

KRÓL Aleksander¹

Zastosowanie zmodyfikowanego algorytmu symulowanego wyżarzania do określenia kierunków rozwoju sieci transportowej

WSTĘP

Sieć transportowa to układ połączeń na danym obszarze ukształtowany pomiędzy skupiskami ludności w wyniku interakcji czynników ekonomicznych i społecznych oraz środowiska naturalnego. Obecna postać sieci transportowej jest wynikiem długotrwałego rozwoju, który rozpoczął się w początkach osadnictwa na danym obszarze. W chwili obecnej obserwuje się gwałtowny wzrost komunikacyjnych potrzeb ludności związany z intensyfikacją rozwoju gospodarczego, wzrostem zamożności społeczeństwa oraz urbanizacją nowych terenów. Istnieje więc potrzeba opracowania metody umożliwiającej zdiagnozowanie stanu aktualnej struktury sieci transportowej na rozpatrywanym obszarze dla obecnych i prognozowanych potrzeb komunikacyjnych, umożliwiającej wskazanie tych jej elementów, które wymagają modyfikacji [5].

Z reguły rozróżnia się dwa typy zadań: dyskretny (DNDP – Discrete Network Design Problem), gdzie rozpatruje się możliwości rozbudowy sieci przez dodawanie nowych połączeń oraz ciągły (CNDP – Continuous Network Design Problem), gdzie rozbudowa sieci osiągnięta jest przez zwiększanie przepustowości istniejących połączeń. Istnieje możliwość połączenia tych podejść przez jednoczesne dopuszczenie obu typów zmian, co prowadzi do modelu mieszanego (MDNP – Mixed Network Design Problem) [12]. Problemy tego rodzaju są dwupoziomowymi zadaniami optymalizacyjnymi. Głównym celem jest znalezienie takiej struktury sieci transportowej, aby jej impedancja wyrażona przez sumaryczne koszty lub czasy podróży wszystkich uczestników ruchu były jak najmniejsza. Optimum to jest poszukiwane przy dodatkowym założeniu o jednoczesnej minimalizacji kosztów realizacji wprowadzanych zmian albo, co jest bardziej realistyczne nakładane jest ograniczenie na budżet przeznaczony na te zmiany [2, 4]. Obliczenie sumarycznych kosztów lub sumarycznego czasu podróży wymaga znajomości obciążenia wszystkich połączeń sieci transportowej. Zatem w każdym kroku algorytmu wyższego poziomu istnieje potrzeba wyznaczenia rozkładu ruchu na sieć, zbliżonego do rzeczywistego. Tak zdefiniowany problem jest NP-trudny, tworzące go zależności są z reguły nieliniowe i nieróżniczkowalne, a prawdopodobieństwo istnienia wielu optimum lokalnych jest wysokie – problem jest więc niewypukły. Ponadto dane wejściowe (charakteryzujące środowisko naturalne, rozkład skupisk ludności oraz intensywność komunikacji pomiędzy nimi) często nie są zadane w postaci analitycznej, naturalne jest więc zaproponowanie metod sztucznej inteligencji jako narzędzi optymalizacyjnych [3]. Dzięki takiemu podejściu można znaleźć rozwiązanie zbliżone do optymalnego w stosunkowo krótkim czasie, eksplorując jedynie znikomy fragment przestrzeni rozwiązań. Jedną z najprostszych takich technik jest algorytm symulowanego wyżarzania.

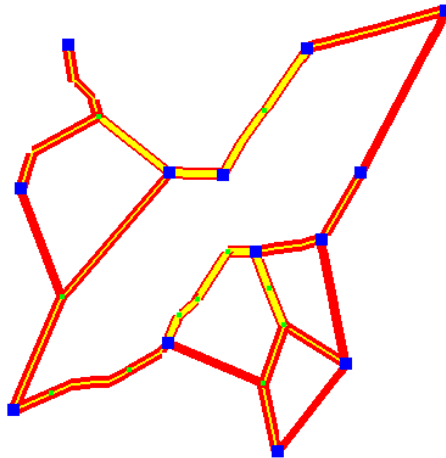
1 MODEL SIECI TRANSPORTOWEJ

1.1 Reprezentacja struktury sieci transportowej

Oczywistym modelem sieci transportowej jest graf, którego wierzchołki odpowiadają skrzyżowaniom, a krawędzie połączeniom drogowym. Każda krawędź ma dodatkowy atrybut – klasę określającą przepustowość. Dla każdej z klas określono jednostkowy koszt budowy. Niektórych wierzchołki pełnią rolę „miast”, dla których zadano potrzeby transportowe. Potrzeby transportowe są wyrażone w liczbie pojazdów przemieszczających się pomiędzy każdą parą miast. Dane te są zebrane

¹ Politechnika Śląska w Gliwicach, Wydział Transportu, ul. Krasińskiego 8, 40-019 Katowice, tel. (+48) 32 6034120, aleksander.krol@polsl.pl

w postaci macierzy źródło – cel, macierz ta nie musi być symetryczna [11]. Przykładową, bardzo prostą sieć transportową pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Przykładowa sieć transportowa. Niebieskie kwadraty oznaczają miasta, klasa połączeń jest zaznaczona kolorem i grubością krawędzi grafu.

Każdy taki model reprezentuje tylko fragment rzeczywistej sieci transportowej, która praktycznie obejmuje obszar całego kraju lub nawet kontynentu. Aby model oddawał rzeczywistość wielkość potrzeb transportach dla skrajnych węzłów musi uwzględniać również ruch zewnętrzny.

W trakcie optymalizacji wyjściowa struktura sieci jest losowo zmieniana:

- przepustowość połączenia może być zwiększona; koszt tej modyfikacji jest proporcjonalny do przyrostu przepustowości i zależy od klasy,
- przepustowość połączenia może być zmniejszona; w tym przypadku przyjęto, że koszt tej zmiany jest równy zero (ograniczenie przepustowości może być osiągnięte środkami administracyjnymi),
- może powstać nowe połączenie drogowe, wtedy koszt jest równy budowie nowego odcinka drogi danej klasy.

Jak widać dopuszczono również zmniejszanie przepustowości niektórych połączeń, co w skrajnym przypadku prowadzi nawet do ich faktycznego wyłączenia z ruchu. Wbrew pozorom, może to doprowadzić do zmniejszenia impedancji całej sieci kosztem tylko niektórych kierowców. Zjawisko to znane jako paradoks Braessa, polega na tym, że w pewnych okolicznościach dodatkowe połączenie może spowodować zwiększenie całkowitej impedancji. Można to zilustrować przykładem: dodano nowy fragment lokalnej drogi, który znacznie skraca czas dojazdu dla sporej grupy kierowców. Wszyscy ci kierowcy, zamiast tak, jak dotychczas korzystać z pobliskiej autostrady pojedą nową drogą powodując paraliż lokalnego systemu komunikacyjnego.

1.2 Określenie impedancji sieci

W każdym kroku optymalizacji, w celu określenia kosztów użytkowania sieci należy dokonać rozkładu ruchu na sieć. Przyjęto tutaj, że strumienie ruchu są rozdzielane w sieci transportowej przy przyjęciu systemu opisowego: każdy kierowca wybiera drogę tak, aby ponoszone przez niego koszty były jak najmniejsze. Jest to zgodne z klasyczną zasadą Wardropa [13]. Założono pełną znajomość warunków w sieci przez kierowców. Stosując powszechnie przyjmowaną zależność wyrażono czas potrzebny pojedynczemu kierowcy na przejechanie odcinka przez [7]:

$$T_i = D_i t_{cl} \left(1 + \alpha \left(\frac{O_i}{g_{cl}} \right)^\beta \right) \quad (1)$$

gdzie:

- T_i - czas potrzebny na przejazd odcinka,
- D_i - długość,

- t_{cl} - czas jednostkowy jazdy swobodnej zależny od klasy,
 O_i - aktualne obciążenie [pojazdy/h],
 g_{cl} - przepustowość zależna od klasy [pojazdy / h],
 α, β - parametry kalibrujące (typowo 0.15, 4).

Dla przyspieszenia obliczeń zamiast szukać drogi dla każdego kierującego zastosowano przybliżoną procedurę, dzieląc całkowite natężenie ruchu tylko na kilkadziesiąt części. W każdym kroku, poczynając od wartości zerowej natężenie jest zwiększane o taki sam ułamek i wtedy szuka się dróg aktualnie najszybszych przy użyciu algorytmu Dijkstry. Znalezione drogi są następnie obciążane bieżącym ułamkiem natężenia ruchu.

2 METODA OPTIMALIZACYJNA

2.1 Symulowane wyżarzanie

Zasada działania symulowanego wyżarzania oparta jest na analogii do zjawisk fizycznych zachodzących podczas powolnego stygnięcia i krzepnięcia ciał. Proces ten charakteryzuje się przejściem od stanu nieuporządkowanego o wysokiej energii (gorąca ciecz) do stanu wysoce uporządkowanego o minimalnej energii (kryształ). W wysokiej temperaturze cząsteczki, mając nadmiar energii mogą przeskakiwać w dowolne położenia, w miarę obniżania temperatury preferowane są przejścia w kierunku niższych energii [8].

Algorytm symulowanego wyżarzania jest modyfikacją prostych metod iteracyjnych, które opierały się na zastępowaniu obecnego rozwiązania losowo wygenerowanym rozwiązaniem sąsiednim (w przestrzeni rozwiązań) w przypadku, gdy prowadzi to do zwiększenia wartości funkcji celu. Symulowane wyżarzanie dopuszcza dodatkowo losowe zastąpienie bieżącego rozwiązaniem gorszym. Ta modyfikacja zwiększa szanse na opuszczenie lokalnego optimum i kontynuację poszukiwania optimum globalnego. Prawdopodobieństwo zastąpienia rozwiązania bieżącego gorszym nie jest stałe i maleje w trakcie działania algorytmu. Prawdopodobieństwo to (p) jest określone przez wielkość zwaną przez analogię temperaturą:

$$p = e^{-\frac{f_x - f_0}{T}} \quad (2)$$

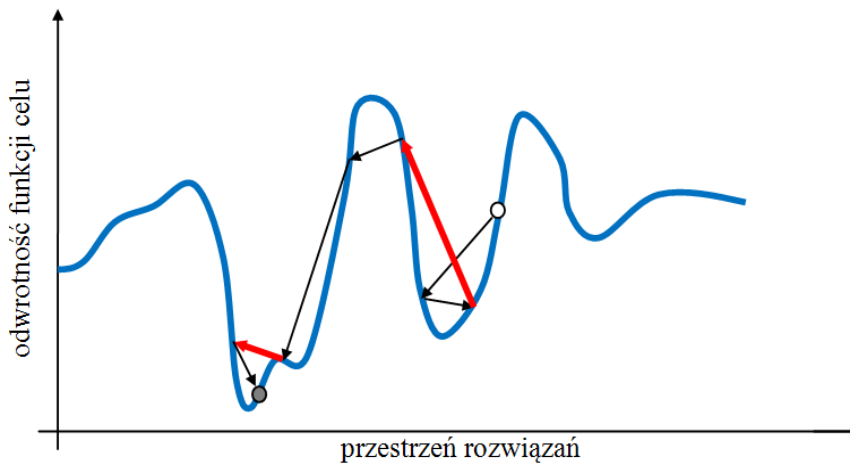
gdzie f_0 oznacza funkcję celu rozwiązania aktualnego, f_x oznacza funkcję celu rozwiązania zmodyfikowanego, a T temperaturę. Temperatura, z początku wysoka umożliwia intensywną eksplorację przestrzeni rozwiązań, a potem z czasem maleje, tak że prawdopodobieństwo wyboru rozwiązania gorszego pod koniec działania algorytmu jest znikome. Z reguły przyjmuje się geometryczny spadek temperatury w kolejnych iteracjach:

$$T_{i+1} = qT_i \quad q < 1 \quad (3)$$

Czynnik q może być określony przez empiryczną zależność, w której n oznacza liczbę kroków iteracji:

$$q = 1 - \frac{5}{n} \quad (4)$$

Schematyczny przebieg optymalizacji przy użyciu symulowanego wyżarzania pokazano na rys. 2. W celu podkreślenia analogii do procesów stygnięcia, w których minimalizowana jest energia na osi rzędnych pokazano odwrotność funkcji celu.



Rys. 2. Zasada algorytmu symulowanego wyżarzania. Wyróżniono epizody zamiany rozwiązania na gorsze

Symulowane wyżarzanie może być skuteczną metodą optymalizacji dla tych problemów, dla których przestrzeń rozwiązań ma niewielką „średnicę efektywną” we wszystkich wymiarach. Oznacza to, że zastosowany operator generujący rozwiązania sąsiednie powinien umożliwić przejście przez całą dziedzinę każdego ze stopni swobody problemu w stosunkowo niewielkiej liczbie kroków. Liczba stopni swobody (wymiarów przestrzeni rozwiązań) może być natomiast duża. Określenia „niewielka” oraz „duża” mają znaczenie względne i ich konkretne wartości zależą od optymalizowanego problemu.

2.2 Modyfikacje algorytmu

Do klasycznego algorytmu symulowanego wyżarzania wprowadzono trzy modyfikacje znacznie polepszające jego działanie [10]:

- algorytm działa w trybie równoległym, co oznacza, że jednocześnie biegnie ustalona liczba odrębnych procesów,
- dodatkowo zapamiętywane jest najlepsze rozwiązanie uzyskane we wszystkich procesach w dotychczasowych krokach, rozwiązanie to nie bierze udziału w dalszej optymalizacji, ale po jej zakończeniu zawiera wynik,
- równoległe procesy są niezależne, ale dopuszcza się sporadyczną wymianę informacji pomiędzy nimi (na podobieństwo operatora krzyżowania w przypadku algorytmu genetycznego – wymieniane są części struktury pomiędzy rozwiązaniami).

Wprowadzenie trybu równoległego wymaga modyfikacji czynnika określającego szybkość spadku temperatury, r_p oznacza tu liczbę równoległych procesów:

$$q = 1 - \frac{5r_p}{n} \quad (5)$$

Intensywność wymiany informacji jest określona przez prawdopodobieństwo krzyżowania. Jego wartość powinna być bardzo mała, tak aby zbytnio nie ograniczać niezależności poszczególnych procesów. W każdym kroku optymalizacji, dla aktualnego rozwiązania w każdym z równoległych procesów może dojść do krzyżowania z aktualnym rozwiązaniem z innego losowo wybranego procesu. Prawdopodobieństwo krzyżowania określa szanse zajścia takiego zdarzenia.

W badanych przypadkach funkcją celu maksymalizowaną w procesie optymalizacji jest całkowite skrócenie czasu spędzonego przez kierowców w podróży [1]. Na sumaryczny koszt modernizacji i rozbudowy sieci transportowej nałożone jest ograniczenie budżetowe.

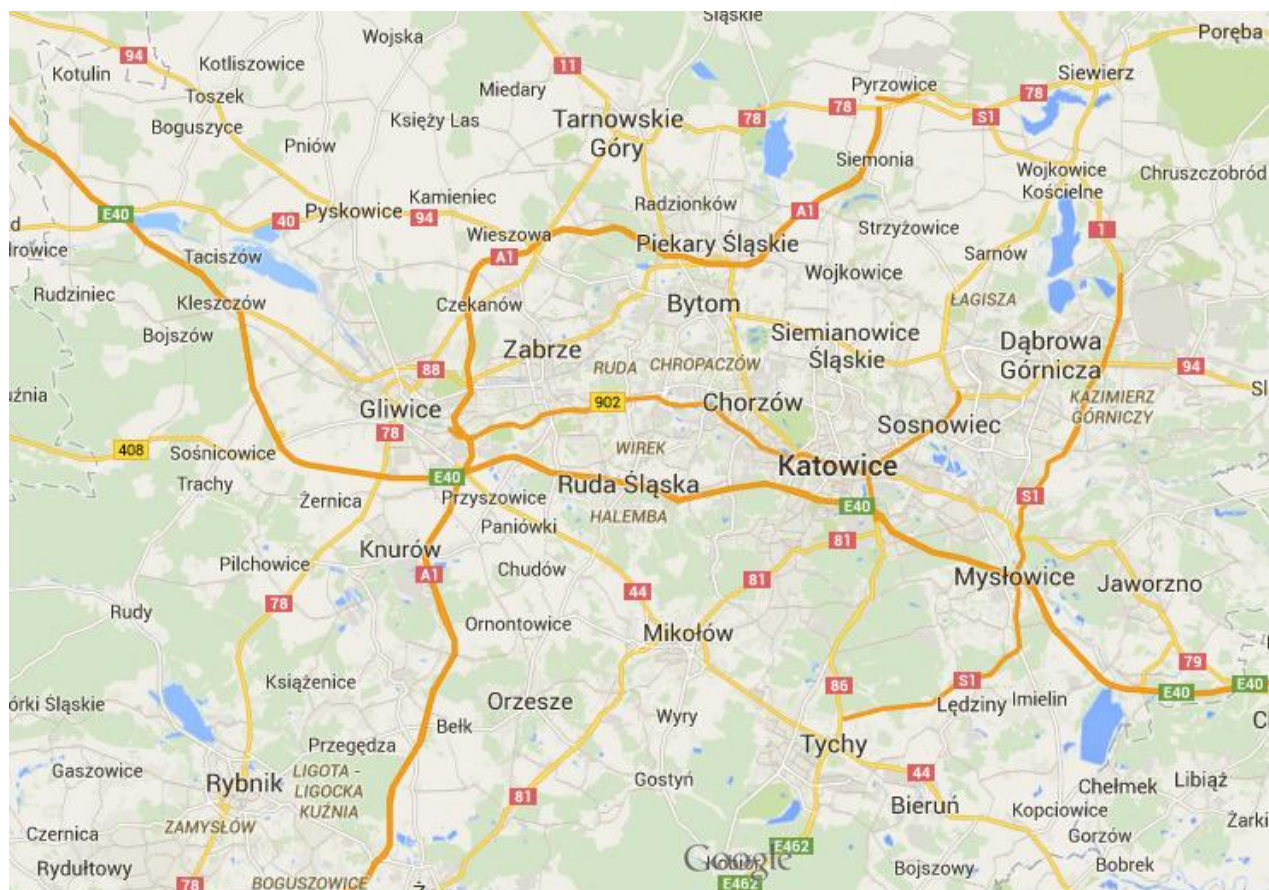
Takie podejście wymusza uwzględnienie dwóch kryteriów optymalizacyjnych: impedancji sieci oraz kosztów modyfikacji sieci. Najprostsze podejście polegające na bezwzględnym odrzucaniu tych rozwiązań, dla których koszt modyfikacji przekracza założony budżet ma tę wadę, że może spowodować utratę bardzo obiecującej koncepcji. Jest to szczególnie niekorzystne na początkowym etapie procesu optymalizacji (faza eksploracji przestrzeni rozwiązań). Wprowadzono zatem

możliwość akceptacji rozwiązania przekraczającego ograniczenie budżetowe – prawdopodobieństwo takiej ewentualności jest obliczane podobnie jak w wyrażeniu (2).

3 UZYSKANE WYNIKI

3.1 Budowa modelu sieci transportowej

Przedmiotem badań był uproszczony model sieci transportowej centralnej części Górnego Śląska, którą pokazano na rysunku 3 [9]. Na tym obszarze w bardzo wielu miejscowościach różnej wielkości zamieszkuje prawie 4 miliony osób, populacja 10 miast przekracza 100 000. Przez badany region przebiegają dwie krzyżujące się autostrady (A1 i A4) oraz Drogowa Trasa Średnicowa, która jest drogą szybkiego ruchu i przecina centralną część regionu.



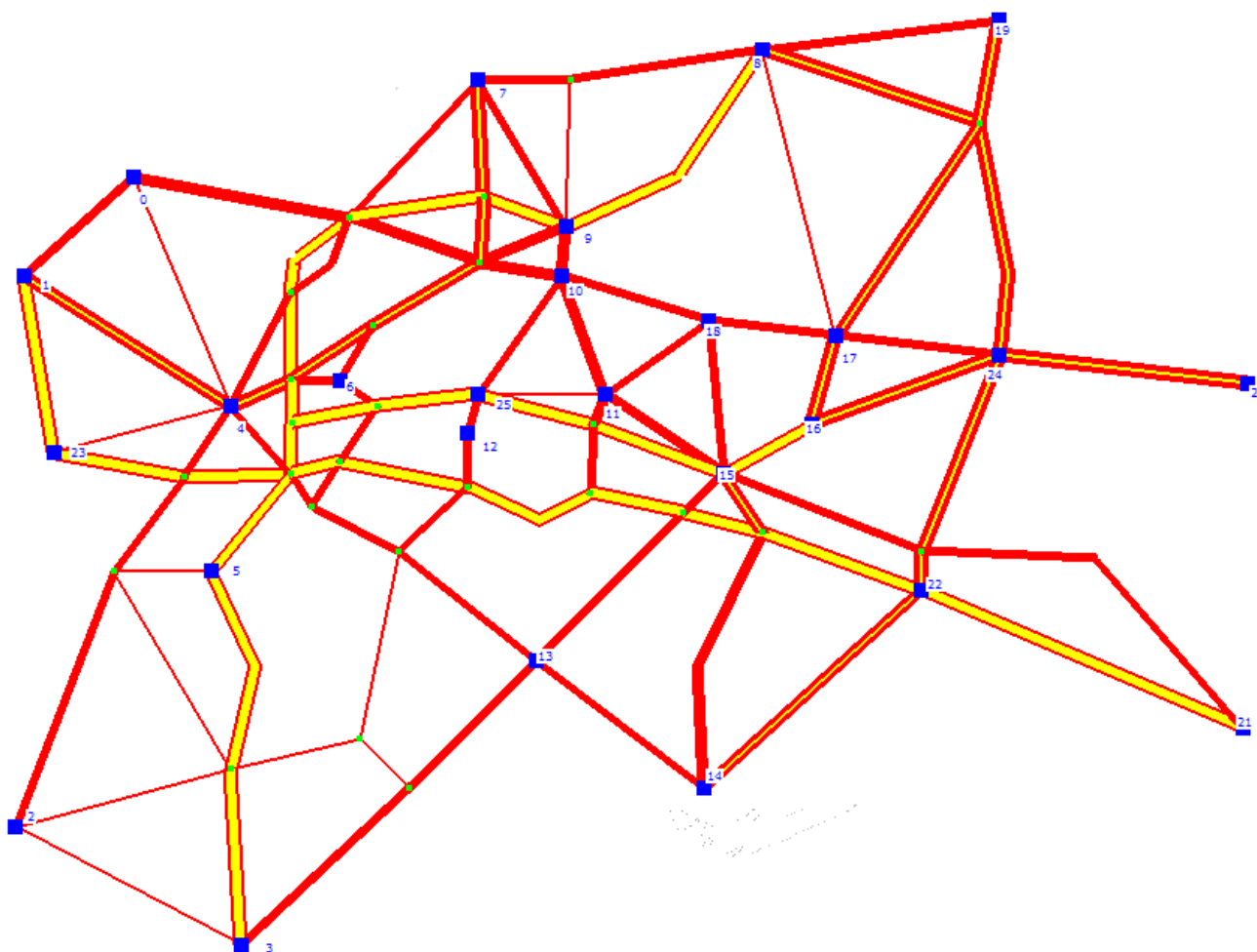
Rys. 3. Mapa analizowanego obszaru [9].

Podczas konstrukcji modelu pominięto wiele małych miejscowości oraz lokalnych dróg. Miasta uwzględnione w modelu traktowane są jako izolowane punkty, gdy tymczasem w rzeczywistości większość badanego obszaru jest silnie zurbanizowana, a granice miast są praktycznie niezauważalne. Model pokazano na rysunku 4.

Potrzeby transportowe zostały oszacowane na podstawie danych zebranych podczas Generalnego Pomiaru Ruchu 2010 i publikowanych na stronach internetowych GDDKiA [6]. Ponieważ większość dróg ujętych w modelu podlega pomiarowi możliwe było określenie elementów macierzy źródło-przeznaczenie przez dopasowanie tych danych do przepływów teoretycznych. Uwzględniono tu populacje miast a także dostępne dane fragmentaryczne dotyczące podróży pomiędzy miastami. Ruch tranzytowy uwzględniono w potrzebach transportowych miast leżących na granicy obszaru. Zestawienie uwzględnionych w modelu miast wraz z ich populacją pokazano w tabeli 1. Rysunek 4 przedstawia strukturę modelu, a rysunek 5 potrzeby transportowe.

Tab. 1. Miejscowości ujęte w modelu [9]

Lp	Miasto	Populacja	Lp	Miasto	Populacja
0	Pyskowice	19000	13	Mikołów	40000
1	Kleszczów	0	14	Tychy	129000
2	Rybnik	148000	15	Katowice	307000
3	Żory	62000	16	Sosnowiec	214000
4	Gliwice	186000	17	Będzin	69000
5	Knurów	39000	18	Siemianowice	70000
6	Zabrze	179000	19	Siewierz	5500
7	Tarnowskie Góry	61000	20	Sławków	7200
8	Pyrzowice	0	21	Chrzanów	39000
9	Piekary Śląskie	58000	22	Mysłowice	75000
10	Bytom	175000	23	Sośnicowice	2000
11	Chorzów	111000	24	Dąbrowa Górnicza	125000
12	Ruda Śląska	142000	25	Świętochłowice	52000



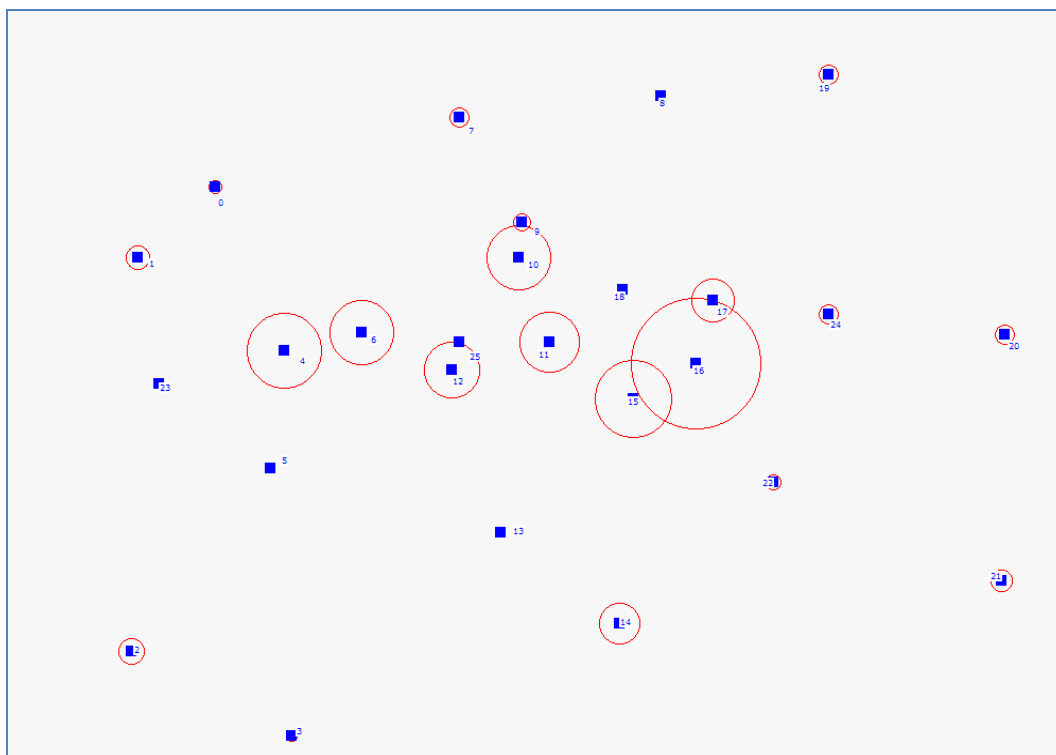
Rys. 4. Model sieci drogowej centralnego regionu Górnego Śląska [9]

Jednostkowe koszty budowy dla poszczególnych klas dróg zostały określone na podstawie danych również publikowanych przez GDDKiA. Dla przepustowości oraz jednostkowego czasu jazdy w ruchu swobodnym przyjęto typowe wartości. Założono budżet 2.5 mld PLN.

Ogólną statystykę danych wejściowych modelu dla jednej godziny w czasie szczytu pokazano w tabeli 2.

Tab. 2. Podsumowanie danych wejściowych

Element	Wartość
Liczba podróży	75500
Całkowita długość podróży [km]	1800000
Początkowy sumaryczny czas jazdy [min]	2020000
Średnia długość podróży [km]	23.8
Średni czas jazdy [min]	27

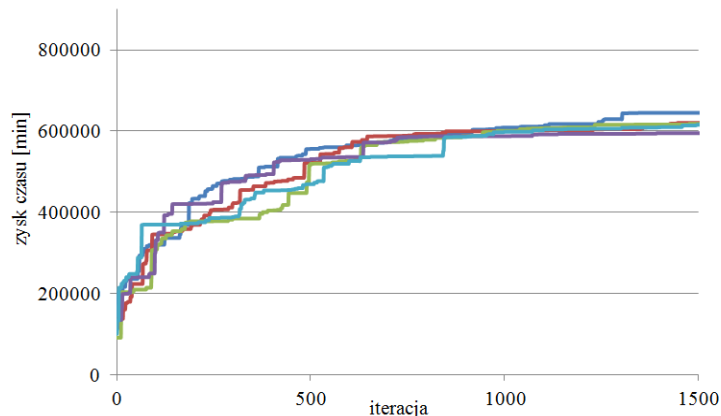


Rys. 5. Potrzeby transportowe – promień koła jest proporcjonalny do liczby pojazdów podróżujących z i do miasta [9]

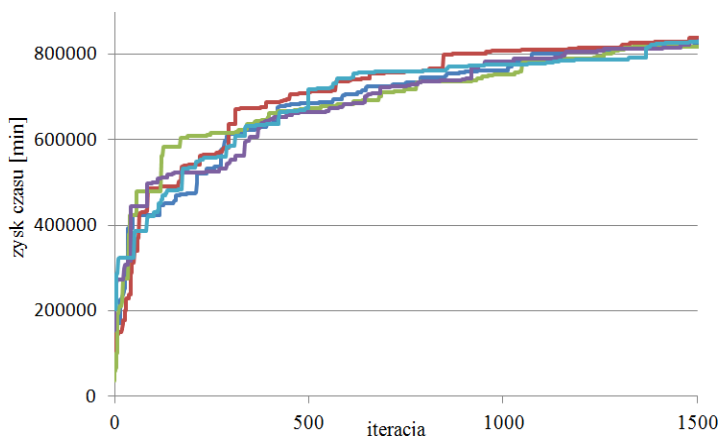
3.2 Dobór parametrów algorytmu

Pierwsze testy przeprowadzono celu oszacowania najistotniejszych parametrów: temperatury początkowej oraz liczby równoległych procesów. Uzyskane wyniki sugerują, że wartość temperatury początkowej powinna być rzędu wartości funkcji celu. W przypadku zbyt dużej wartości prawdopodobieństwo zastąpienia rozwiązania lepszym gorszym jest praktycznie równie jedności i przez większość czasu algorytm losowo błądzi w przestrzeni rozwiązań, w przypadku zbyt małej wartości znacznie ograniczona jest zdolność eksploracyjna algorytmu. Liczba równoległych procesów ma oczywisty wpływ na czas działania procedury optymalizacyjnej. Ale zebrane wyniki pokazują, że wpływ na jakość rezultatu optymalizacji ma całkowita liczba przeanalizowanych w jej trakcie rozwiązań. Zatem przy mniejszej liczbie procesów potrzebna jest większa liczba iteracji, z drugiej strony większa liczba procesów zapewnia lepszą eksplorację przestrzeni rozwiązań i powtarzalność wyników. Ostatecznie liczbę procesów ustalono na 20, a liczbę iteracji na 1500. Po tym czasie wartość funkcji celu praktycznie ustala się; odpowiada to kilkuset sekundom czasu pracy procesora.

Zbadano też wpływ intensywności wymiany informacji pomiędzy procesami. W tym celu przeprowadzono kilka serii optymalizacji zmieniając prawdopodobieństwo krzyżowania. Wykazano, że parametr ten ma duże znaczenie dla efektywności optymalizacji. Jego optymalna wartość jest rzędu 0.05. Przykładowe przebiegi zbieżności funkcji celu w trakcie optymalizacji pokazano na rysunkach 6 i 7. Jak można zauważyć, wyniki uzyskiwane bez krzyżowania są około 25% gorsze, a powtarzalność w kolejnych przebiegach dużo mniejsza. Potwierdzają to wartości z tabeli 3. Zbyt duża wartość (> 0.10) prawdopodobieństwa krzyżowania powoduje pogorszenie możliwości eksploracyjnych algorytmu i również skutkuje gorszymi efektami.



Rys. 6. Zbieżność funkcji celu dla kilku kolejnych przebiegów z prawdopodobieństwem krzyżowania $p_x = 0$



Rys. 7. Zbieżność funkcji celu dla kilku kolejnych przebiegów z prawdopodobieństwem krzyżowania $p_x = 0.05$

Tab. 3. Wpływ wartości prawdopodobieństwa krzyżowania na efektywność algorytmu

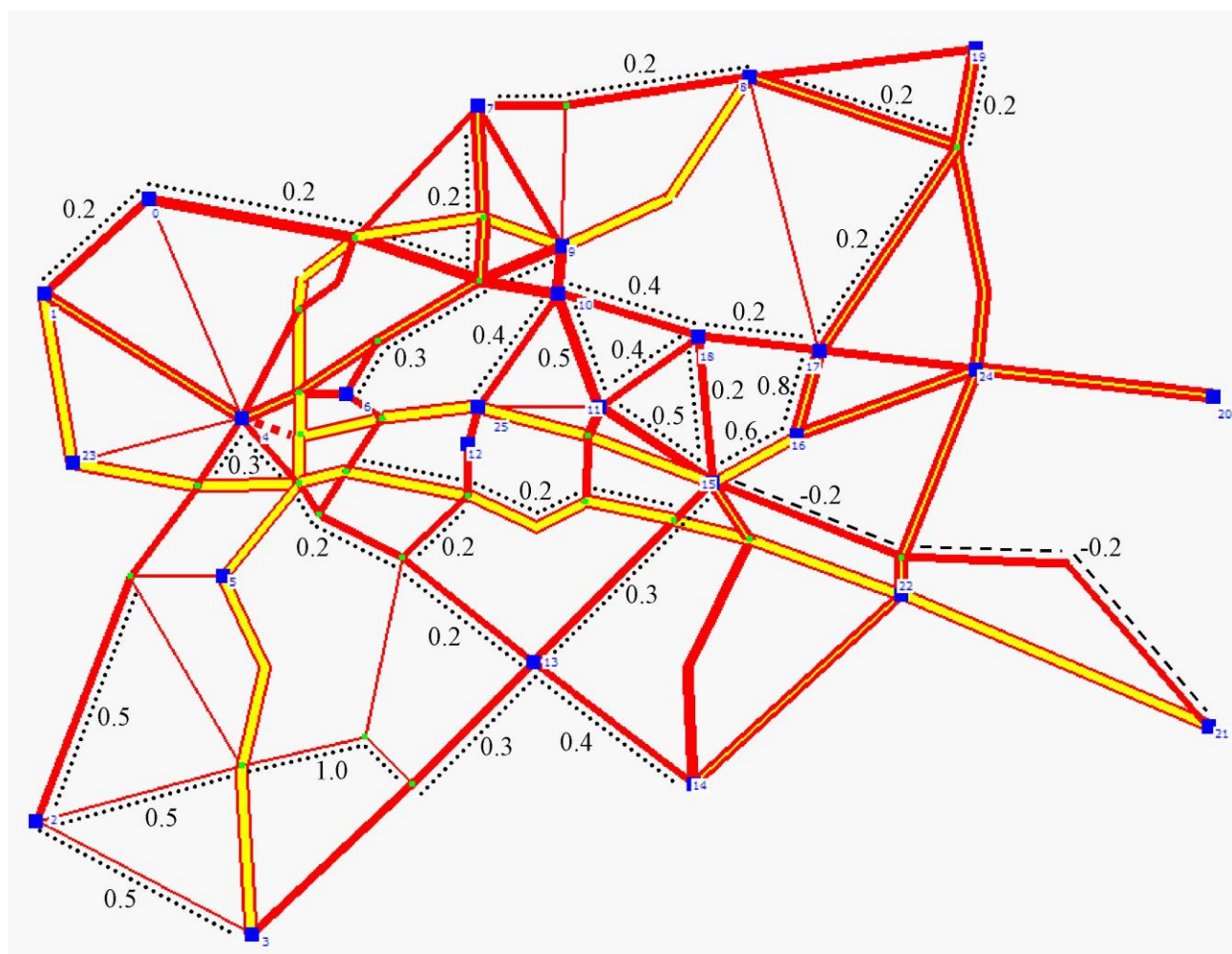
Prawdopodobieństwo krzyżowania	Wartość średnia funkcji celu [min]	Odchylenie standardowe	
		[min]	[%]
0.00	620000	18000	3
0.05	835000	7700	1

3.3 Rezultaty

Na rysunku 8 pokazano jeden z wariantów rozwoju sieci transportowej wygenerowanych przez opisaną procedurę optymalizacyjną. Ze względu na założony spory budżet modyfikacje są dość istotne, ale dzięki uzyskano całkowite skrócenie czasu jazdy w godzinie szczytu o 835000 minut (z początkowych 2020000 minut, poprawa o 41%).

Jak można zauważyć proponowane modyfikacje polegają głównie na:

- znacznym zwiększeniu przepustowości lokalnych połączeń w centrum aglomeracji (pomiędzy Katowicami, Sosnowcem, Chorzowem, Bytomiem, Zabrzem i Rudą Śląską)
- niewielkim (rzędu 20%) zwiększeniu przepustowości połączeń na obwodzie analizowanego obszaru (Tarnowskie Góry – Siewierz, Tychy – Mikołów – Gliwice, Pyskowice – Kleszczów),
- zwiększeniu przepustowości dróg wylotowych z aglomeracji (na południe – kierunki Rybnik, Żory, na północ – kierunek Siewierz)
- zwiększeniu przepustowości odcinka autostrady A4 pomiędzy węzłami Mikołowska (Katowice) i Sośnica (Gliwice)
- przedłużeniu Drogowej Trasy Średnicowej od węzła z autostradą A1 do centrum Gliwic (inwestycja aktualnie w realizacji)



Rys. 8. Jeden z wygenerowanych wariantów rozwoju sieci transportowej centralnej części Górnego Śląska

WNIOSKI

W pracy zaproponowano prostą i szybką metodę diagnostyki sieci transportowej, która pozwala na wskazanie tych fragmentów, które wymagają przebudowy. Użyta metoda optymalizacyjna mimo niewielkiej złożoności jest stabilna i mimo niedeterministycznego charakteru prowadzi do powtarzalnych wyników. Uwarunkowania problemu wymusiły nową modyfikację algorytmu symulowanego wyżarzania, tak aby możliwe było uwzględnienie dwóch kryteriów optymalizacyjnych.

Rozwój zaproponowanej idei powinien przebiegać w dwóch kierunkach: udoskonalenie modelu sieci transportowej i jego kalibracja, tak aby jak najwierniej odzwierciedlał rzeczywistość oraz modyfikacja metody optymalizacyjnej, tak aby uzyskiwane wyniki były jeszcze bardziej powtarzalne, a czas potrzebny na ich generację mniejszy.

Streszczenie

Obecna postać sieci transportowej na danym obszarze jest wynikiem rozwoju trwającego nawet setki lat. Niektóre etapy tego procesu były wymuszane przez losowe czynniki, które teraz często nie mają już żadnego znaczenia. Dodatkowo obecnie w gwałtowny sposób rosną potrzeby transportowe. Jest zatem prawie pewne, że konieczna jest rozbudowa i modernizacja zastanej sieci transportowej. Mając na uwadze ograniczenia budżetowe należy wskazać te elementy, których modyfikacja przyniesie jak najwięcej korzyści. Ze względu na złożoność problemu obiecujące jest zastosowanie metod sztucznej inteligencji. Jedną z najprostszych w implementacji metod jest symulowane wyżarzanie, które po wprowadzeniu pewnych modyfikacji jawi się jako bardzo szybki i skuteczny sposób znajdowania globalnego optimum. W pracy stworzono uproszczony, ale realistyczny model sieci transportowej centralnej części Górnego Śląska, potrzeby transportowe określono w oparciu o dane z Generalnego Pomiaru Ruchu 2010. Stosując zmodyfikowany algorytm symulowanego wyżarzania poszukiwano najlepszych możliwości rozwoju badanej sieci transportowej.

Application of the modified simulated annealing algorithm for determination the directions of the development of the transportation network

Summary

The present structure of the transportation network in the given area is the result of the ongoing development lasting even hundreds of years. Some stages of this process were forced by random factors, which are now without any meaning. Additionally the transportation demands are growing rapidly in recent times. Therefore it is almost certain that it is now necessary to develop the existing transportation network. Taking into account the budgetary constraints those elements whose modification will be most beneficial should be specified. Due to the complexity of the problem it is likely to use the artificial intelligence methods. One of the simplest for the implementation is the simulated annealing algorithm. After introduction of some modifications it appears as a quick and efficient way for the global optimum searching. The simplified, but realistic model of the transportation network of the central part of Upper Silesia was created, the transportation demands were determined with the use of the data from the General Traffic Measurement 2010. With the use of the modified simulated annealing algorithm the best possibilities of the development of the examined transportation network were searched for.

BIBLIOGRAFIA

1. Archondo-Callao R. S., Faiz A., Estimating Vehicle Operating Costs, The World Bank, Washington, D.C., 1999,
2. Chiou S. W., A generalized iterative scheme for network design problem, Applied Mathematics and Computation, 188(2), 2007, ss. 1115–1123,
3. Drezner Z., Wesolowsky G. O., Network design: selection and design of links and facility location, Transportation Research Part A, 37, 2003, ss. 241–256,
4. Gao Z., Wu J., Sun H., Solution Algorithm for the Bi-level Discrete Network Design, Problem. Trans. Res B, 39, 2005, ss. 479–495,
5. Gen M., Altıparmak F., Lin L., A genetic algorithm for two-stage transportation problem using priority-based encoding, OR Spectrum, 28, 2006, ss. 337–354,
1. Generalna Dyrekcja Dróg Krajowych i Autostrad, Generalny Pomiar Ruchu, Warszawa, 2010, <http://www.gddkia.gov.pl/pl/987/gpr-2010>, (dostęp: 1.01.2014).
6. Jastrzębski W. P., Funkcje oporu odcinka, V Konferencja Naukowo – Techniczna: Transport a Rozwój Zrównoważony, Poznań, 2005,
7. Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Vecchi M. P., Optimization by Simulated Annealing, Science, 220, 1983, ss. 671-680,
8. Król A., Application of the artificial immune system to determine the priorities for the development of the transportation network, proc. of the First International Conference on Engineering and Applied Sciences Optimization, Kos, 2014, ss. 1-17,
9. Onbaşoğlu E., Özdamar L., Parallel Simulated Annealing Algorithms in Global Optimization, Journal of Global Optimization, Volume 19, Issue 1, 2001, ss. 27-50
10. Pamuła T., Król A., Statystyczny model monitorowania ruchu drogowego, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria TRANSPORT, z. 6, 2009, ss. 73-80,
11. Tianze X., Heng W., Zhuan-De W., Study on continuous network design problem using simulated annealing and genetic algorithm, Expert Systems with Applications, 36, 2009, ss. 2735–2741,
12. Wardrop J. G., Some theoretical aspects of road traffic research, proc. of the Institution of Civil Engineers, II 1 (2), 1952, ss. 325–378,