

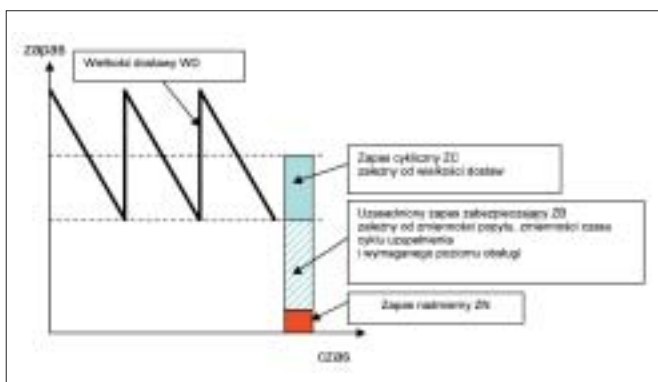
Stanisław Krzyżaniak
Instytut Logistyki i Magazynowania

Między teorią a praktyką zarządzania zapasami – o znaczeniu prawidłowego określania czasu cyklu uzupełnienia¹

Zapasy i właściwe kształtowanie ich wielkości wciąż pozostają w centrum zainteresowania menedżerów na różnych szczeblach zarządzania. Mimo rozwoju nowych koncepcji logistycznych nakierowanych na redukcję zapasów, wciąż, w wielu przypadkach zapewnienie żądanego poziomu obsługi opiera się na właściwie określonym zapasie zabezpieczającym, a określanie wielkości partii (dostaw) ciągle ma istotny wpływ na koszty.

Typowa struktura zapasu, pokazana na rysunku 1, wyróżnia trzy zasadnicze części:

- zapas cykliczny (bieżący, obrotowy) – wynikający z okresowych dostaw i bieżącego zużycia
- zapas zabezpieczający – będący uzasadnioną nieobrotową częścią zapasu, stanowiący zabezpieczenie przed losowymi „nieprognozowalnymi” wahaniami popytu i losowymi opóźnieniami dostaw, dla zapewnienia właściwego poziomu obsługi klienta
- zapas nadmierny jako nieuzasadniona część nieobrotowa.



Rys. 1. Typowa struktura zapasu.

Celem przygotowanego cyklu artykułów jest wskazanie zagrożeń, które mogą płynąć ze zbytniego „zaufania” klasycznym formułom, służącym obliczaniu wielkości sterujących odnawianiem zapasów. Formuły te są dobrze opisane w literaturze przedmiotu, a także są implementowane w większości dostępnych na rynku systemów informatycznych, wspomagających zarządzanie przedsiębiorstwami i łańcuchami dostaw. Problem w tym, że stosowanie tych formuł, a zwłaszcza poprawność otrzymywanych wyników, są uwarunkowane zazwyczaj określonymi założeniami i ograniczeniami.

W kolejnych artykułach zostaną przedstawione przykłady sytuacji, w których proste i wygodne rozwiązania teoretycz-

ne w konfrontacji z rzeczywistymi warunkami wymagają korekt. Zostaną przedstawione na przykładzie realizacji prostego systemu odnawiania zapasu opartego na poziomie informacyjnym. Pierwsza część cyklu będzie poświęcona części zabezpieczającej zapasu, część druga będzie dotyczyła części cyklicznej.

Odnawianie zapasu w systemie opartym na poziomie informacyjnym

Model zamawiania oparty na poziomie informacyjnym² funkcjonuje w oparciu o proste zasady:

- zamówienie może być złożone w dowolnym momencie
- zamówienie zostaje złożone w chwili, gdy wolny (dysponowany) zapas jest mniejszy lub równy wyliczonemu wcześniej poziomowi zapasu informacyjnego
- zapas wolny (ZW) jest obliczony następująco:

$$ZW = Z + ZZ - ZR$$

gdzie:

- Z – zapas w magazynie,
- ZZ – wcześniej złożone zamówienia i zapas w drodze,
- ZR – zapas zarezerwowany.

