

Stanisław Krzyżaniak
Instytut Logistyki i Magazynowania

Między teorią a praktyką zarządzania zapasami (cz. 2)

O skutkach błędów w wyznaczaniu odchylenia standardowego popytu w cyklu uzupełniania zapasu¹

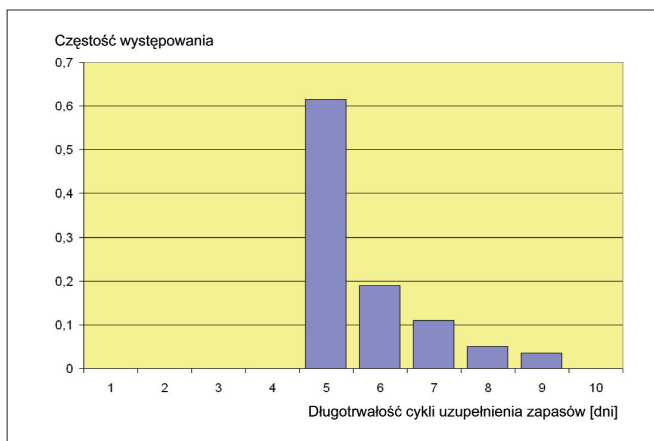
W pierwszym artykule z cyklu „Między teorią a praktyką zarządzania zapasami”² przedstawiony został wykaz różnych, potencjalnych przyczyn, dla których praktyczna realizacja klasycznych modeli odnawiania zapasów bardzo często różni się znacznie od poczynionych założeń. Są one punktem wyjścia do omawianych w kolejnych częściach cyklu:

- przykładów błędów w założeniach i obliczeniach, skutkujących odległymi od oczekiwanych wartości wskaźników poziomu obsługi lub kosztów, a także
- sytuacji, w których proste i wygodne rozwiązania teoretyczne w konfrontacji z rzeczywistymi warunkami wymagają korekt, dla uniknięcia takich odstępstw.

Przykłady te – dla uproszczenia – są przedstawiane dla klasycznego systemu odnawiania zapasu, opartego na poziomie informacyjnym.

W pierwszym artykule omówiono wpływ błędów w określaniu rzeczywistego czasu cyklu uzupełniania zapasów (zaniżania jego długotrwałości) na realizację uzupełniania zapasów, a zwłaszcza na zmniejszanie rzeczywistego poziomu obsługi. W niniejszym artykule zaprezentowany zostanie problem błędów, polegających na niepoprawnym oszacowaniu odchylenia standardowego popytu w cyklu uzupełnienia zapasu przez błędne określenie zmienności popytu lub czasu cyklu uzupełnienia. Przedstawione zostaną dwie sytuacje, nierzadko obserwowane w praktyce, polegające na:

- nie uwzględnianiu odchylenia standardowego czasu cyklu uzupełnienia, w sytuacji gdy w istocie podlega on zmianom losowym



Rys. 1. Przykład rozkładu częstości występowania długotrwałości cyklu uzupełnienia.

- zawiązaniu odchylenia standardowego losowych zmian popytu przez błędne traktowanie pewnych wielkości popytu jako losowe, podczas gdy w rzeczywistości są one przewidywalne (na przykład dodatkowe zamówienia składane z większym wyprzedzeniem).

Omawiane poniżej błędy występują szczególnie często w sytuacji, gdy pomocnicze obliczenia poziomu informacyjnego (często określanego również jako punkt ponownego zamówienia) prowadzone są przy pomocy prostych aplikacji, opartych na arkuszu kalkulacyjnym, przy dużej liczbie danych.

Nieuwzględnianie zmian losowych czasu cyklu uzupełnienia zapasu.

Losowe opóźnienia dostaw, a mówiąc precyzyjniej, losowe zmiany czasu trwania cyklu uzupełnienia zapasu, mogą mieć różne źródła:

- zmienności (najczęściej) wydłużenia czasu wytwarzania lub kompletacji
- opóźnienia w transporcie i/lub rozładunku, spowodowane na przykład względami pogodowymi, problemami związanymi z ruchem drogowym itp. Taka sytuacja może dotyczyć zarówno dostaw drogą morską na przykład z Chin, gdzie opóźnienia będą mierzone w tygodniach, jak i dostaw Just-in-Time, gdzie znaczenie będą miały nieprzewidziane opóźnienia rzędu 30 minut.

Losowe zmiany czasu cyklu uzupełnienia można opisać rozkładem częstości występowania, podobnie jak to się robi w odniesieniu do losowych zmian popytu, tworząc coś w rodzaju „profilu czasu cyklu uzupełnienia”. Trzeba tu jednak zaznaczyć, że rozkład częstości rzadko będzie zgodny z rozkładem normalnym. Będą to raczej rozkłady niesymetryczne, w których tak zwana dominanta rozkładu (wartość najczęściej występująca) będzie zgodna na przykład z ustaleniami z dostawcą, natomiast z pewnym prawdopodobieństwem będą występowały wartości większe, stanowiące zagrożenie dla prawidłowej realizacji procesu odnawiania zapasu. Rysunek 1 przedstawia przykład takiego rozkładu. Jednak niezależnie od kształtu profilu, podobnie jak to ma miejsce w przypadku rozkładów popytu, kluczowymi, obliczanymi parametrami będą tu: wartość średnia i odchylenie standardowe czasu cyklu uzupełnienia. Ich znajomość, obok znajomości wartości średniej i odchylenia standardowego popytu (odniesionych do przyjętej jednostki czasu), jest konieczna do obliczenia wartości średniej i odchylenia standardowego popytu w czasie cyklu

¹ Artykuł recenzowany (przyp. red.).

² S. Krzyżaniak. Między teorią a praktyką zarządzania zapasami – o znaczeniu prawidłowego określania czasu cyklu uzupełnienia, Logistyka 5/2008 str.23-27.

uzupełnienia, co jest kluczowe dla prawidłowego określenia zapasu zabezpieczającego, a dalej poziomu informacyjnego lub maksymalnego zapasu, będących parametrami sterującymi dwóch podstawowych systemów odnawiania zapasu, odpowiednio: systemu opartego na poziomie informacyjnym oraz systemu przeglądu okresowego. Przypomnijmy, że pełna formuła, służąca obliczaniu odchylenia standardowego popytu w cyklu uzupełnienia zapasu, ma postać:

$$\sigma_{PT} = \sqrt{\sigma_P^2 \cdot T_{sr} + \sigma_T^2 \cdot P_{sr}} \quad [1],$$

gdzie:

P_{sr} – średnia wielkość popytu w przyjętej jednostce czasu,

σ_P – odchylenie standardowe popytu,

T_{sr} – średni czas cyklu uzupełnienia zapasu,

σ_T – odchylenie standardowe czasu cyklu uzupełnienia.

Korzystając z tego wzoru należy zwrócić uwagę na konieczność zgodności jednostek. Średni czas cyklu uzupełnienia i jego odchylenie standardowe muszą być mierzone w takich jednostkach czasu, dla jakich określono średni popyt i jego określenie standardowe. Na przykład, jeśli średni popyt jest popytem tygodniowym, to średni czas cyklu uzupełnienia (i jego odchylenie standardowe) muszą być wyrażone w tygodniach.

Trzeba zauważyć, że często jednak wzór [1] jest upraszczany do postaci:

$$\sigma_{PT} = \sigma_P \cdot \sqrt{T_{sr}} \quad [2]$$

co oznacza założenie o niezmienności czasu cyklu uzupełnienia. Takie założenie wynika też często z braku danych o rzeczywistych czasach trwania kolejnych cykli uzupełnień. Jednak często, nawet w przypadku braku takich danych, można oszacować oba parametry: T_{sr} i σ_T na podstawie innych informacji.

Przykład 1.

