

**Michał Kłodawski<sup>1</sup>**

Wydział Transportu Politechniki Warszawskiej

## Heurystyki generowania tras kompletacji

### 1. WPROWADZENIE

Współcześnie, szeroko rozwinięty handel elektroniczny i systemy sprzedażowe umożliwiają klientom zamawianie oraz zakup produktów, dóbr i usług z wykorzystaniem m.in. telefonów komórkowych czy komputerów przenośnych za pośrednictwem Internetu. To powoduje, że proces ten jest znacząco skracany, a rezultatem tego klienci oczekują równie sprawnej i szybkiej dostawy zakupionego dobra. Niesie to ze sobą konieczność utrzymywania wysokiej efektywności całych łańcuchów dostaw i systemów dystrybucji. W każdym z takich systemów i łańcuchów obiekty logistyczne odgrywają bardzo istotną rolę, gdyż pełnią funkcję spajających je ogniów, determinując tym samym ich efektywność i wydajność. Dla większości ze wspomnianych obiektów podstawową funkcją i zadaniem związanym z obsługą klientów jest realizacja procesu kompletacji, czyli konstruowania niejednorodnych jednostek ładunkowych z dostępnego w obiekcie asortymentu, na podstawie informacji o zapotrzebowaniu klientów. W przypadku procesu kompletacji, jej najbardziej czasochłonnym etapem jest przemieszczanie się pracowników kompletujących pomiędzy miejscami pobrań artykułów. Czynności te mogą przekraczać nawet 55% całego czasu poświęcanego na tego typu procesy [1]. Wobec tego w celu poprawy wydajności i zwiększenia efektywności kompletacji w punktowych elementach łańcuchów dostaw i systemów dystrybucji dąży się do skrócenia czasu przemieszczania pracowników w strefie kompletacji. To z kolei jest ściśle związane ze skróceniem długości dróg pokonywanych w tej strefie. Poszukuje się zatem takich metod generowania tras kompletacyjnych, dla których możliwe będzie zminimalizowanie ich długości lub co najmniej znaczne ich ograniczenie.

### 2. ZAGADNIENIE TRAS KOMPLETACJI

Zagadnienia sekwencjonowania miejsc pobierania artykułów i ustalania tras pracowników analizowano w literaturze problemu dla czterech podstawowych systemów magazynowych zawierających [4]: konwencjonalne systemy i układy komisjonowania z wieloma równoległymi korytarzami roboczymi (jedno- i wieloblokowe), automatyczne systemy składowania (AS/RS) człowiek do materiału oraz materiał do człowieka, jak również systemy komisjonowania wyposażone w automatyczne regały karuzelowe.

Konwencjonalne układy komisjonowania z wieloma równoległymi korytarzami mają w większości przypadków regularny, prostokątny (ewentualnie kwadratowy) układ. Zawierają wiele równoległych korytarzy, zlokalizowanych wzdłuż miejsc oferowania asortymentu (zestawionych w rzędy regałowe, pola odkładcze, itp.), nazywanych korytarzami roboczymi lub kompletacyjnymi oraz dwa lub więcej korytarze poprzeczne, służące do zmiany korytarzy roboczych. Liczba korytarzy poprzecznych warunkuje liczbę bloków regałowych (wydzielonych dwoma korytarzami poprzecznymi powierzchni wraz z rzędami regałowymi i korytarzami roboczymi).

Opisanym powyżej konwencjonalnym układom komisjonowania o układzie jednoblokowym poświęcono w literaturze wiele uwagi. Przedstawiono tam wiele heurystyk wskazujących sposoby sekwencjonowania miejsc oferowania i wyznaczania w ten sposób tras kompletacji. Do najbardziej znanych i najczęściej omawianych należy zaliczyć metodę każdego korytarza *S-shape*, która charakteryzuje się tym, iż pracownicy przemierzają każdy korytarz roboczy, w którym znajduje się co

---

<sup>1</sup>mkloda@wt.pw.edu.pl

najmniej jedna lokalizacja do odwiedzenia (patrz np. [12], [10], [8]). Przeciwnieństwem tej metody jest metoda powrotna *Return* zakładająca, iż pracownik wchodzi tylko do tych korytarzy roboczych, w których zlokalizowany jest co najmniej jeden artykuł do pobrania, jednak nie przemierza go całego, a jedynie dociera do miejsca pobrania i wraca do tego samego korytarza poprzecznego, z którego do niego wszedł. Heurystyka kompleksowa *Composite Heuristic* łączy w sobie cechy dwóch poprzednich. Umożliwia ocenę tego, czy przemieszczając się pomiędzy kolejnymi parami miejsc pobrania należy przejść cały korytarz czy zawrócić (patrz [9]). Inna metoda, zwana heurystyką punktu środkowego *Midpoint* dzieli jednoblokowy układ strefy kompletacji na dwie równe części (górną i dolną). Każde z miejsc pobrań znajdujących się w określonej części jest odwiedzane z korytarza poprzecznego należącego do tej części (np. [12]). Heurystyka największej szczeliny *Largest Gap* jest pewną odmianą metody punktu środkowego. W tym przypadku pojedynczy blok regałowy również dzielony jest na dwie części, ale podział jest umowny, tzn. wyznaczany jest niezależnie dla każdego korytarza i zależy od ułożenia w nim miejsc pobrań. Korytarze dzielone są w miejscu, które stanowi największy odstęp pomiędzy dwoma miejscami pobrań w tym korytarzu albo pomiędzy końcem korytarza poprzecznego a najbliższym miejscem pobrań. Zastosowanie metody *Largest Gap* gwarantuje uzyskanie co najmniej tak krótkich tras, jak w przypadku metody *Midpoint* [5].