- zapas informacyjny wyznaczany jest z następującego wzoru:

$$ZI = P \cdot T + ZB \quad (1)$$

gdzie:

- P – średnie zapotrzebowanie (popyt) w przyjętej jednostce czasu (na przykład dzień),
- T – średni czas cyklu uzupełnienia zapasu (wyrażony w tych jednostkach),
- ZB – zapas zabezpieczający.

- zapas zabezpieczający, w podstawowym modelu, jest wyznaczany zgodnie z formułą:

$$ZB = \omega \cdot \sigma_{PT} \quad (2)$$

gdzie:

- ω – współczynnik bezpieczeństwa zależny od przyjętego poziomu obsługi oraz typu rozkładu częstości występowania wielkości popytu,
- σ_{PT} – odchylenie standardowe zapotrzebowania w czasie trwania cyklu uzupełnienia zapasu.

¹ Artykuł recenzowany (przyp. red.).

² Stosowane są także określenia: punkt (poziom) zamawiania, poziom alarmowy (ang. reorder point, reorder level).

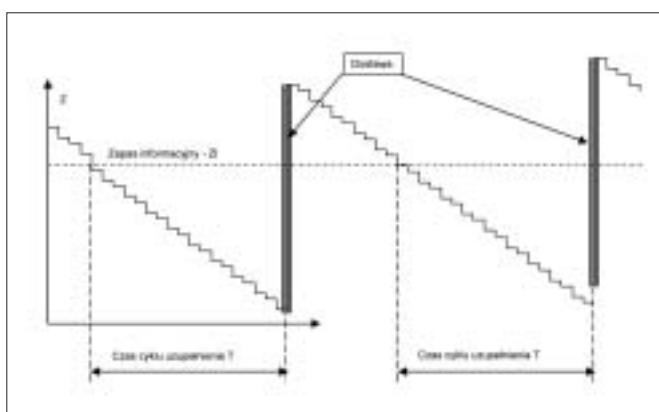
- wartość σ_{PT} zależy od zmienności zapotrzebowania (popytu) i zmienności czasu cyklu uzupełnienia zapasu. W ogólnym przypadku:

$$\sigma_{PT} = \sqrt{P^2 \cdot \sigma_T^2 + \sigma_P^2 \cdot T} \quad (3)$$

- zatem ogólna postać wzoru na poziom informacyjny zapasu to:

$$ZI = P \cdot T + \omega \cdot \sqrt{(P^2 \cdot \sigma_T^2 + \sigma_P^2 \cdot T)} \quad (4)$$

Wielkość dostawy jest stała i odpowiada wcześniej określonej wielkości (na przykład ekonomicznej wielkości zamówienia). Rysunek 2 ilustruje zasady realizacji tego modelu.



Rys. 2. Ogólne zasady odnawiania zapasu w systemie opartym na poziomie informacyjnym.

Z punktu widzenia części zabezpieczającej zapasu, krytyczne dla omawianego modelu jest właściwe wyznaczenie poziomu informacyjnego zapasu. Ma to bowiem zasadniczy wpływ na rzeczywisty poziom obsługi. Tymczasem kryje się tu szereg pułapek, wpadnięcie, w które może skutkować albo zbyt dużą wartością ZI (co oznacza w praktyce powstawanie zapasu nadmiernego), lub zbyt małą wartością ZI (co prowadzi do niższego, niż zakładano, poziomu obsługi).

Typowe błędy, popełniane przy określaniu poziomu informacyjnego, będące przedmiotem rozważań artykułów w pierwszej części cyklu, to:

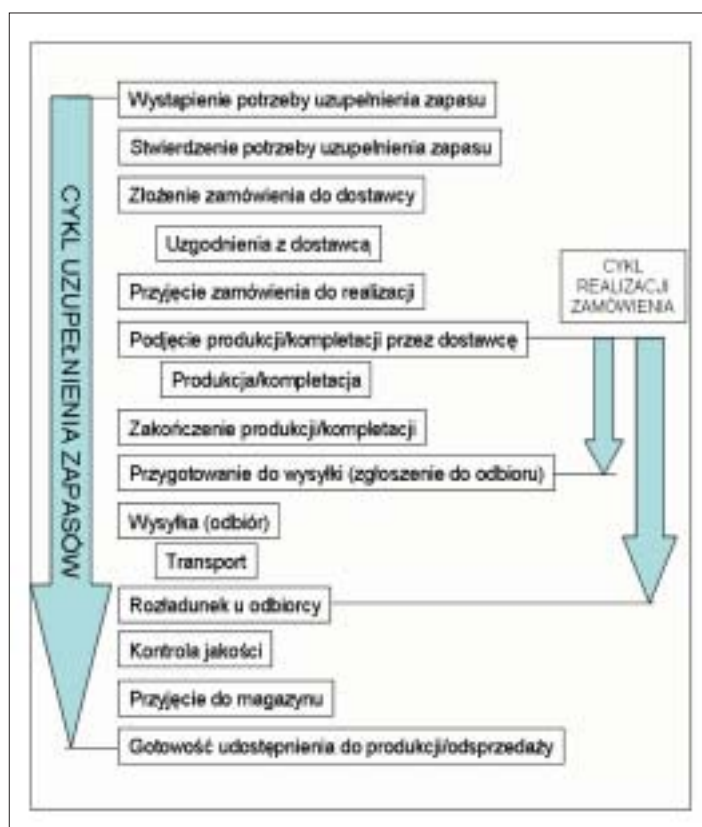
- błędne oszacowanie czasu cyklu uzupełnienia T
- zawyżenie rzeczywistej wartości odchylenia standardowego popytu przez uwzględnienie w jego obliczeniach nie tylko zmian losowych, ale także zmian systematycznych (trendów, sezonowości)
- wyznaczanie wartości współczynnika bezpieczeństwa z funkcji właściwych rozkładowi normalnemu, tam, gdzie zastosowanie tego współczynnika jest nieuzasadnione (na przykład dla pozycji wolno rotujących)
- nie uwzględnianie faktu, że zazwyczaj nie jest możliwe złożenie zamówienia natychmiast po osiągnięciu lub przekroczeniu poziomu informacyjnego
- nie uwzględnianie faktu, że w przypadku dużych wydań jednostkowych, po przekroczeniu poziomu informacyjnego wielkość zapasu dysponowanego może być znacznie mniejsza od tego poziomu
- błędne interpretowanie przyjętego jako wymagany poziom obsługi.

Jeśli chodzi o ustalanie optymalnej wielkości dostaw (co ma zasadniczy wpływ na poziom zapasu cyklicznego), to głównym problemem jest tu – obok opisywanych w literaturze modyfikacjach formuły, uwzględniających na przykład rabaty cenowe, koszty braku zapasu, czy też inflację – właściwe określenie wartości: kosztów uzupełniania zapasu (koszty zamawiania) i kosztów utrzymania jednostki w zapasie.

Dalsza część artykułu będzie poświęcona pierwszemu z wskazanych problemów, związanych z prawidłowym określeniem zapasu informacyjnego – błędami popełnianymi przy szacowaniu czasu cyklu uzupełnienia.

Wpływ błędów w ocenie rzeczywistej długości czasu cyklu uzupełnienia na poziom obsługi

Nieprawidłowe określenie czasu cyklu uzupełnienia (T) to najczęściej zaniżenie tego czasu. Zdarza się, że przyjmuje się tu czas realizacji zamówienia (T_R). Pomijając już to, że powinien to być średni czas rzeczywisty, a nie deklarowany, to należy zauważyć, że w rzeczywistości czas ten musi być powiększony o czas czynności leżących po stronie zamawiającego (podejmowanie decyzji, przygotowywanie dokumentów, przyjęcie dostawy). Ilustruje to rysunek 3. Trzeba też koniecznie zwrócić uwagę na fakt, że cykl uzupełnienia rozpoczyna się w chwili osiągnięcia lub przekroczenia zapasu informacyjnego ($Z \leq ZI$), a nie wtedy, gdy ten fakt zostanie zauważony.