Można podjąć próbę oszacowania obu parametrów rozkładu poprzez zdobycie odpowiedzi na pytania:

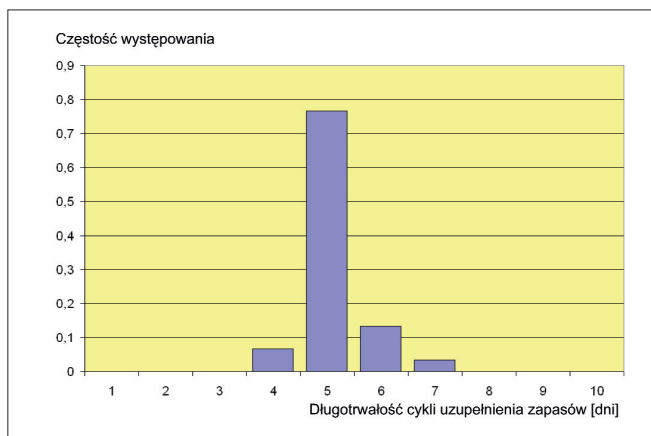
1. Jaka jest najczęściej występująca wartość czasu cyklu uzupełnienia? (np. 5 tygodni),
2. Czy zdarzają się czasy krótsze? Tak, czasem są to 4 tygodnie. Ile razy w roku się zdarza taka sytuacja? 1 - 3 razy w roku (a więc średnio 2 razy w roku),
3. Czy zdarzają się czasy dłuższe i ile razy w roku taka sytuacja się zdarza? Tak, czasem jest to 6 tygodni (3 - 5 razy w roku, czyli średnio 4 razy), a nawet 7 tygodni (średnio raz w roku).

Teraz wystarczy tylko określić liczbę dostaw w roku (np. 30 dostaw) i można:

- wyznaczyć liczbę cykli o dominującej długości – 23 cykle (30 - 2 - 4 - 1)
- określić przybliżony profil czasu cyklu uzupełnienia (rys. 3) oraz
- oszacować wartość średnią i odchylenie standardowe:

$$T_{sr} = \frac{2}{30} \cdot 4 + \frac{23}{30} \cdot 5 + \frac{4}{30} \cdot 6 + \frac{1}{30} \cdot 7 = 5,13 \text{ tygodnia}$$

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{2}{30} \cdot (4 - T_{sr})^2 + \frac{23}{30} \cdot (5 - T_{sr})^2 + \frac{4}{30} \cdot (6 - T_{sr})^2 + \frac{1}{30} \cdot (7 - T_{sr})^2} \cdot \left(\sqrt{\frac{30}{30-1}} \right) = 0,571$$



Rys. 2. Rozkład częstości występowania długości cyklu uzupełnienia dla rozpatrywanego przykładu 1.

Z pewnością taki sposób obliczenia zmienności czasu nie jest dokładny, jest to jednak rozwiązanie lepsze, niż pominięcie tej zmienności.

Przyjmijmy, że dla omawianego przypadku średni popyt tygodniowy wynosi $P_{sr} = 550$ jednostek, przy odchyleniu standardowym $\sigma_P = 150$ jednostek. Przy pominięciu zmienności losowej czasu cyklu uzupełnienia zapasu i przyjęciu, że czas cyklu uzupełnienia jest równy $T = 5$ tygodni, i zastosowaniu wzoru [2], otrzymamy:

średni popyt w cyklu uzupełnienia zapasu:

$$P_{T_{sr}(1)} = P_{sr} \cdot T = 550 \cdot 5 = 2\,750 \text{ jednostek.}$$

odchylenie standardowe w cyklu uzupełnienia:

$$\sigma_{PT_1} = \sigma_P \cdot \sqrt{T} = 150 \cdot \sqrt{5} = 335,41 \text{ jednostek.}$$

Przyjmując poziom obsługi, liczony jako prawdopodobieństwo obsłużenia popytu, równy 95% (dla którego współczynnik bezpieczeństwa – przy założeniu rozkładu normalnego – jest równy 1,645), poziom informacyjny zapasu jest równy:

$$ZI_1 = P_{sr} \cdot T + \omega \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{T} = 2\,750 + 1,645 \cdot 150 \cdot \sqrt{5} \approx 3\,302 \text{ jednostki}$$

Uwzględnienie odchylenia standardowego czasu cyklu uzupełnienia da jednak inne wyniki:

$$P_{T_{sr}(2)} = P_{sr} \cdot T_{sr} = 550 \cdot 5,13 = 2\,823 \text{ jednostek}$$

$$\sigma_{PT_2} = \sqrt{\sigma_P^2 \cdot T_{sr} + \sigma_T^2 \cdot P_{sr}} = \sqrt{150^2 \cdot 5,13 + 0,571^2 \cdot 550^2} = 462,87$$

$$ZI_2 = P_{sr} \cdot T_{sr} + \omega \cdot \sigma_{PT} = 2\,823 + 1,645 \cdot 462,87 \approx 3\,585 \text{ jednostek}$$

Widać, że uwzględnienie zmienności losowej czasu cyklu uzupełnienia zapasu oznacza wyższe poziomy zarówno od-

chylenia standardowego w cyklu uzupełnienia, zapasu zabezpieczającego, jak i poziomu informacyjnego zapasu. Zatem i tutaj – podobnie, jak to przedstawiono w poprzednim artykule cyklu – nie uwzględnienie tej zmienności i przyjęcie niższego poziomu zapasu zabezpieczającego (wobec pozostałych rzeczywistych wielkości, uwzględniających zmienność czasu) będzie oznaczało zaniżenie poziomu obsługi:

$$\omega^* = \frac{ZI_1 - P_{T_{sr}(2)}}{\sigma_{PT_2}} = \frac{3\,302 - 2\,823}{462,87} = 1,034$$

Tej wartości współczynnika bezpieczeństwa odpowiada poziom obsługi 84,9%. Brak w zapasie będzie występował trzykrotnie częściej, niż to założono (w 15% cykli, wobec założonych 5%).

Zmienność czasu cyklu uzupełnienia można też oszacować na podstawie ogólnych informacji, dotyczących odnawiania zapasu.

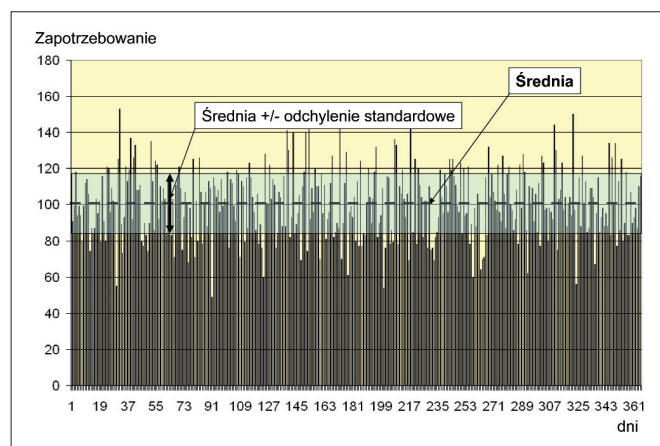
Przykład 2.

Rozpatrzmy następujący przypadek:

firma będąca dostawcą podzespołów dla producenta wyrobów finalnych utrzymuje pewien ich zapas, ponieważ zamówienia są zmienne i składane z wyprzedzeniem, o czasie krótszym ($T_z = 1$ dzień), niż czas montażu podzespołów. Zasadniczo czas ten jest równy, bowiem $T_m = 2$, a w pewnych sytuacjach, omówionych poniżej, może być równy 3 dni. Zapas uzupełniany jest w systemie opartym na poziomie informacyjnym, przy czym wielkość partii wynosi 700 sztuk. Rysunek 3 pokazuje przykładowe, roczne zapotrzebowanie, składane przez odbiorcę, który produkuje w systemie 7 dni w tygodniu. Odbiorca wymaga bardzo wysokiej gotowości dostaw i dlatego poziom obsługi (prawdopodobieństwo obsłużenia popytu) został ustalony na poziomie 99,5%.

Dostawca prowadzi kompletację codziennie, jednak w niedziele nie uruchamia się montażu podzespołów. Oznacza to konieczność uwzględnienia niepewności, co do dotrzymania przyjętego czasu $T_m = 2$ dni. Oszacowanie wartości średniej i odchylenia standardowego czasu T_m można przeprowadzić następująco:

- w przypadku, gdy konieczność podjęcia montażu podzespołów (osiągnięcie poziomu informacyjnego) wypadnie



Rys. 3. Zmienność popytu (dane historyczne) dla przykładu 2. Dla ilustracji problemu zaznaczono średni poziom zapotrzebowania i jego odchylenie standardowe.

w niedzielę, poniedziałek, wtorek, środę lub w czwartek – czas realizacji wyniesie $T_{m1} = 2$ dni

- w przypadku, gdy nastąpi to w piątek lub w sobotę, czas ten wyniesie $T_{m2} = 3$ dni. Zakładając, że konieczność odnowienia zapasu może wypaść w każdy z tych dni z jednakowym prawdopodobieństwem, to średni czas cyklu uzupełnienia wyniesie:

$$T_{m_{sr}} = \frac{5}{7} \cdot T_{m1} + \frac{2}{7} \cdot T_{m2} = \frac{5}{7} \cdot 2 + \frac{2}{7} \cdot 3 = 2,286 \text{ dnia}$$

natomiast odchylenie standardowe:

$$\sigma_{T_2} = \sqrt{\frac{5}{7} \cdot (2 - T_{2sr})^2 + \frac{2}{7} \cdot (3 - T_{2sr})^2} = 0,452$$

Znając średnie zapotrzebowanie dzienne i jego odchylenie standardowe (dla danych z rysunku 3 są to: $P_{sr} = 100,3$ sztuk i $\sigma_P = 18,63$ sztuki) można, stosując wcześniej wspomniane wzory, obliczyć niezbędne parametry przyjętego systemu odnawiania zapasu.

Zapaw zabezpieczający:

$$ZB = \omega \cdot \sqrt{\sigma_P^2 \cdot T_{m_{sr}} + \sigma_T^2 \cdot P_{sr}} = 2,546 \cdot$$

$$\cdot \sqrt{18,63^2 \cdot 2,286 + 0,452^2 \cdot 100,3^2} \approx 138 \text{ sztuk}$$

Poziom informacyjny zapasu:

$$ZI = P_{sr} \cdot T_{m_{sr}} + \omega \cdot \sqrt{\sigma_P^2 \cdot T_{m_{sr}} + \sigma_T^2 \cdot P_{sr}} \approx 362 \text{ sztuki}$$

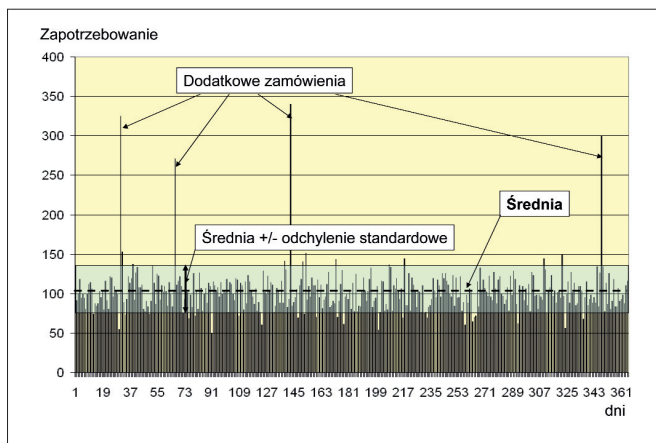
Warto zauważyć, że powyższy sposób obliczeń może być także wykorzystany przy prowadzeniu szacunków ex-ante, tylko na podstawie ogólnego opisu sposobu odnawiania zapasu.

Uwzględnianie przy obliczaniu odchylenia standardowego popytu wielkości nie będących wielkościami losowymi.

Przyjrzyjmy się teraz skutkom przyjęcia, jako losowe, pewnych wielkości popytu, które w rzeczywistości nie mają takiego charakteru. Wcale nierzadko zdarza się, że takie przewidywalne wielkości popytu są w późniejszych analizach traktowane na równi z pozostałymi danymi.

Dla ilustracji tego zagadnienia rozważmy przykład 2 z następującą modyfikacją: oprócz typowo losowo zmiennego, dziennego zapotrzebowania ze strony odbiorcy, charakteryzującego się średnią $P_{sr} = 100,3$ i odchyleniem standardowym $\sigma_P = 18,63$ sztuki, w badanym okresie (na przykład w minionym roku) zdarzyły się czterokrotnie przypadki dodatkowych zamówień, składanych z wyprzedzeniem większym, niż 1 dzień i pozwalających na przygotowanie partii nie z zapasu, ale w drodze dodatkowego montażu. Wielkość tych dodatkowych zamówień wynosiła każdorazowo 200 sztuk. Rysunek 4 przedstawia szereg czasowy zapotrzebowania z uwzględnieniem tych dodatkowych zamówień. Niestety, w praktyce rzadko zdarza się możliwość dostępu do tego typu graficznej ilustracji. Może się zatem zdarzyć, że – w sposób automatyczny – dane te zostaną uwzględnione

w obliczeniach wartości średniej zapotrzebowania i jego odchylenia standardowego. Jakie są tego skutki?



