

Krzysztof Ficoń
Grzegorz Krasnodębski¹

TEORIA BADAŃ OPERACYJNYCH JAKO NARZĘDZIE ZARZĄDZANIA OPTYMALIZACYJNEGO

Istota zarządzania optymalizacyjnego

Pojęcie zarządzania odnoszone do każdej celowo zorientowanej struktury czy organizacji jest definiowane w literaturze na wiele rozmaitych sposobów, np. jako szczególny rodzaj działalności kierowniczej polegający na ustaleniu celów i powodowaniu ich realizacji², jako zespół działań mający na celu koordynację i integrację użytkownika zasobów³, czy wreszcie jako wieloetapowy proces podejmowania optymalnych decyzji⁴. Strategicznym celem każdej organizacji jest przetrwanie i rozwój, czyli zachowanie ciągłości funkcji działania w procesie dysponowania ograniczonymi zasobami kadrowymi, czasowymi, materialnymi, finansowymi. Zarządzanie gwarantuje stabilizację i równowagę funkcjonalną organizacji w określonym otoczeniu społecznym, politycznym, biznesowym itp. Wobec wielkiej dynamiki otoczenia zewnętrznego, a także otoczenia wewnętrznego utrzymanie tej równowagi wymaga nieustannych korekt i adaptacji realizowanej strategii do zmieniających się uwarunkowań. Jednym z głównych sposobów osiągnięcia tego celu jest nowoczesny styl zarządzania daną organizacją w kategoriach tzw. zarządzania optymalizującego.

Zarządzanie optymalizujące jest obok innych koncepcji takich jak: zarządzanie jako wykonywanie władzy, zarządzanie administracyjne i zarządzanie przez pieniądź jest najbardziej wymiernym i skwantyfikowanym sposobem kierowania organizacją. Pozwala ono na znalezienie optymalnych rozwiązań, najlepszych metod i dróg działania, gwarantujących pożądaną rozwój i uzyskanie wysokich efektów. Współczesnym jego przejawem jest intensywne zastosowanie

w zarządzaniu metod matematycznych i zaawansowanych narzędzi informatycznych, czyli oparcie na kryteriach i wskaźnikach ilościowo-informacyjnych. Zarządzanie optymalizacyjne polega na optymalizacji rozumianej, jako poszukiwanie ekstremum (minimum lub maksimum) pewnej funkcji celu (strategii) w ramach istniejących ograniczeń i uwarunkowań, najczęściej zasobowych, przy aktywnym użyciu metod matematycznych i aplikacji komputerowych.

Stosowanie koncepcji zarządzania optymalizującego wymaga spełnienia szeregu warunków koniecznych takich jak: wysokiej strukturalizacji badanego problemu, precyzyjnej kwantyfikacji zmiennych decyzyjnych oraz dostępności analitycznych danych źródłowych. Wszystkie te warunki w dużym stopniu spełniają standardy zarządzania fizycznymi procesami logistycznymi. Logistyka, jako teoria i praktyka sterowania procesami fizycznymi operuje na zdeterminowanych strukturach, skwantyfikowanych zasobach i z natury posługuje się wymiernymi danymi w postaci mianowanych liczb dotyczących ilościowych charakterystyk wyrażonych w postaci godzin, ton, kilogramów, sztuk, kilometrów i przede wszystkim wymiernych wskaźników kosztowych (opłaty, taryfy, ceny).

Podstawową metodą stosowaną w zarządzaniu optymalizującym są badania operacyjne, efektywnie wspierane dziś technologią informatyczną i symulacją komputerową. Badania operacyjne oraz technologie informatyczne są wykorzystywane do wspomaganie procesów decyzyjnych w organizacjach, ale na różnych etapach. Celem informatycznych systemów zarządzania jest optymalizacja procesów zbierania, przechowywania i przetwarzania informacji niezbędnej w procesach podejmowania decyzji. Badania operacyjne wykorzystywane są na etapie optymalizacji procesu wyboru decyzji, najczęściej jako wielowariantowe propozycje pod adresem organów decydenckich. Symulacja komputerowa stanowi ogniwo spinające koncepcyjne modele budowane za pomocą metod badań operacyjnych oraz rachunkową ich realizację za pomocą przyjaznych aplikacji komputerowych. Niekiedy

¹prof. dr hab. inż. Krzysztof Ficoń

dr hab. Grzegorz Krasnodębski – Akademia Marynarki Wojennej

² *Encyklopedia organizacji i zarządzania*. PWE Warszawa 1981, s. 609.