Rys. 3. Składowe cyklu uzupełnienia zapasu w porównaniu z cyklem realizacji zamówienia.

Poziom informacyjny, obliczony przy uwzględnieniu błędnie ustalonego czasu cyklu uzupełnienia (przyjmujemy oznaczenie – T_R), będzie równy:

$$ZI(T_R) = P \cdot T_R + \omega \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{T_R}$$

Wzór ten wynika z wzoru (4), przy upraszczającym założeniu niezmienności czasu cyklu uzupełnienia ($\sigma T \approx 0$).

Ponieważ jednak rzeczywisty czas cyklu uzupełnienia T jest większy, to – przy zachowaniu średniego popytu i jego odchylenia standardowego na niezmiennym poziomie – w konsekwencji musi zmaleć wartość współczynnika bezpieczeństwa, a to oznacza niższy poziom obsługi, wyrażany za pomocą współczynnika bezpieczeństwa ω (przyjęto oznaczenie ω^* dla współczynnika bezpieczeństwa odpowiadającego przyjęciu czasu T_R jako czasu cyklu uzupełnienia). Zachodzi bowiem:

$$ZI(T_R) = P \cdot T + \omega^* \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{T}$$

Rzeczywista wartość współczynnika bezpieczeństwa:

$$\omega^* = \frac{ZI(T_R) - P \cdot T}{\sigma_P \cdot \sqrt{T}} = \frac{P \cdot T_R + \omega \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{T_R} - P \cdot T}{\sigma_P \cdot \sqrt{T}} \quad (5)$$

Przyjmując, że $T_R = \alpha \cdot T$ (przy czym $\alpha < 1$) i przekształcając powyższą zależność otrzymamy:

$$\omega^* = \omega \sqrt{\alpha} - \frac{\sqrt{T}(1-\alpha)}{v_P}$$

gdzie $v_P = \frac{\sigma_P}{P}$ jest współczynnikiem zmienności,

wykorzystywanym często jako kryterium w klasyfikacji XYZ.

Uwaga: należy koniecznie zachować zgodność jednostki czasu przyjętej do określenia czasu T z jednostką czasu, dla której określono współczynnik zmienności v_P .

W rzeczywistości najważniejsze dla przedsiębiorstwa będą ewentualne odchylenia rzeczywistych wartości poziomu obsługi. Poziom obsługi – w odniesieniu do zarządzania zapasami pojedynczą pozycją asortymentową, określamy zazwyczaj jako:

a) prawdopodobieństwo obsłużenia popytu POP:

$$POP = \frac{ld - ldn}{ld} \quad (7)$$

gdzie:

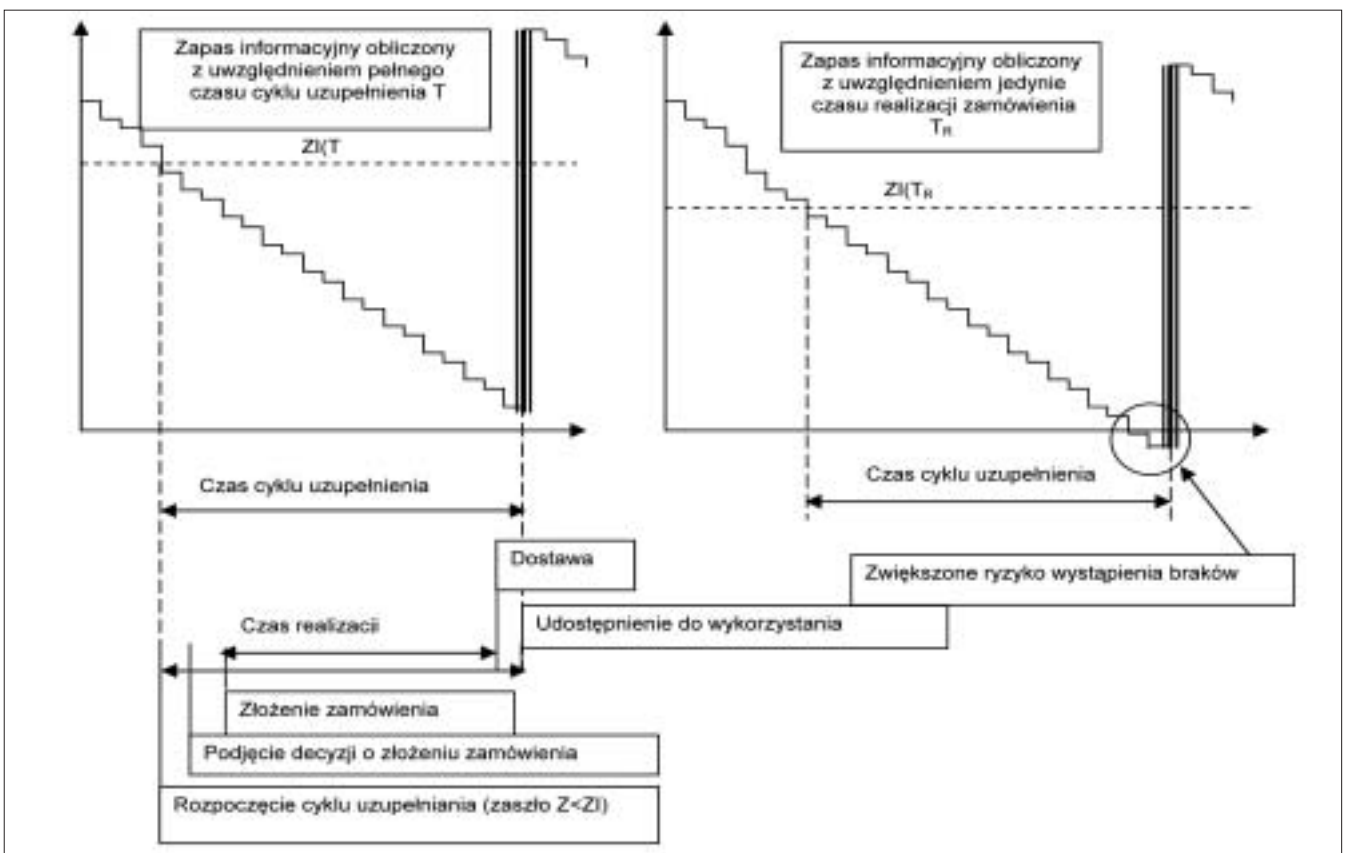
ld – liczba dostaw w rozpatrywanym okresie,

ldn – liczba cykli dostaw w rozpatrywanym okresie, w których zaobserwowano brak w zapasie,

b) stopień ilościowej realizacji SIR:

$$SIR = \frac{\text{popyt zrealizowany}}{\text{popyt całkowity}}$$

$$(6) \quad SIR = \frac{PR - NB_r}{Pr} = \frac{WD_{sr} \cdot ld_r - nb \cdot ld_r}{WD_{sr} \cdot ld_r} = \frac{WD_{sr} - nb}{WD_{sr}} \quad (8)$$



Rys. 4. Ilustracja skutków przyjęcia krótszego czasu T_R jako czasu cyklu uzupełnienia T .

gdzie:

PR – popyt roczny,

NB_r – liczba braków w zapasie zaobserwowana w ciągu roku,

$WD_{\zeta r}$ – średnie wielkość jednej dostawy (w ciągu rozpatrywanego roku),

ldr – liczba dostaw w ciągu roku,

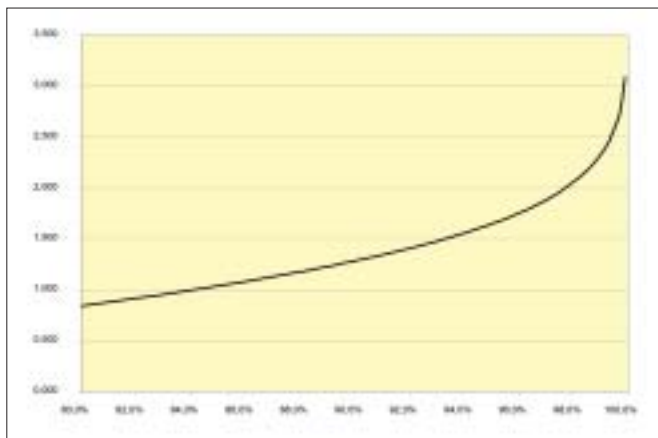
nb – liczba braków obserwowanych w jednym cyklu uzupełnienia.

Przyjmijmy definicję pierwszą, czyli prawdopodobieństwo obsłużenia popytu P. Zależność $POP = f(\omega)$ dla rozkładu normalnego (charakterystycznego dla pozycji szybkorozwiązujących) przedstawia rysunek 5. Rysunki 6, 7 i 8 ilustrują zależności wynikające z formuły (6), ale przekształcone na zależności odnoszące się nie do współczynnika bezpieczeństwa, ale wprost do poziomu obsługi określonego prawdopodobieństwem obsłużenia popytu. Rysunek 6 ilustruje zależność rzeczywistego poziomu obsługi POP^* od założonego poziomu obsługi POP przy różnych poziomach odchylenia przyjętego czasu cyklu uzupełnienia do jego rzeczywistej wartości (współczynnik α). Rysunek 7 przedstawia wpływ błędu oceny rzeczywistego czasu cyklu uzupełnienia T od zakładanego w obliczeniach czasu T_R (współczynnik $\alpha = \frac{T_R}{T}$) na rzeczywisty poziom ob-

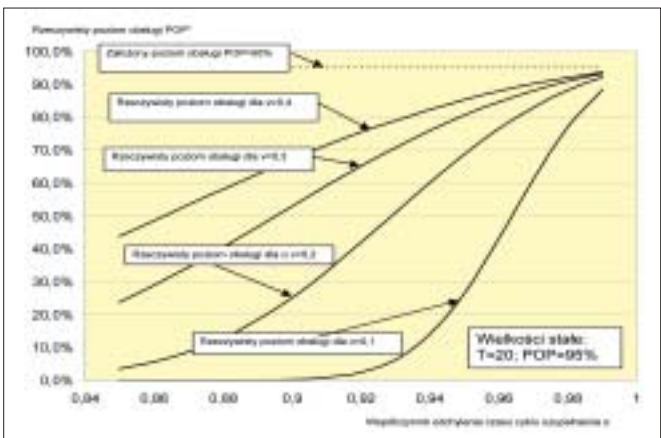
slugi (POP^*) przy różnych poziomach współczynnika zmienności popytu v_p . Z kolei na rysunku 8 pokazano wpływ czasu cyklu uzupełnienia T na rzeczywisty poziom obsługi (POP^*).

Z formuły (6) oraz z rysunków 6, 7 i 8 wynikają następujące spostrzeżenia:

