aparacie trójosiowego ściskania. Z reguły (w przypadku gruntów, skał, betonu, itp.) tzw. południk rozciągania dla $\Theta = 0$, $\sigma_I \geq \sigma_{II} = \sigma_{III}$, „leży” w płaszczyźnie południkowej poniżej tzw. południka ściskania dla $\Theta = \pi/3$ ($\sigma_I = \sigma_{II} \geq \sigma_{III}$). Wobec tego, jeżeli chcemy być po stronie bezpiecznej, ustalenie parametrów zmodyfikowanej hipotezy DP powinno wynikać z aproksymacji wyników testów wytrzymałościowych dla południka rozciąganego.

Na osi symetrii zadania wg rys.1 reprezentacje tensorów naprężenia i odkształcenia mają postać diagonalną i są nieuporządkowanymi naprężeniami i odkształceniami głównymi. Wobec tego, sposób sprawdzania i porównywania naprężeń i odkształceń ze wzorami empirycznymi, w celu prawidłowego zaprojektowania nawierzchni drogowych, stosowany w Katalogu [10] nie budzi nieporozumień interpretacyjnych, gdyż wielkości ekstremalne występują na osi symetrii zadania. Występują natomiast trudności interpretacyjne wyników zadań, w których występuje obciążenie nawierzchni od kilku kół. Zastosowanie odpowiednich hipotez wyężeniowych dla poszczególnych warstw konstrukcyjnych nawierzchni drogowych, łącznie z procedurą wyszukiwania ich ekstremalnych wartości pozwala te trudności wyeliminować. W celu jednak określenia nośności sprężystej nawierzchni drogowej najistotniejsze jest jednak prawidłowe dobranie

parametrów materiałowych, zarówno stałych sprężystości jak i parametrów wyężeniowych zastosowanych hipotez. Na przykład moduły Younga mieszanek mineralno asfaltowych w zależności o temperatury (lato-zima, itp.) mogą zmieniać się o rząd wielkości, patrz np. [8] oraz materiał drogi w trakcie jej eksploatacji ulega degradacji [7]. Wobec tego szczegółowa analiza przedstawionego w tej pracy zadania powinna być dalej kontynuowana.

Podziękowania: Praca została wykonana w ramach Grantu Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego nr.N506 0974 33.

5. LITERATURA

- [1] Chen, W.F., Saleeb, A.F.: *Constitutive Equations for Engineering Materials*. Vol. I and II, Elsevier, Amsterdam 1994.
- [2] Desai, C.S. (ed.): *Advances in finite element modelling of rigid pavements*. Special Issue of International Journal of Geomechanics, Vol. 1, No. 3, 2001.
- [3] Jemioło S.: *Osiowo-symetryczne zagadnienia Bousinesq*, XV Russian-Slovak-Polish Seminar: Theoretical Foundations of Civil Engineering, Moscow-Rostov on Don, B. Rymsza, Sz. Lutomirski, V. Vasilkov, I. Drevený [eds], str. 109-118, Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa 2006.
- [4] Loizos A., Scarpas T. and Al-Quadi I. (eds), (2007): *Advanced Characterisation of Pavement and Soil Engineering Materials*, Proceedings of the International Conference on Advanced Characterization of Pavement and Soil Engineering Materials, Athens, Greece, vol.1&2, Taylor & Francis Group.
- [5] Piłat J., Radziszewski P.: *Nawierzchnie asfaltowe*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 2004.
- [6] Poulos H.G., Davis E.H.: *Elastic solutions for soil and rock mechanics*, John Wiley & Sons, Inc., New York-Toronto, 1973.
- [7] Raad, L. and Minassian, G., (2005): *The Influence of Granular Base Characteristics on Upper Bound Shakedown of Pavement Structures*, International Journal of Road Materials and Pavement Design, Vol. 6, No. 1, pp 53-79.
- [8] Salem H.M., Bayomy F.M., Al-TaHER M.G., Genc I.H.: *Using long-term pavement performance data to predict seasonal variation in asphalt concrete modulus*, Transportation Research Record J. of TRB, No. 1896, 2004, pp. 119-128.
- [9] Scarpas, A. & Shourkry, S.N. (ed.) 2002. *3D Finite element modelling of pavement structures*. Proc. Third Intern. Symp. on 3D Finite Element for Pavement Analysis, Design and Research, 2-5 April 2002. Amsterdam.
- [10] Sybilski D. [przew. Grupy Roboczej], *Katalog wzmocnień i remontów nawierzchni podatnych i półsztywnych*, Instytut Badawczy Dróg i Mostów, Branżowy Ośrodek Informacji Naukowej, Technicznej i Ekonomicznej Drogownictwa, Warszawa 2001.
- [11] Szydło A.: *Nawierzchnie drogowe z betonu cementowego, teoria, wymiarowanie, realizacja*, Polski Cement, Kraków 2004.
- [12] Wolfram S.: *The MATHEMATICA book*, Wolfram Media/Cambridge University Press, 1996.
- [13] ABAQUS/Standard user's manuals, Version 6.1., 2000, Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket.