

GLINKA Marek ¹

Badanie symulacyjne obciążenia stanowiska obsługowego za pomocą teorii kolejek

WSTĘP

Teoria kolejek nazywana inaczej teorią masowej obsługi należy do badań operacyjnych będących częścią matematyki stosowanej. Nauka ta zajmuje się badaniem systemów, obiektów lub procesów, które stanowią pewną całość. Zwykle da się w nich wyróżnić zbiór współpracujących ze sobą elementów, oddzielnych i uporządkowanych oraz powiązanych ze sobą relacjami, działających w określonym celu. Wtedy w modelowaniu przydatna jest teoria grafów. Metody analizy za pomocą modeli systemów masowej obsługi bazują na rachunku prawdopodobieństwa i statystyce matematycznej. Celem takiego badania jest: poprawa funkcjonowania, projektowanie systemu obsługowego, ocena jakości pracy i in. Dzięki teorii masowej obsługi można analizować same procesy obsługi jak też procesy oczekiwania na obsługę. Nie trzeba udowadniać, że źle zorganizowana obsługa powoduje wiele strat czasowych a tym samym finansowych. Główne z nich to powstawanie kolejek, które przyczyniają się do różnego rodzaju nieprawidłowości w systemie obsługi, pogarszając jego działanie [1, 3, 4].

1. BADANIE SYMULACYJNE

Symulacją przyjmuje się nazywać zbiór czynności prostych lub złożonych wykonywanych jednocześnie bądź w określonej kolejności, które polegają na naśladowaniu zachowania się badanego układu, systemu. Wyniki symulacji są wykorzystane w określonym celu poznawczym.

Z punktu widzenia celu symulacji, wyróżnić można trzy jej typy [3]:

- symulację w celu *zrozumienia zasad funkcjonowania układu (systemu)*, jego właściwości, które trudno wyróżnić na podstawie analizy formalnej układu,
- symulację mającą na celu *ulotwienie podejmowania decyzji* przez dostarczenie argumentów i informacji o ewentualnych konsekwencjach decyzji, które mogłyby być podjęte,
- symulację, której celem jest *wyszkolenie* pewnych ludzi w dziedzinie podejmowania decyzji w warunkach określonych przez system.

Patrząc na symulację z punktu widzenia narzędzia używanego do symulacji da się wyróżnić [3]:

- symulację typu: *człowiek – model fizyczny*, w której człowiek dysponujący modelem systemu dokonuje doświadczeń w sposób zgodny z pewnym protokołem eksperymentu,
- symulację typu: *człowiek - model matematyczny*, w której występuje model niefizyczny, niematerialny, w postaci relacji (funkcji określonej na pewnych wielkościach), i w której generowane są kolejne odpowiedzi (reakcje na kolejno podejmowane działania człowieka),
- symulację typu: *człowiek - automat*, w której na podstawie opracowanego przez człowieka modelu i algorytmu, po zadaniu parametrów wejściowych, wybór decyzji jest sugerowany bądź dokonywany przez automat.

1.1. Sformułowanie zadania

Analizie poddano pracę punktów załadunku materiałów wykorzystywanych podczas budowy drogi. Do punktu przyjeżdżają samochody i pobierają kruszywo. Proces ten będzie trwał przez dłuższy okres czasu. Wobec tego ważne jest aby przebiegał sprawnie, bez opóźnień. Zakładając istnienie jednego stanowiska załadunkowego należy zdecydować czy jest potrzeba uruchomienia

¹ Glinka Marek Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu, Wydział Transportu i Elektrotechniki; 26-600 Radom; ul. J. Malczewskiego 29. Tel: + 48 48 361-77-86, m.glinka@uthrad.pl.

wielu stanowisk. Identyfikowano momenty przyjazdu samochodów po ładunek oraz czasy załadunku samochodów. Przykładowe pomiary czasowe zostały podane w tabeli nr 1. Aby móc wyciągnąć poprawne wnioski należy identyfikację czasów przeprowadzać w dłuższym okresie funkcjonowania miejsca obsługi samochodów. Wybranie przedziału czasu badania jest istotne i powinno w możliwie dużym stopniu być reprezentatywne dla pracy punktu załadunkowego. Wykonanie takiego badania jest bardzo proste.

Model punktu można traktować jako prosty system masowej obsługi [1]. W modelu występują: samochody jako jednostki wchodzące do systemu, założono że jest jedna bezpriorytetowa kolejka samochodów oraz jest jedno stanowisko załadunkowe obsługujące samochody. Wszystkie samochody są obsługiwane co oznacza, że system jest w stanie pomieścić wszystkie "wchodzące" do niego jednostki, a te nie mogą zrezygnować z obsługi czyli załadunku. W przypadku zajętego stanowiska, pojazdy ustawiają się w kolejce i oczekują na załadunek.

Tab. 1. Fragment tabeli zawierającej zidentyfikowane parametry czasowe potrzebne do symulacji pracy punktu załadunkowego

Samochód nr	Moment przyjazdu samochodów po ładunek		Czas załadunku samochodu (czas obsługi)	
	min.	sek.	min.	sek.
1.	01	20	0	50
2.	02	30	0	40
3.	03	20	1	30
4.	10	30	1	50
5.	11	20	1	40
6.	12	30	2	20
7.	13	30	1	00
8.	15	30	1	20
9.	18	20	1	10
10.	20	30	1	30
11.	24	30	2	30
12.	24	50	3	30
13.	25	20	2	30
14.	35	20	2	20
15.	45	30	3	20
16.	48	20	3	30
17.	50	20	3	30
18.	51	30	3	00
19.	53	30	2	20
20.	56	30	2	00

Należy przeprowadzić symulację pracy punktu załadunkowego aby:

- podać minimalny, maksymalny i średni czas pobytu samochodu w punkcie załadunkowym,
- podać minimalną, maksymalną i średnią długość kolejki samochodów oczekujących na załadunek,
- podać minimalny, maksymalny i średni czas oczekiwania w kolejce,
- podać procentowy udział czasu, w którym stanowisko załadunkowe było zajęte oraz wolne,
- zobrazować na wykresach pracę systemu obsługowego (liczba samochodów w systemie załadunkowym, długość kolejki samochodów, stan punktu załadunkowego wszystko w zależności od momentu zaistnienia zdarzenia).

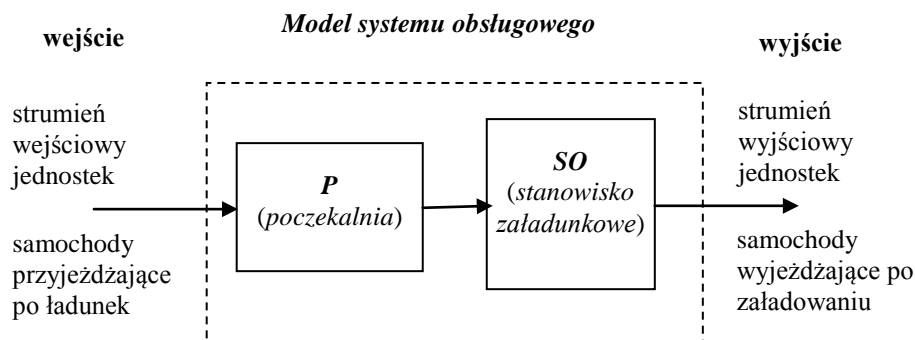
Celem badań jest analiza jakości pracy punktu oraz ewentualne zaproponowanie zmian w jego funkcjonowaniu.

1.2. Model systemu obsługowego

Modele symulacyjne mają na celu poznanie zachowywania się badanego systemu zgodnie z wpływem czasu. W rezultacie przeprowadzonej symulacji możliwe jest zidentyfikowanie podstawowej przyczyny nieefektywnego działania układu. Poznając przyczyny błędów oraz niesprawności można

zapropionować wprowadzenie udoskonaleń w funkcjonowaniu systemu. Zastosowanie takiego sposobu nie wymaga eksperymentowania w czasie rzeczywistym na realnie istniejącym obiekcie. Natomiast wykorzystanie programu i komputera pozwala na szybkie wykonanie obliczeń, szybką analizę i wyciąganie wniosków z generowanych wyników obliczeń symulacyjnych.

Model systemu masowej obsługi, w najprostszej postaci składa się z czterech podstawowych elementów: ze strumienia wejściowego jednostek, poczekalni P (miejsca gdzie jednostki mogą oczekiwać w kolejce), stanowiska obsługi SO nazywanego też kanałem obsługi i strumienia wyjściowego jednostek (rys.1).



Rys. 1. Model prostego system masowej obsługi [1]

Przedstawioną strukturę można łączyć z podobną tworząc bardziej rozbudowane układy w postaci sieci masowej obsługi modelujące złożone procesy, systemy lub obiekty. Każdy węzeł tej sieci może być traktowany jako prosty system masowej obsługi. Do węzła takiej sieci może być wiele wejść i z niego może być wiele wyjść.

1.3. Rozwiązanie modelu

Aby znaleźć odpowiedzi na zadane pytania należy przeprowadzić prostą symulację obliczeniową pracy punktu załadunku materiałów. Symulacja pracy systemów to technika rozwiązywania problemów polegająca na śledzeniu w czasie zmian zachodzących w dynamicznym modelu systemu. Inaczej przyjmuje się, że jest to dynamiczne odzwierciedlenie stanu systemu zgodne z upływem czasu. Dla opisanego w zadaniu przypadku, jego stan można określić stanem stanowiska ładunkowego (wolne, lub zajęte) w czasie. Stan stanowiska (i równocześnie stan systemu) ulega zmianie gdy samochód przyjeżdża do punktu załadunku oraz gdy go opuszcza po załadowaniu.

Przyjęto założenie, że z chwilą rozpoczynania analizy, gdy przyjeżdża pierwszy samochód w punkcie nie ma innych samochodów. Posługując się wzorami 1 – 4 można podać²:

– momenty rozpoczęcia obsługi pojazdów:

$$Mro_i = \max(Mro_{(i-1)} + To_{(i-1)}; Mps_1) \quad (1)$$

– momenty wyjazdu poszczególnych samochodów z punktu ładunkowego:

$$Mws_i = Mro_i + To_i \quad (2)$$

– czas przebywania poszczególnych samochodów w kolejce:

$$Tok_i = Mro_i - Mps_i \quad (3)$$

– czas przebywania samochodów w punkcie ładunkowym:

gdzie:
$$Tps_i = To_i + Tok_i \quad (4)$$

² Glinka M., Elementy badań operacyjnych w transporcie. Wydaw. Politechniki Radomskiej. Radom 2009.

- Mro* – moment rozpoczęcia obsługi samochodu,
- To* – czas obsługi (czas załadunku samochodu),
- Mps* – moment przyjazdu samochodu do punktu ładunkowego,
- Mws* – moment wyjazdu samochodu z punktu ładunkowego,
- Tok* – czas oczekiwania samochodu w kolejce,
- Tps* – czas przebywania samochodu w punkcie ładunkowym.

1.4. Wykorzystanie arkusza kalkulacyjnego do przeprowadzenia obliczeń

Ponieważ w analizie symulacji funkcjonowania systemu konieczne jest przeprowadzenie wielu działań obliczeniowych, warto na tym etapie skorzystać z arkusza kalkulacyjnego. W omawianym zadaniu wykorzystano program Excel. Kopie ekranów przedstawiają zestawienia tabelaryczne wyników obliczeń. W tabeli 2 pokazano momenty czasowe rozpoczynania obsługi poszczególnych samochodów, momenty wyjazdu samochodów, czas oczekiwania w kolejce i czas przebywania samochodów w punkcie ładunkowym. Analiza wyników obliczeń pozwala odpowiedzieć na kilka postawionych w zadaniu pytań.

Tab. 2. Zestawienie wyników obliczeń

Samochód nr	Moment przybycia [min]	Czas obsługi [min]	Moment rozpoczęcia obsługi [min]	Moment wyjazdu [min]	Czas oczekiwania w kolejce [min]	Czas przebywania w systemie [min]	
1.	1,33	0,83	1,33	2,17	0,00	0,83	
2.	2,50	0,67	2,50	3,17	0,00	0,67	
3.	3,33	1,50	3,33	4,83	0,00	1,50	
4.	10,50	1,83	10,50	12,33	0,00	1,83	
5.	11,33	1,67	12,33	14,00	1,00	2,67	
6.	12,50	2,33	14,00	16,33	1,50	3,83	
7.	13,50	1,00	16,33	17,33	2,83	3,83	
8.	15,50	1,33	17,33	18,67	1,83	3,17	
9.	18,33	1,17	18,67	19,83	0,33	1,50	
10.	20,50	1,50	20,50	22,00	0,00	1,50	
11.	24,50	2,50	24,50	27,00	0,00	2,50	
12.	24,83	3,50	27,00	30,50	2,17	5,67	
13.	25,33	2,50	30,50	33,00	5,17	7,67	
14.	35,33	2,33	35,33	37,67	0,00	2,33	
15.	45,50	3,33	45,50	48,83	0,00	3,33	
16.	48,33	3,50	48,83	52,33	0,50	4,00	
17.	50,33	3,50	52,33	55,83	2,00	5,50	
18.	51,50	3,00	55,83	58,83	4,33	7,33	
19.	53,50	2,33	58,83	61,17	5,33	7,67	
20.	56,50	2,00	61,17	63,17	4,67	6,67	
21.	57,33	3,00	63,17	66,17	5,83	8,83	
22.	58,00	3,00	66,17	69,17	8,17	11,17	
23.	59,00	3,33	69,17	72,50	10,17	13,50	
W momencie rozpoczęcia badań pojazd nr 1 zostaje od razu obsłużony					10,17	13,50	[min] Czas maksymalny
					2,43	4,67	[min] Czas średni
					0,00	0,67	[min] Czas minimalny

Następnym etapem rozwiązywania zadania jest dokonanie uporządkowanego ze względu na czas zestawienia zdarzeń w badanym systemie usługowym. Zdarzenia te to wjazd i wyjazd samochodu z punktu ładunkowego. Momenty zaistnienia zdarzeń zostały obliczone w tabeli 2. Dla przyspieszenia obliczeń skorzystano z sortowania i funkcji Excela. Zastosowane funkcje to m. inn.:

```
=JEŻELI(WYSZUKAJ.PIONOWO(T5;$L$5:$L$27;1;0);"WJAZD";"")
=JEŻELI(ORAZ(V5="WJAZD";Y4="Z");W4+1;JEŻELI(ORAZ(V5="WJAZD";Y4="W");0;JEŻELI(V5="WYJAZD";JEŻELI(W4-1<0;0;W4-1);W4)))
=JEŻELI(V5="WJAZD";X4+1;JEŻELI(V5="WYJAZD";JEŻELI(X4-1<0;0;X4-1);X4))
```

=JEŻELI(X5=0;"W";"Z")
 =JEŻELI(Y5="W";T6-T5;"")

Zestawienie tabelaryczne wyników obliczeń prezentuje tabela 3. Przez „W” oznaczono stanowisko wolne, „Z” stanowisko zajęte.

Tab. 3. Fragment tabeli pokazujący uporządkowane, ze względu na czas zestawienie zdarzeń i wyniki obliczeń

Moment zdarzeń	Samochód nr	Typ zdarzenia	Długość kolejki	Liczba samochodów	Stan stanowiska	Czas wolny [min]
			0	0	W	1,33
1,33	1.	WJAZD	0	1	Z	
2,17	1.	WYJAZD	0	0	W	0,33
2,50	2.	WJAZD	0	1	Z	
3,17	2.	WYJAZD	0	0	W	0,17
3,33	3.	WJAZD	0	1	Z	
4,83	3.	WYJAZD	0	0	W	5,67
10,50	4.	WJAZD	0	1	Z	
11,33	5.	WJAZD	1	2	Z	
12,33	4.	WYJAZD	0	1	Z	
12,50	6.	WJAZD	1	2	Z	
13,50	7.	WJAZD	2	3	Z	
14,00	5.	WYJAZD	1	2	Z	
15,50	8.	WJAZD	2	3	Z	
16,33	6.	WYJAZD	1	2	Z	
17,33	7.	WYJAZD	0	1	Z	
18,33	9.	WJAZD	1	2	Z	
18,67	8.	WYJAZD	0	1	Z	
19,83	9.	WYJAZD	0	0	W	0,67
20,50	10.	WJAZD	0	1	Z	
22,00	10.	WYJAZD	0	0	W	2,50
24,50	11.	WJAZD	0	1	Z	
24,83	12.	WJAZD	1	2	Z	
25,33	13.	WJAZD	2	3	Z	
27,00	11.	WYJAZD	1	2	Z	

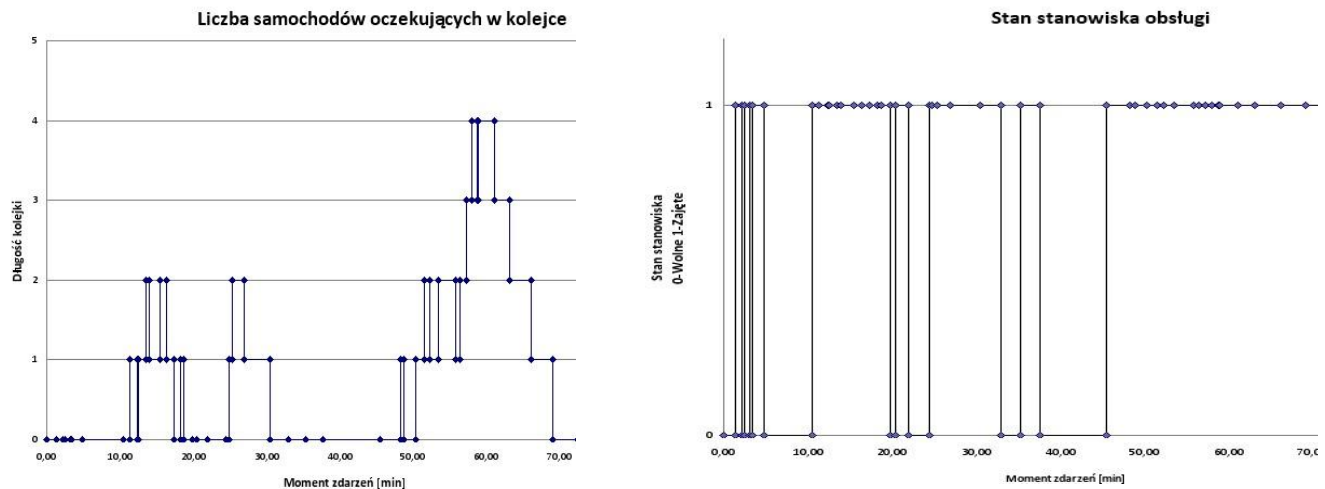
Na podstawie uzyskanych wyników można podać informacje dotyczące kolejek, czasowego oraz procentowego stanu zajętości i niezajętości stanowiska obsługowego. Pełne zestawienie wyników obliczeń pozwalające odpowiedzieć na pytania zawarte w zadaniu pokazano w tabeli 4.

Tab. 4. Zestawienie wyników obliczeń

1.	Procentowy udział czasu, w którym stanowisko załadunkowe było wolne	28,74	%
2.	Procentowy udział czasu, w którym stanowisko załadunkowe było zajęte	71,26	%
3.	Minimalny czas pobytu samochodu w punkcie załadunkowym	0,67	min
4.	Maksymalny czas pobytu samochodu w punkcie załadunkowym	13,50	min
5.	Średni czas pobytu samochodu w punkcie załadunkowym	4,67	min
6.	Maksymalna długość kolejki samochodów oczekujących na załadunek	4	samocho.
7.	Średnia długość kolejki samochodów oczekujących na załadunek	0,91	samocho.
8.	Maksymalny czas oczekiwania samochodów na załadunek	10,17	min
9.	Średni czas oczekiwania samochodów na załadunek	2,43	min

Oceniając uzyskane wyniki można stwierdzić, że w badanym okresie czasu stanowisko załadunkowe pracowało poprawnie. Nie tworzyły się zbyt duże kolejki a obsługa przebiegała sprawnie. Stopień wykorzystania stanowiska był znaczny. Na rys. 2 przedstawiono charakterystyczne

wielkości związane z pracą punktu załadunkowego takie jak liczba samochodów oczekujących w kolejce i stan stanowiska zgodnie z upływającym czasem.



Rys. 2. Liczba samochodów oczekujących w kolejce i stan stanowiska obsługi

WNIOSKI

W pracy przedstawiono prosty sposób umożliwiający dokonanie oceny pracy jedno-stanowiskowego systemu obsługowego. Można go zastosować do wielu innych podobnych procesów czy też obiektów. Celem takiego badania może być sprawdzenie efektywności pracy lub wykrywanie niesprawności podczas obsługi po to, aby zaproponować zmiany mające poprawić sytuację. Zaletą podanego sposobu jest jego prostota i łatwość, z jaką można taką analizę przeprowadzić.

Streszczenie

W artykule przedstawiono jeden ze sposobów badania obciążenia wybranego systemu obsługowego. Analizę przeprowadzono korzystając z teorii kolejek i symulacji.

Sformułowane zostało zadanie do rozwiązania. Zaprezentowane zadanie badawcze jest spotykane w realnej rzeczywistości pracujących systemów obsługi. Przedstawiona metoda dotyczy takich przypadków, gdy znane są czasy zgłoszeń jednostek i czasy obsługi tych jednostek. Jest to wymóg, który musi być spełniony. Zaproponowano prosty sposób modelowania opisanego w zadaniu systemu obsługowego. Przedstawiono rozwiązanie zadania. Do przeprowadzenia obliczeń wykorzystano arkusz kalkulacyjny. Pokazano jak w wybranym arkuszu przeprowadzić obliczenia. Jednym z elementów rozwiązania jest zobrazowanie charakterystyk pokazujących pracę punktu załadunkowego zgodnie z upływającym czasem. Wykresy opracowano w arkuszu kalkulacyjnym i pokazano na rysunkach.

Celem podjętych działań było zbadanie obciążenia pracą wybranego punktu załadunkowego po to aby w razie potrzeby zaproponować usprawnienia w jego działaniu. Jest to istotne, gdyż zawsze warto się zastanawiać nad tym, czy dany system obsługowy pracuje prawidłowo. Opisany sposób postępowania można zastosować do analizy innych podobnych przypadków.

Słowa kluczowe: teoria kolejek, model deterministyczny systemu obsługowego, symulacja pracy systemu obsługowego.

Using queuing theory to simulate and test handling system load

Abstract

This paper presents a simple method of testing load of the chosen handling system. The study was conducted using the queuing theory and simulation.

The task to solve was formulated. Presented research task can be found in reality. This method applies to such cases where arrival time and service time of these units are known. This is a requirement that must be fulfilled. A simple way of modeling handling system was proposed. The solution of the problem was presented. In order to do these calculations a spreadsheet was used. The method of doing calculations in selected worksheet was presented. One of the part of the solution is to illustrate the characteristics showing the loading bay operations in accordance with the passage of time. Charts were developed in the spreadsheet and were

shown in the drawings.

The purpose of taken actions was to examine workload of the freight point so that, if necessary, to suggest improvements in its working. This is important, because it is always worthwhile to think about whether the handling system is working properly. The described procedure can be applied to the analysis of other similar cases.

Keywords: queuing theory, deterministic model of handling system, simulation of handling system.

BIBLIOGRAFIA

1. Glinka M., Elementy badań operacyjnych w transporcie. Wydaw. Politechniki Radomskiej. Radom 2009.
2. Guzik B., Wstęp do badań operacyjnych. Wydaw. Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu. Poznań 2009.
3. Ignasiak E., Badania operacyjne. Praca zbiorowa pod redakcją Edmunda Ignasiaka. Wydanie V. PWE Warszawa 2001.
4. Jędrzejczyk Z., Kukuła K., Skrzypek J., Badania operacyjne w przykładach i zadaniach. PWN Warszawa 2005.
5. Mikołajczyk Z., Techniki organizatorskie w rozwiązywaniu problemów zarządzania. PWN Warszawa 2004.
6. Stadnicki J., Teoria i praktyka rozwiązywania zadań optymalizacji z przykładami zastosowań technicznych. WNT Warszawa 2006.
7. Trzaskalik T., Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem. PWE Warszawa 2003.