Podobne metody heurystyczne zostały opracowane również dla wieloblokowych układów stref kompletacji, np. zmodyfikowane heurystyki *S-shape* i *Largest Gap*, jak również korytarz-po-korytarzu *Aisle-by-aisle* [15], czy kombinowana *Combined* [12]. Dwie ostatnie opierają się na programowaniu dynamicznym i konstruują trasy kompletacji na podstawie odpowiedniego powiązania ze sobą najkrótszych ścieżek cząstkowych (segmentów całych tras).

W szeroko rozumianej problematyce wyznaczania tras (w dystrybucji, handlu, zaopatrzeniu, jak również transporcie wewnętrznym) bardzo często analizowane jest także zagadnienie komiwojażera. Najogólniej można je przedstawić w poniżej przytoczony sposób. Danych jest  $n$  punktów do odwiedzenia, które powiązane są ze sobą drogami o określonych długościach. W jednym z punktów (mieście początkowym) znajduje się komiwojażer, który chce odwiedzić wszystkie punkty (miejscowości) w taki sposób, aby w każdym z nich znaleźć się dokładnie jeden raz, a na koniec powrócić do miejsca startowego. Celem jest znalezienie najkrótszej możliwej trasy. Problem ten znajduje swoje zastosowanie również w procesach magazynowych. Osoba realizująca zamówienie klienta (komiwojażer) rozpoczyna proces kompletacji w punkcie, w którym pobiera listę kompletacyjną, czyli tzw. punkcie startu kompletacji. Następnie musi odwiedzić wszystkie miejsca oferowania asortymentu, by w końcu powrócić do punktu rozpoczęcia procesu wraz ze skompletowaną jednostką ładunkową.

W klasycznym podejściu do problemu komiwojażera, wszystkie miasta muszą być odwiedzone tylko raz. W przypadku procesu komisjonowania sytuacja wygląda nieco inaczej. Jedynymi miejscami, które muszą zostać odwiedzone przez kompletującego (komiwojażera) są miejsca pobrania artykułów, będących na liście kompletacyjnej. Pozostałe miejsca oferowania mogą zostać pominięte. Dodatkową różnicą jest fakt, iż dopuszczalne jest, aby te same węzły (punkty) były odwiedzone więcej niż jeden raz. Ze względu na te rozbieżności problem komiwojażera (*Traveling Salesman Problem*) wykorzystywany do generowania tras pracowników kompletacyjnych nazywany jest *Steiner Traveling Salesman Problem*, który generalnie jest nierozwiązywalny w czasie wielomianowym. Problemem tym zajmowali się Ratliff i Rosenthal, którzy w 1983 roku w pracy [11] zwrócili uwagę na to, iż dla prostych jednoblokowych, prostokątnych układów strefy komisjonowania istnieje algorytm rozwiązujący ten problem w czasie liniowo zależnym od liczby korytarzy roboczych i liczby miejsc oferowania artykułów. W kolejnych latach algorytm ten był badany i analizowany w wielu pozycjach literatury. W roku 1998 De Koster i Van der Poort w [3] rozszerzyli *Steiner Traveling Salesman Problem* do postaci umożliwiającej wyznaczanie najkrótszych dróg kompletacji w magazynach o jednoblokowym układzie strefy kompletacji ze zdecentralizowanym punktem startu/końca kompletacji (osoba realizująca procesy kompletacyjne może odkładać sformowane jednostki ładunkowe w różnych, niezależnych miejscach, np. na różne segmenty przenośnika zlokalizowanego na czole strefy kompletacji). Inną analizowaną w literaturze modyfikacją rozwiązania problemu *Steiner Traveling Salesman Problem* był algorytm zaprezentowany przez Roodbergen'a i De Koster'a w

publikacji [13]. Umożliwiał on wyznaczenie najkrótszej drogi kompletowania zamówień klientów w magazynach z trzema korytarzami poprzecznymi: z przodu, z tyłu i w środku strefy kompletacji, czyli dla dwublokowych układów strefy komisjonowania.

### 3. PROBLEM BADAWCZY

#### 3.1. Opis analizowanego problemu

W niniejszym artykule szczególną uwagę poświęcono konwencjonalnym układom strefy kompletacji o regularnym układzie, charakteryzującym się określoną liczbą bloków regałowych, korytarzy roboczych i poprzecznych, a także długością i szerokością rzędów regałowych. Dla takich układów losowano określone liczby miejsc pobrań asortymentu, dla których należało wyznaczyć drogę, po której będą poruszać się pracownicy kompletacyjni. Na potrzeby realizacji powyższego zadania należało rozwiązać dwa pod-problemy: pierwszy dotyczył odpowiedniego uszeregowania miejsc pobrania, czyli wskazania kolejności ich odwiedzania, drugi natomiast odnosił się do odnalezienia najkrótszej ścieżki pomiędzy kolejnymi parami miejsc pobrania. W wyniku tego możliwe było wyznaczenie ścieżek kompletacyjnych oraz określenie ich długości.

#### 3.2. Wyznaczanie ścieżek pomiędzy miejscami pobrań

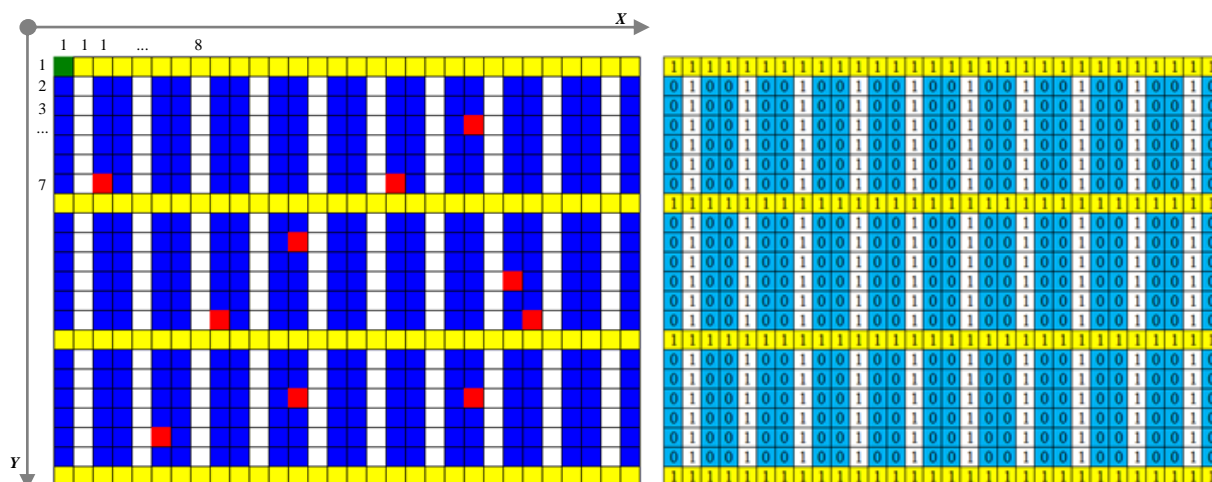
W celu odnalezienia najkrótszych ścieżek pomiędzy każdą kolejną parą miejsc pobrań w strefie kompletacji wykorzystany został algorytm  $A^*$ . Algorytm  $A^*$  (nazywany również: *A-star*, *A-gwiazdka*) został opracowany przez P. Harta, N. Nilssona oraz B. Raphaela w 1968 r. Należy do grupy algorytmów przeszukujących graf, przed którymi postawiono zadanie znalezienia najkrótszej ścieżki między dwoma węzłami grafu. Pomimo upływu lat algorytm jest nadal podstawową metodą używaną w grach komputerowych (nawet tych technologicznie zaawansowanych), a także wielu innych zagadnieniach, w których problemem jest odnalezienie najkrótszej drogi (np. [7], [6], [2], [14]).

Na potrzeby wykorzystania algorytmu  $A^*$  strefa kompletacji, w której wyznaczane były trasy należało odpowiednio odwzorować. Na rysunku 1 przedstawiono przykład takiej strefy, która scharakteryzowana została za pomocą: liczby bloków regałowych ( $B=3$ ), liczby korytarzy roboczych ( $K=10$ ), liczby kolumn regałowych w każdym rzędzie regałowym ( $Q=6$ ) warunkującą ich długości, a także szerokością rzędu regałowego ( $g$ ) i kolumny regałowej ( $d$ ). Dodatkowo korytarze robocze i poprzeczne zostały podzielone na pola, po których będą poruszali się pracownicy. Na rysunku 1 pola te przedstawiono jako kwadraty, jednak w rzeczywistości ich kształt (kwadrat czy prostokąt) będzie zależał od wartości parametrów  $g$  oraz  $d$ . Poszczególne pola mogą również odwzorowywać przeszkody jakie będą musieli omijać pracownicy kompletacyjni. W tym przypadku przeszkodami są rzędy regałowe, w których zlokalizowane są miejsca pobrań artykułów. Na potrzeby rozpoznania przez algorytm dróg transportowych i przeszkód, strefa kompletacji odwzorowana została również w postaci macierzy incydencji, w której poszczególne elementy (pola) opisano wartościami ze zbioru  $\{0, 1\}$ . Jeżeli danemu polu przypisano wartość równą 1, oznacza to, iż jest to korytarz, po którym może poruszać się pracownik, w przeciwnym przypadku jest to przeszkoda (rzęd regałowy), który należy ominąć (patrz rysunek 1).

W strefie kompletacji ustalono również punkt startu i zakończenia procesu (założono zcentralizowane pojedyncze miejsce oznaczone na rysunku 1 kolorem zielonym), a także miejsca niezbędne do odwiedzenia podczas procesu (oznaczone kolorem czerwonym - rysunek 1). Ze względu na fakt, iż miejsca pobrań zlokalizowane są w polach niedostępnych dla pracowników kompletacyjnych (rzędach regałowych oznaczonych jako przeszkody do ominięcia) niezbędne było przypisanie tych miejsc do pól przyległych i należących do korytarzy roboczych. Wobec tego z punktu widzenia algorytmu  $A^*$  miejscami pobrań były pola korytarzy roboczych bezpośrednio przylegające do pola rzędu regałowego, z którego należy pobrać artykuły.

Zaimplementowany algorytm  $A^*$  poszukiwał najkrótszej drogi łączącej pole startowe z docelowym (każde z pól oznaczonych jako start/stop kompletacji oraz miejsce pobrań występowało dokładnie jeden raz w roli zarówno pola startowego, jak i docelowego). Szacunkowa długość ścieżki

prowadząca z aktualnej pozycji do punktu docelowego wyznaczana była na podstawie funkcji heurystycznej typu Manhattan (odległość dwóch pól to suma ich odległości w pionie i w poziomie – „poruszamy się po prostopadłych i równoległych korytarzach”). Koszt przejścia pojedynczego pola zależy od kierunku ruchu (poziomy, pionowy) i wynika z wartości parametrów  $g$  oraz  $d$ .



Rys. 1. Reprezentacja strefy kompletacji

Źródło: opracowanie własne

### 3.3. Sekwencjonowanie miejsc pobrań

Wykorzystanie algorytmu  $A^*$  umożliwia odnalezienie ścieżek pomiędzy każdą parą pól jakie należy odwiedzić w strefie kompletacji (startu/stopu i pobrań). Jednak w celu odnalezienia najlepszej, z punktu widzenia długości, ścieżki kompletacyjnej niezbędne jest także określenie kolejności odwiedzania poszczególnych miejsc pobrań artykułów, czyli odpowiednie ich uszeregowanie. Odnalezienie najkrótszych ścieżek pomiędzy każdą parą miejsc nie gwarantuje bowiem uzyskania najkrótszej całkowitej ścieżki kompletacji. W tym celu przygotowano i porównano kilka metod heurystycznych i metaheurystycznych, które pokrótce scharakteryzowano poniżej.