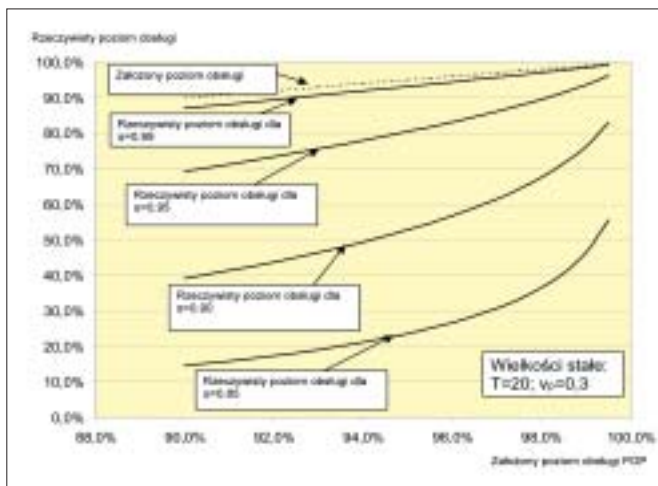
1. Oczywiście dla $\alpha=1$ ($T=T_R$, co w praktyce oznacza poprawne określenie czasu cyklu uzupełnienia) zachodzi: $\omega^*=\omega$, co oznacza, że rzeczywisty poziom obsługi jest równy poziomowi oczekiwanemu ($POP^*=POP$),.
2. Odchylenie rzeczywistej wartości współczynnika zmienności ω^* od wartości założonej ω (czyli odchylenie rzeczywistego poziomu obsługi POP^* od poziomu założonego POP) jest tym większe, im większy jest błąd w oszacowaniu T, czyli im mniejsza jest wartość współczynnika α ,
3. Odchylenie rzeczywistego (POP^*) od założonego poziomu obsługi (POP) jest tym mniejsze, im większa jest wartość poziomu założonego (rysunek 6),
4. Odchylenie rzeczywistej wartości współczynnika zmienności ω^* od wartości założonej ω (czyli odchylenie rzeczywistego poziomu obsługi POP^* od poziomu założonego POP) jest tym większe, im mniejsza jest wartość współczynnika zmienności v_p . Ten zaskakujący wniosek wskazuje, że kwestia właściwego określania czasu cyklu uzupeł-



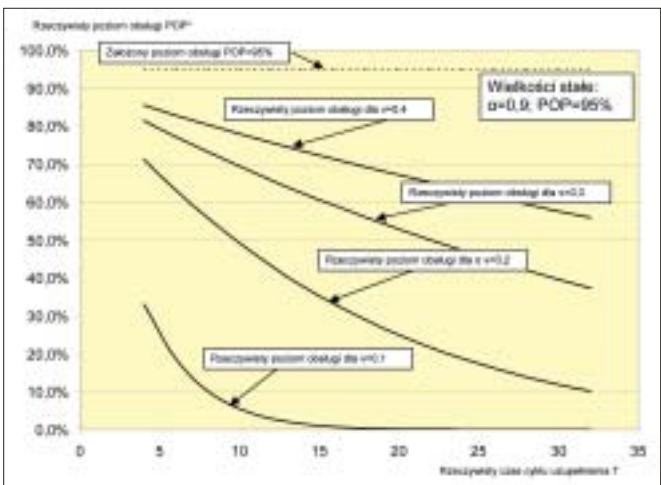
Rys. 5. Zależność pomiędzy prawdopodobieństwem obsłużenia popytu POP, a współczynnikiem bezpieczeństwa ω dla rozkładu normalnego



Rys.7. Wpływ błędu oceny rzeczywistego czasu cyklu uzupełnienia T od zakładanego w obliczeniach czasu T_R (współczynnik α) na rzeczywisty poziom obsługi (POP^*) przy różnych poziomach współczynnika zmienności popytu v_p .



Rys.6. Zależność rzeczywistego poziomu obsługi POP^* od założonego poziomu obsługi POP przy różnych poziomach odchylenia przyjętego czasu cyklu uzupełnienia do jego rzeczywistej wartości (współczynnik α).



Rys. 8. Wpływ czasu cyklu uzupełnienia T na rzeczywisty poziom obsługi (POP^*).

nienia jest szczególnie istotna dla pozycji asortymentowych, wykazujących stosunkowo niewielką zmienność losową (rysunek 7).

5. Odchylenie rzeczywistego poziomu obsługi POP* od poziomu założonego POP jest tym większe, im dłuższy cykl uzupełnienia zapasu (rysunek 8),
6. Z powyższych wniosków 4 i 5 wynika, że szczególną uwagę do prawidłowego określania czasu cyklu uzupełnienia należy przykładac do pozycji asortymentowych sklasyfikowanych w grupie X (relatywnie niskie wartości współczynnika zmienności) o długich cyklach uzupełnienia.

Przykład

Na zakończenie, dla ilustracji przedstawionych wyżej rozważań i wynikających z nich wniosków, rozpatrzmy następujący przykład: średni popyt dzienny na pewien artykuł wynosi 1 000 sztuk, przy odchyleniu standardowym 300 sztuk. Zapas jest odnawiany zgodnie z modelem opartym na poziomie informacyjnym. Czas realizacji zamówienia przez dostawcę wynosi 20 dni i jest dotrzymywany. Czas reakcji przedsiębiorstwa na przekroczenie zapasu informacyjnego do chwili wysłania zamówienia, wynosi średnio 1 dzień. Przyjęcie dostawy, kontrola jakości i pozostałe czynności warunkujące udostępnienie do wykorzystania zajmują również 1 dzień. Wymagany poziom obsługi, rozumiany jako prawdopodobieństwo obsłużenia popytu POP=95%.

Prawidłowy poziom zapasu informacyjnego powinien wynosić:

$$ZI(T) = P \cdot T + \omega \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{T} =$$

$$= 1000 \cdot 22 + 1,645 \cdot 300 \cdot \sqrt{22} = 24\,315 \text{ sztuk.}$$

Jednak zaniedbanie czasów „wewnętrznych” (łącznie 2 dni) prowadzi do następującego wyniku:

$$ZI(T_R) = P \cdot T_R + \omega \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{T_R} =$$

$$= 1000 \cdot 20 + 1,645 \cdot 300 \cdot \sqrt{20} = 22\,207 \text{ sztuk.}$$

Rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa ω^* , wynikający z faktu, że czas cyklu uzupełnienia jest o 2 dni dłuższy ($T=22$ dni), jest równy:

$$\omega^* = \frac{ZI(T_R) - P \cdot T}{\sigma_p \cdot \sqrt{T}} = \frac{22\,207 - 1000 \cdot 22}{300 \cdot \sqrt{22}} = \frac{207}{300 \cdot \sqrt{22}} = 0,213$$

Taki sam wynik otrzymamy oczywiście korzystając z formuły

$$(6) \text{ dla } \alpha = \frac{20}{22} = 0,909, T=22,$$

$$v_p = \frac{300}{1000} = 0,3.$$

Dla rozkładu normalnego taka wartość współczynnika bezpieczeństwa odpowiada poziomowi obsługi POP=58,4%. Ryzyko wystąpienia braku rośnie z poziomu 0,05 do ponad 0,4. Brak w zapasie będzie się zdarzał ponad 8 razy częściej, niż założono!

Podsumowanie

Przedstawione rozważania pokazują znaczenie poprawnego określania czasu cyklu uzupełnienia dla właściwej realizacji uzupełnienia zapasu w systemie opartym na poziomie informacyjnym.

Popełniany błąd polega często na przyjęciu jako czas cyklu uzupełnienia (w obliczeniach przy korzystaniu z klasycznych formuł lub przy wprowadzaniu danych do aplikacji informatycznych wspomagających zarządzanie zapasami). Interesującym wynikiem przeprowadzonych analiz jest stwierdzenie, że odchylenia od oczekiwanego poziomu obsługi są szczególnie znaczące dla przypadków małej zmienności popytu.

Ilustrację problemu przedstawiono na przykładzie klasycznego modelu odnawiania zapasów, opartego na poziomie informacyjnym. Podobne wyniki otrzymamy dla odnawiania zapasu w systemie przeglądu okresowego, a także innych systemów stanowiących ich kombinacje.

LITERATURA

1. Sarjusz-Wolski Zdzisław, *Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2000.
2. Krzyżaniak Stanisław, *Podstawy zarządzania zapasami w przykładach*, wyd. 3, Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań 2005.