Rys. 4. Zmienność popytu dla przykładu 2 uwzględniająca dodatkowe „nielosowe” zamówienia.

Obliczone w ten sposób średnie zapotrzebowanie i jego odchylenie standardowe wynoszą: $P_{sr^*} = 102,5$ i $\sigma_{p^*} = 28,64$ sztuki. Widać wyraźnie, że o ile zmiana wielkości średniej jest nieznaczna, to wzrost odchylenia standardowego jest już istotny. Zobaczmy, jakie to będzie miało skutki dla poziomu zapasów:

Zapas zabezpieczający:

$$ZB^* = \omega \cdot \sqrt{\sigma_{p^*}^2 \cdot T_{m_{sr}} + \sigma_T^2 \cdot P_{sr^*}^2} = 2,546 \cdot \sqrt{28,64^2 \cdot 2,286 + 0,452^2 \cdot 102,5^2} \approx 164 \text{ sztuki}$$

Poziom informacyjny zapasu:

$$ZI^* = P_{sr^*} \cdot T_{m_{sr}} + \omega \cdot \sqrt{\sigma_{p^*}^2 \cdot T_{m_{sr}} + \sigma_T^2 \cdot P_{sr^*}^2} \approx 398 \text{ sztuk.}$$

Widać, że zapas zabezpieczający jest niepotrzebnie większy o 26 sztuk, co stanowi prawie 19% jego uzasadnionej wielkości. Przy uwzględnieniu zapasu cyklicznego $ZC = 350$ sztuk (połowa ustalonej wielkości partii), nadmierny zapas stanowi 5% zapasu całkowitego.

Oczywiście, zwiększenie poziomu informacyjnego zapasu będzie oznaczało wzrost poziomu obsługi. Korzystając

z wcześniejszych przekształceń można obliczyć, że $\omega^* = 3,154$, co odpowiada prawdopodobieństwu obsłużenia zapotrzebowania na poziomie około 99,92%. Warto zauważyć, że w krótszym okresie czasu różnica pomiędzy takim poziomem obsługi, a poziomem założonym (przypomnijmy – 99,5%) będzie bardzo trudna do zaobserwowania.

Podsumowanie

W artykule zwrócono uwagę na skutki błędów popełnianych przy wyznaczaniu odchylenia standardowego popytu w cyklu uzupełniania zapasów, wynikających ze złego szacowania (bądź wręcz nieuwzględniania) zmienności czasu cyklu uzupełnienia zapasu, a także z błędów w obliczaniu odchylenia standardowego popytu, polegających na uwzględnianiu w obliczeniach – obok wielkości losowych – także popytu nie stanowiącego wielkości losowej (mogą to być w ogólnym przypadku dające się przewidzieć trendy i zmiany sezonowe, a także zamówienia składane z wyprzedzeniem, pozwalającym na podejmowanie na przykład produkcji lub montażu na zamówienie).

Niedoszacowanie odchylenia standardowego popytu w cyklu uzupełnienia zapasu (na przykład wskutek nie uwzględnienia zmienności czasu cyklu) prowadzi do zmniejszania rzeczywistego poziomu obsługi.

Nieuzasadnione zawyżanie wartości odchylenia standardowego popytu w cyklu uzupełnienia zapasu (na przykład poprzez przyjęcie do obliczeń zmienności popytu zmian „nielosowych”) powoduje tworzenie zapasu nadmiernego i nieuzasadnione, dodatkowe koszty związane z jego utrzymaniem.

LITERATURA:

1. Sarjusz-Wolski Zdzisław, *Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2000.
2. Krzyżaniak Stanisław, *Podstawy zarządzania zapasami w przykładach*, wyd. 4, ILiM, Poznań 2008.
3. Krzyżaniak Stanisław, *Między teorią a praktyką zarządzania zapasami – o znaczeniu prawidłowego określania czasu cyklu uzupełnienia*. Logistyka nr 5/2008.