#### *M1. Losowy wybór lokalizacji*

Pracownik kompletacyjny startuje z miejsca startu kompletacji a następnie losowo wybiera kolejne miejsce pobierania asortymentu. Po odwiedzeniu ostatniego z miejsc pobrań wraca do punktu startu/końca kompletacji.

#### *M2. Wg odległości od startu kompletacji*

Przed rozpoczęciem procesu kompletacji szacowana jest odległość od punktu startu kompletacji do każdego miejsca pobrania asortymentu. Następnie miejsca te są szeregowane na podstawie uzyskanych wartości, od najmniejszej do największej. W tej kolejności będą one odwiedzane przez pracownika kompletacyjnego. Po odwiedzeniu ostatniego miejsca pobrania pracownik wraca do punktu startu kompletacji.

#### *M3. Kolejny najbliższy (algorytm zachłanny)*

Pracownik rozpoczynając proces kompletacji, jako pierwsze wybiera miejsce najbliższe punktowi startu. Następnie w każdym kolejnym miejscu pobrania szacuje odległość do wszystkich możliwych następników i wybiera ten, który aktualnie jest zlokalizowany najbliżej niego. Po odwiedzeniu ostatniego miejsca pobrania pracownik wraca do punktu startu kompletacji.

#### *M4. Kolejny najbliższy od najdalszego*

Przed rozpoczęciem procesu kompletacji szacowana jest odległość od punktu startu kompletacji do każdego miejsca pobrania asortymentu. Następnie wybierany jest ten, który zlokalizowany jest najdalej od punktu startu i do niego udaje się pracownik kompletacyjny. W dalszej kolejności

oszacowywana jest odległość do wszystkich możliwych następników i wybierany ten, który aktualnie jest zlokalizowany najbliżej pracownika kompletacyjnego. Czynność ta powtarzana jest do momentu osiągnięcia ostatniego miejsca pobrania, wówczas pracownik wraca do punktu startu kompletacji.

**M5. Minimalny  $y$**

Przed rozpoczęciem procesu kompletacji szacowana jest odległość od punktu startu kompletacji do każdego miejsca pobrania asortymentu wg składowej  $y$  (wzdłuż korytarza roboczego). Następnie miejsca te są szeregowane od najmniejszej do największej odległości. W tej kolejności będą one odwiedzane przez pracownika kompletacyjnego. Po odwiedzeniu ostatniego miejsca pobrania pracownik wraca do punktu startu kompletacji.

**M6. Minimalny  $x$**

Przed rozpoczęciem procesu kompletacji szacowana jest odległość od punktu startu kompletacji do każdego miejsca pobrania asortymentu wg składowej  $x$  (wzdłuż korytarza poprzecznego). Następnie miejsca te są szeregowane wg oszacowanych odległości (od najmniejszej do największej). W tej kolejności będą one odwiedzane przez pracownika kompletacyjnego. Po odwiedzeniu ostatniego miejsca pobrania pracownik wraca do punktu startu kompletacji.

**M7. Kolejny najbliższy (Minimalny  $x$ )**

Przed rozpoczęciem procesu kompletacji szacowana jest odległość od punktu startu kompletacji do każdego miejsca pobrania asortymentu wg składowej  $x$  (wzdłuż korytarza poprzecznego). Następnie wybierane jest miejsce pobrania najbliższe od punktu startu kompletacji względem oszacowanej odległości (czyli najbardziej wysunięte w lewo). Pracownik rozpoczyna kompletację od tego miejsca. Następnie oszacowywana jest odległość do wszystkich możliwych i nieodwiedzonych dotychczas następników i wybierany ten, który aktualnie jest zlokalizowany najbliżej pracownika kompletacyjnego. Czynność ta powtarzana jest do momentu osiągnięcia ostatniego miejsca pobrania. Wówczas pracownik wraca do punktu startu kompletacji.

**M8.  $\text{Min}\{x, y\}$**

Przed rozpoczęciem procesu kompletacji szacowane są odległości od punktu startu kompletacji do każdego miejsca pobrania asortymentu wg składowej  $x$  oraz  $y$ . Następnie wybierane jest niezależnie miejsce o najmniejszej wartości odległości od startu względem składowej  $x$  oraz  $y$ . W dalszej kolejności wybierana jest wartość mniejsza z nich, a miejsce nią scharakteryzowane jest pierwszym punktem pobrania asortymentu. Czynności te kolejno powtarzane są dla wszystkich możliwych i nieodwiedzonych dotychczas następników względem aktualnego miejsca pobrania. Po odwiedzeniu ostatniego z nich pracownik wraca do punktu startu kompletacji.

**M9. Według bloków**

Przed rozpoczęciem procesu kompletacji wszystkie miejsca pobrania asortymentu grupowane są wg bloków regałowych, w których się znajdują. Następnie wybierany jest blok zlokalizowany najdalej od punktu startu kompletacji, a w nim miejsce pobrania o najmniejszej odległości od punktu startu względem składowej  $x$ . Następnie pracownik odwiedza kolejno wszystkie miejsca pobrania w najdalszym bloku (kolejno wg rosnącej składowej  $x$  - jeżeli punkt startu jest z lewej strony strefy kompletacji, wówczas miejsca będą odwiedzane od lewej do prawej strony bloku). W przypadku, gdy w danym bloku regałowym zostały odwiedzone już wszystkie miejsca pobrań poszukiwany jest najbliższy aktualnemu blok regałowy posiadający co najmniej jedno miejsce do odwiedzenia. Jeżeli jest tylko jedno, wówczas wybierane jest jako kolejne, w przeciwnym przypadku identyfikowane są skrajne punkty niższego bloku regałowego (oddalone najbardziej w lewo i prawo od aktualnie odwiedzanego miejsca). Następnie wybierany jest ten, do którego jest bliżej i do niego kieruje się pracownik, a następnie kolejno odwiedza wszystkie inne miejsca w tym bloku (odpowiednio od lewej do prawej lub od prawej do lewej). Czynności te powtarzane są do momentu, aż pracownik odwiedzi ostatnie miejsce pobrań w pierwszym bloku regałowym (najbliższym punktowi startu kompletacji). Wówczas pracownik wraca do punktu startu kompletacji.

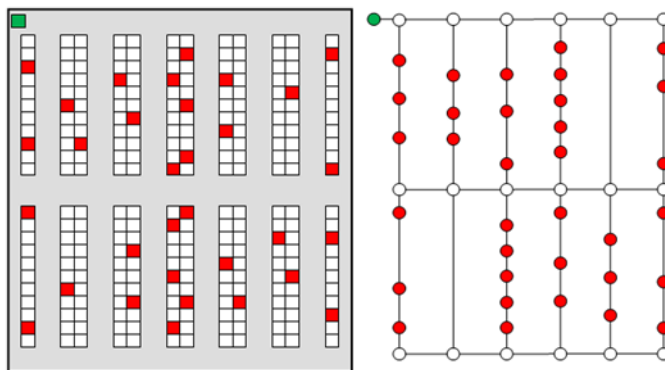
**M10. Według bloków i kolejny najbliższy**

Podobnie jak w przypadku heurystyki wg *bloków* przed rozpoczęciem procesu kompletacji wszystkie miejsca pobrania asortymentu grupowane są wg bloków regałowych, w których się znajdują. Następnie wybierany jest blok zlokalizowany najdalej od punktu startu kompletacji, a w nim miejsce pobrania o najmniejszej odległości od punktu startu względem składowej  $x$ . To miejsce jest pierwszym odwiedzanym przez pracownika. Następnie odwiedzane są kolejno wszystkie miejsca w tym bloku regałowym wg kryterium aktualnie najbliższego i jeszcze nieodwiedzanego. Po odwiedzeniu wszystkich punktów pobrań w najdalszym bloku odnajdywane jest miejsce najbliższe (względem aktualnego) w bloku niższym (bliższym punktowi startu wg składowej  $y$ ) i kolejno odwiedzane tam wszystkie punkty. Czynności te powtarzane są do momentu, aż pracownik odwiedzi ostatnie miejsce pobrań w pierwszym bloku regałowym (najbliższym punktowi startu kompletacji). Wówczas pracownik wraca do punktu startu kompletacji.

**M11. Mrówki (algorytm mrówkowy)**

*Mrówki* są metodą, która do szeregowania (ustalania kolejności odwiedzania) miejsc pobierania artykułów wykorzystuje metaheurystyczne algorytmy mrówkowe. Heurystyka algorytmu mrówkowego polega na imitacji współdziałania mrówek przy zbieraniu pokarmu w otoczeniu mrowiska. Organizmy te tworzą samoorganizujące się systemy, które doskonale sprawdzają się nie tylko w warunkach idealnych, ale także w przypadku nieprzewidzianej zmiany warunków (np. zmiany ukształtowania otoczenia, pojawiania się na drodze przeszkód). Wobec tego mogą zostać także wykorzystane do poszukiwania dróg w strefach kompletacji, w których ścieżki transportowe rozdzielane są przeszkodami, tzn. rzędami regałowymi.

Na potrzeby implementacji algorytmów mrówkowych do odnalezienia takiej sekwencji odwiedzania miejsc pobierania, dla której droga kompletacji będzie najkrótsza, strefę kompletacji odwzorowano w postaci grafu (rysunek 2). Kolorem czerwonym zaznaczono punkty pobrania asortymentu, zielonym punkt startu i końca kompletacji, natomiast białym połączenia korytarzy roboczych i poprzecznych. Te ostatnie służą do połączenia korytarzy roboczych oraz umożliwiają przemieszczanie się pomiędzy punktami pobrań zlokalizowanymi w różnych blokach regałowych i korytarzach roboczych.



**Rys. 2.** Strefa kompletacji wraz z zaznaczonymi miejscami pobrań oraz jej odwzorowanie za pomocą grafu

Źródło: opracowanie własne

Połączenia (ścieżki) pomiędzy poszczególnymi miejscami pobrań opisane są parametrami charakteryzującymi ich długość oraz ilość pozostawionego na nich śladu feromonowego. Długości ścieżek wyznaczane są z wykorzystaniem omówionego wcześniej algorytmu  $A^*$ . Wobec tego wybór drogi pomiędzy miejscami pobrań jest zależny zarówno od jej długości, jak również od tego czy dane połączenie istnieje i jaka ilość śladu feromonowego na nim się znajduje.

W celu rozwiązania określonego powyżej problemu zastosowano cykliczne algorytmy mrówkowe, które charakteryzują się tym, iż aktualizacja śladu feromonowego na drodze nie odbywa się w każdym kolejnym ruchu mrówek, a dopiero w momencie gdy wszystkie zakończą swoje trasy. Dodatkowo,

przyjęto, iż do poszukiwań drogi z punktu startu, przez wszystkie miejsca pobrań, do punktu końca kompletacji wykonywanych w  $T$  iteracjach (próbach) wykorzystanych zostanie  $M$  mrówek.

W pierwszej iteracji "w drogę wyrusza" pierwsza mrówka. Stojąc w punkcie startu kompletacji może wybrać jako kolejne dowolne miejsce pobrań. Wybór jest losowy, zatem należy określić prawdopodobieństwo pójścia  $m$ -tej mrówki do każdego z nieodwiedzonych miejsc pobrań. Prawdopodobieństwo zależne jest od ilości śladu feromonowego na danej ścieżce łączącej dwa miejsca pobrań oraz jej długości. Ważnościami tych charakterystyk sterują parametry  $\alpha$  (ślądu feromonowego) oraz  $\beta$  (długości ścieżki). Dodatkowo należy zwrócić uwagę, iż w pierwszej iteracji ( $t=1$ ) wszystkie połączenia oznaczone są taką samą ilością feromonu (wstępnym śladem feromonowym -  $\tau$ ). W międzyczasie wyrusza kolejna mrówka, powtarzając wszystkie czynności swojej poprzedniczki. Proces ten trwa do momentu skonstruowania tras przez wszystkie  $M$  mrówek. Wówczas kończy się iteracja i na wszystkich połączeniach aktualizowany jest ślad feromonowy. Oznacza to, że wykonywany jest proces ulatniania się i wzmacniania śladu feromonowego na każdym (wybranym w danej iteracji bądź nie) połączeniu. Ilość pozostawianego śladu feromonowego po  $t$ -tej iteracji na przebytych przez każdą mrówkę połączeniach (składowych ścieżki kompletacyjnej) jest zależna od całkowitej długości ścieżki kompletacyjnej, natomiast wielkość jego zaniku warunkuje wartość parametru tempa zaniku śladu feromonowego ( $\omega$ ).

Po zakończeniu  $t$ -tej iteracji, czyli skonstruowaniu tras przez wszystkie mrówki wyszukiwana jest trasa najkrótsza i jest ona zapamiętywana. Następnie rozpoczyna się kolejna iteracja i ponownie wszystkie mrówki przemieszczają się pomiędzy miejscami pobrań. Jednak tym razem poszczególne ścieżki nie są już równomiernie obciążone ilością śladu feromonowego. Wobec tego te o większym natężeniu feromonu będą chętniej wybierane przez mrówki. Proces konstruowania kolejnych tras powtarza się  $T$  razy, aż do wykonania wszystkich założonych iteracji. Następnie wybierana jest najkrótsza trasa, spośród zapamiętanych w poszczególnych  $t$ -tych iteracjach. Trasa ta (ciąg miejsc pobrań) będzie traktowana jako racjonalne (suboptymalne) rozwiązanie problemu sekwencjonowania miejsc pobrań.

### 3.4. Badanie zaproponowanych heurystyk

Na potrzeby weryfikacji, porównania i oceny zaproponowanych heurystyk opracowano narzędzie informatyczne, w którym zaimplementowano wspomniane heurystyki oraz algorytm  $A^*$  do poszukiwania ścieżek pomiędzy poszczególnymi miejscami pobrań. Aplikacja umożliwia konstruowanie wieloblokowych stref kompletacji o określonej liczbie i długości korytarzy roboczych, a także wskazywanie lub losowanie w nich określonej liczby miejsc pobrań artykułów.

Badania zaproponowanych heurystyk przeprowadzono dla trzech wariantów układu strefy komisjonowania, charakteryzujących się zmienną liczbą bloków regałowych (odpowiednio  $B=1$ ,  $B=2$  oraz  $B=4$ ) oraz stałą liczbą korytarzy roboczych ( $K=20$ ) i kolumn regałowych w każdym rzędzie regałowym ( $Q=8$ ). Wartości parametrów dotyczące szerokości rzędów i kolumn regałowych, wyrażone w jednostkach umownych, przyjęto odpowiednio:  $g=12$ ,  $d=27$ . Dla każdego z analizowanych układów strefy kompletacji losowano stukrotnie odpowiednio 5, 10, 15 oraz 25 miejsc pobrań niezbędnych do odwiedzenia podczas kompletacji i wyznaczano długości dróg kompletacji. Następnie wyznaczono średnie długości ścieżek kompletacyjnych dla każdego z wariantów oraz średnie wartości dla każdego z bloków ( $\bar{x}$ ) i zestawiono je w tabeli 1.

W przypadku metody wykorzystującej algorytm mrówkowe do badań wykorzystano następujące parametry:

- liczba mrówek  $M=25$ ;
- liczba iteracji  $T=100$ ;
- wstępny ślad feromonowy  $\tau=1$ ;
- tempo ulatniania śladu feromonowego  $\omega=0,6$ ;
- waga śladu feromonowego na odcinku  $\alpha=1,5$ ;
- waga długości odcinka  $\beta=3$ .



**Tabela. 1.** Długości dróg dla poszczególnych wariantów i heurystycznych metod sekwencjonowania miejsc pobrań (wyrażone w jednostkach umownych)

Liczba bloków	Liczba pobrań	Metoda heurystyczna										
		<i>M1</i>	<i>M2</i>	<i>M3</i>	<i>M4</i>	<i>M5</i>	<i>M6</i>	<i>M7</i>	<i>M8</i>	<i>M9</i>	<i>M10</i>	<i>M11</i>
4	5	2458	2424	2220	2340	2626	2258	2275	2350	2258	2380	2158
	10	3304	3473	2772	3348	4080	3022	2858	3425	3331	3390	2724
	15	4908	5239	3506	4262	5405	4106	3730	4574	4150	4729	3444
	25	6652	8172	4495	5417	9031	5839	4658	6876	5410	6526	4265
	$\bar{X}$	4330	4827	3248	3842	5285	3806	3380	4306	3787	4256	3148
2	5	1901	1690	1694	1726	1968	1661	1711	1790	1766	1938	1603
	10	3137	2609	2458	2782	3866	2494	2482	3338	2609	3240	2446
	15	3920	3272	2972	3337	5468	2996	2941	4525	2840	4129	2776
	25	6029	4910	3761	4378	8220	3854	3763	6077	3775	5425	3624
	$\bar{X}$	3747	3120	2721	3056	4881	2751	2724	3933	2748	3683	2612
1	5	1709	1579	1565	1574	1822	1570	1577	1694	1577	1853	1546
	10	2850	2276	2245	2442	3532	2209	2245	3078	2245	3082	2188
	15	3895	2608	2459	2471	4753	2473	2459	3683	2459	3482	2432
	25	5783	3430	3072	3547	7411	3144	3072	5285	3072	5143	3072
	$\bar{X}$	3559	2473	2335	2509	4379	2349	2338	3435	2338	3390	2309

Źródło: opracowanie własne

Analiza tabeli 1 wskazuje, iż najlepszą metodą szeregowania miejsc pobrań była metoda metaheurystyczna *Mrówki* (*M11*). Łatwo zauważalne jest także to, że metoda *M3* umożliwia uzyskanie równie małych długości ścieżek kompletacji. Dla ułatwienia oceny poszczególnych metod sekwencjonowania punktów pobrań w tabeli 2 zestawiono wartości wskazujące o ile procent dana metoda, w danym wariantcie jest gorsza w stosunku do najlepszej, tzn. metody *Mrówki*. Dodatkowo w tabeli 3 zamieszczono wartości średnie procentowe ze wszystkich analizowanych wariantów.

**Tabela. 2.** Procentowe wydłużenie długości dróg dla poszczególnych wariantów (w odniesieniu do metody *Mrówki*)

Liczba bloków	Liczba pobrań	Metoda heurystyczna									
		<i>M1</i>	<i>M2</i>	<i>M3</i>	<i>M4</i>	<i>M5</i>	<i>M6</i>	<i>M7</i>	<i>M8</i>	<i>M9</i>	<i>M10</i>
4	5	14%	12%	3%	8%	22%	5%	5%	9%	5%	10%
	10	21%	27%	2%	23%	50%	11%	5%	26%	22%	24%
	15	43%	52%	2%	24%	57%	19%	8%	33%	20%	37%
	25	56%	92%	5%	27%	112%	37%	9%	61%	27%	53%
	$\bar{X}$	33%	46%	3%	21%	60%	18%	7%	32%	19%	31%
2	5	19%	5%	6%	8%	23%	4%	7%	12%	10%	21%
	10	28%	7%	0%	14%	58%	2%	1%	37%	7%	32%
	15	41%	18%	7%	20%	97%	8%	6%	63%	2%	49%
	25	66%	35%	4%	21%	127%	6%	4%	68%	4%	50%
	$\bar{X}$	39%	16%	4%	16%	76%	5%	5%	45%	6%	38%
1	5	11%	2%	1%	2%	18%	2%	2%	10%	2%	20%
	10	30%	4%	3%	12%	61%	1%	3%	41%	3%	41%
	15	60%	7%	1%	2%	95%	2%	1%	51%	1%	43%
	25	88%	12%	0%	15%	141%	2%	0%	72%	0%	67%
	$\bar{X}$	47%	6%	1%	8%	79%	2%	1%	43%	1%	43%

Źródło: opracowanie własne



**Tabela. 3.** Średnie procentowe wydłużenie długości dróg we wszystkich wariantach (w odniesieniu do metody *Mrówki*)

Metoda heurystyczna									
<i>M1</i>	<i>M2</i>	<i>M3</i>	<i>M4</i>	<i>M5</i>	<i>M6</i>	<i>M7</i>	<i>M8</i>	<i>M9</i>	<i>M10</i>
40%	23%	3%	15%	72%	8%	4%	40%	9%	37%

Źródło: opracowanie własne.

Analiza procentowego pogorszenia wyników prowadzi do wielu wniosków i spostrzeżeń, z czego najważniejsze przedstawiono poniżej.

- 1) Dla wszystkich analizowanych wariantów algorytm zachłanny (*M3*) umożliwia uzyskanie wyników jedynie kilka procent gorszych od metody *Mrówki*;
- 2) Metoda *M6*, *M7* oraz *M9* prowadzi do otrzymania dobrych wyników w przypadku zastosowania jej w układach o niewielkiej liczbie bloków regałowych, przy czym w przypadku metody *M7* wyniki nie pogarszają się znacznie nawet dla układów 4 blokowych;
- 3) Wyniki uzyskane metodą *M2*, *M5* oraz *M8* i *M10* znacznie pogarszają się wraz ze wzrostem liczby miejsc pobrań, zatem mogą być stosowane jedynie w przypadku realizacji kilkunastu list kompletacyjnych;
- 4) Wyniki uzyskane metodą *M2* znacznie pogarszają się dla większej liczby bloków regałowych, czego powodem jest konieczność przemierzania przez pracownika kompletnego wszystkich korytarzy roboczych przyległych do siebie i zlokalizowanych w następujących po sobie blokach regałowych, jeżeli w ostatnim z nich występuje miejsce pobrań;
- 5) najgorszą z metod, niezależnie od analizowanego wariantu, jest metoda *M5*, w której odwiedzane są kolejno te miejsca odwiedzania, które są najbliższe startu kompletacji względem współrzędnej  $y$ ;
- 6) Najbardziej uniwersalnymi metodami (patrz tabela 3) wydają się metody *M2*, *M6*, *M7* oraz *M9*, gdyż umożliwiają uzyskanie wyników nieznacznie gorszych od metody *M11*, przy równocześnie krótszym czasie obliczeń niż w przypadku metody *Mrówki*.

#### 4. PODSUMOWANIE I KIERUNKI DALSZYCH BADAŃ

W artykule przedstawiono możliwości wykorzystania algorytmu  $A^*$  i różnych metod heurystycznych i metaheurystycznych do wyznaczania tras kompletacji. Zaproponowane heurystyki zostały zaimplementowane w postaci autorskiej aplikacji komputerowej, co umożliwiło przeprowadzenie szeregu badań, a uzyskane w ten sposób wyniki pozwoliły na porównanie owych metod i algorytm oraz pewne wnioskowanie.

Algorytm  $A^*$  z powodzeniem może być stosowany do wyszukiwania najkrótszych ścieżek pomiędzy poszczególnymi miejscami pobrań zlokalizowanymi w rzędach regałowych strefy kompletacji. Należy przy tym zwrócić uwagę na fakt, iż o ile w strefach o regularnych układach (równoległych i prostokątnych korytarzach roboczych i poprzecznych) może wydawać się, że "potencjał" tego algorytmu nie jest do końca wykorzystywany, o tyle w strefach charakteryzujących się nieregularnymi kształtami, ukośnymi korytarzami, itp., jego wykorzystanie będzie bardziej zasadne i umożliwi efektywniejsze poszukiwanie i odnajdywanie najkrótszych ścieżek. Dlatego również w kolejnych pracach badawczych przeprowadzone zostaną analizy dotyczące zastosowania algorytmu  $A^*$  do wyznaczania tras kompletacji w strefach o niestandardowych układach, np. *Flying-V*, *Fishbone* czy *Chevron*.

Porównanie zaproponowanych heurystyk ustalania kolejności odwiedzania miejsc pobrań wskazało, która z analizowanych metod jest najlepsza oraz zastosowanie których z metod pozwoli osiągnięcie lepszych wyników w określonych wariantach ukształtowania strefy kompletacji i struktury list kompletacyjnych. Dodatkowo należy zauważyć, iż w przypadku metody metaheurystycznej *Mrówki*, uznanej za najlepszą spośród analizowanych, niezależnie od badanego wariantu stosowane była zawsze takie same wartości jej parametrów (liczba mrówek i iteracji, wstępny ślad feromonowy, parametry  $\omega$ ,  $\alpha$  i  $\beta$ , itp.). Takie podejście mogło doprowadzić do tego, że uzyskiwane wyniki nie

zawsze były wystarczająco dobre, gdyż w przypadku algorytmów mrówkowych wartości tych parametrów powinno ustalać się niezależnie i doświadczalnie dla każdego analizowanego wariantu.

### Acknowledgement

Praca naukowa finansowana częściowo ze środków przeznaczonych na pracę statutową Zakładu LiST Politechniki Warszawskiej oraz częściowo na projekt badawczy: *Modelowanie matematyczne wybranych systemów komisjonowania*.

### Streszczenie

W artykule podjęto problematykę wyznaczania tras kompletacji oraz przedstawiono znane i analizowane w literaturze podejścia do tego zagadnienia. Szczególną uwagę poświęcono heurystycznym sposobom generowania ścieżek kompletacyjnych. W tym celu przedstawiono jedenaście różnych metod heurystycznych i metaheurystycznych (algorytmy mrówkowe) mogących służyć do sekwencjonowania miejsc pobrań. Dodatkowo zaproponowano wykorzystanie algorytmu A\* do wyznaczania najkrótszych ścieżek pomiędzy tymi miejscami. Przedstawione metody zostały ze sobą porównane i ocenione na podstawie wyników uzyskanych z przeprowadzonych badań.

Słowa kluczowe: trasy kompletacji, heurystyki, algorytmy mrówkowe, algorytm A\*

### Heuristics for routing order pickers

#### Abstract

The paper deals with a problem of routing order pickers and presents known and analyzed in literature approaches. Main attention was paid to heuristics of order pickers routing. Eleven own heuristics and metaheuristics (ant algorithms) used for sequencing pick locations was proposed and investigated. Provided heuristics use the A-star algorithm to determine the shortest paths between pick locations. Presented methods were compared and evaluated according to results of research.

Keywords: routing order pickers, heuristics, ant algorithms, A\* algorithm

#### LITERATURA

- [1] Bartholdi J.J., Hackman S.T.: *Warehouse & Distribution Science*, Georgia Institute of Technology, Atlanta, 1998
- [2] Chen H.-K., Hsueh C.-F., Chang M.-S., *The real-time time-dependent vehicle routing problem*, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, Vol. 42, Iss. 5, Pp. 383-408, 2006.
- [3] De Koster, Van der Poort E. S.: *Routing orderpickers in a warehouse: A comparison between optimal and heuristic solutions*, IIE Transactions 30, 1998
- [4] Gu J., Goetschalckx M., McGinnis L.F., *Research on warehouse operation.: A comprehensive review*, European Journal of Operational Research, 177 (1), 2007
- [5] Hall R.W.: *Distance approximation for routing manual pickers in a warehouse*, IIE Transactions, 25 (4), 1993
- [6] Hart, P. E.; Nilsson, N. J.; Raphael, B. *A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths*. IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics SSC4 4 (2): 100–107., 1968.
- [7] Lewczuk K., Żak J., Pyza D., Jacyna-Golda I., *Vehicle routing in urban area - environmental and technological determinants*, Urban Transport XIX, Ed. C. A. Brebbia (WIT Transactions on The Built Environment, Vol. 130), WIT Press Suthampton, Boston 2013 r.
- [8] Petersen C.G.: *An evaluation of order picking routing policies*, International Journal of Operations & Production Management, 17 (11), 1997
- [9] Petersen C.G.: *Routing and storage policy interaction in order picking operations*, Decision Sciences Institute Proceedings, str. 1614-1616, 1995
- [10] Petersen C.G.: *The impact of routing and storage policies on warehouse efficiency*, International Journal of Operations & Production Management, 1999
- [11] Ratliff H. D., Rosenthal A.S.: *Order picking in a rectangular warehouse: solvable case of the Traveling Salesman Problem*, Operations Research 31(3), 1983
- [12] Roodbergen K. J.: *Layout and routing methods for warehouses*, Ph.D. thesis, RSM Erasmus University, Rotterdam, 2001

- [13] Roodbergen K.J., De Koster R.: *Routing methods for warehouses with a multiple cross aisles*, European Journal of Production Research, 2001
- [14] Suzuki Y., *A new truck-routing approach for reducing fuel consumption and pollutants emission*, Transportation Research Part D: Transport and Environment, Vol. 16, Iss. 1, 2011.
- [15] Vaughan T.S., Petersen C.G., *The effect of warehouse cross aisle on order picking efficiency*, International Journal of Production Research, 37 (4), 1999