³ J. Zieleniewski; *Organizacja i zarządzanie*. PWN Warszawa 1981, s. 477.

⁴ J. Gościński; *Elementy cybernetyki w zarządzaniu*, PWE Warszawa 1968, s.111.

symulacja komputerowa wykorzystywana jest także do generowania pewnych danych statystycznych, niedostępnych z innych źródeł.

Wybrane definicje i podstawowe pojęcia badań operacyjnych

Termin "badanie operacji" (*Operations Research*) powstał w Wielkiej Brytanii podczas II wojny światowej gdzie występuje także jako "badania operacyjne" (*Operational Research*). W terminologii amerykańskiej interpretowany jest jako "nauka o zarządzaniu" (*Management Science*). Badania operacyjne choć są dyscypliną stosunkowo młodą w okresie swojej ponad 50-letniej historii odnotowały wiele znaczących sukcesów, które związane są z takimi nazwiskami jak; J. von Neumann, L.Kantorowicz, G.B. Danzing, A.K. Erlang czy R. Bellman⁵.

Najbardziej ogólna definicja pojęcie badań operacyjnych odnosi do naukowej metody rozwiązywania złożonych zadań prakseologicznych z zakresu podejmowania optymalnych decyzji. Na potwierdzenie tego nurtu można przytoczyć następujące definicje. Według C. Churchman'a, R. Ackoff'a i E. Arnooff'a – badania operacji polegają na zastosowaniu zasad, metod i środków naukowych do rozwiązywania zadań dotyczących działania systemów w celu dostarczania optymalnych rozwiązań organom odpowiedzialnym za kierowanie tymi systemami⁶. Nieco inaczej badanie operacji postrzega B. van der Veen kiedy pisze, że ich przedmiotem jest badanie ilościowych cech operacji istotnych dla podejmowania decyzji optymalnych, to znaczy takich, które po wzięciu pod uwagę wszystkich okoliczności można uznać za najlepsze⁷. Z kolei J. Czujew stwierdza, że podstawowym zadaniem badania operacji jest poszukiwanie najlepszych lub chociażby zadawalających sposobów osiągnięcia wyznaczonych celów⁸. Encyklopedyczna definicja badania operacji określa, jako dyscyplinę naukową zajmująca się rozwiązywaniem złożonych problemów decyzyjnych dotyczących celowych działań najczęściej rzeczywistych i obiek-

tywną oceną decyzji, zwłaszcza w aspekcie kryteriów ilościowych⁹.

Jednocześnie na niedoskonałość teorii i metod badań operacyjnych zwraca uwagę T. Saaty określając badania operacyjne jako ... *sztukę dawania złych odpowiedzi na te praktyczne pytania, na które inne metody dają odpowiedzi jeszcze gorsze*¹⁰. Oznacza to duży dystans do tych metod, ponieważ decydent w swojej działalności powinien kierować się wynikami uzyskanymi ze stosowania metod badań operacji, ale zweryfikowanymi przez doświadczenie, intuicję i zdrowy rozsądek.

Przedmiotem badań operacyjnych są zagadnienia dotyczące wykorzystania z reguły ograniczonych zasobów (czasowych, materiałowych, kadrowych, finansowych) do efektywnej (optymalnej) realizacji określonych zadań¹¹. Zastosowanie ścisłych metod badań operacji wspomaganych dziś technologią komputerową do efektywnego rozwiązywania praktycznych zadań przynosi relatywnie duże korzyści przy relatywnie małych nakładach czasowych i finansowych. Już w okresie II wojny światowej podczas pionierskich analiz skuteczności wykorzystania posiadanego uzbrojenia do zwalczania określonych celów uzyskano znaczące efekty militarne.

Badania operacji zapewniają opracowanie liczbowych podstaw niezbędnych do podjęcia decyzji, jednak nie wypracowują samych decyzji, gdyż w trakcie ich podejmowania niezbędne jest często wykorzystanie nagromadzonych doświadczeń i uwzględnienie wielu czynników subiektywnych, które trudno jest przedstawić w formie wartości liczbowych. Podstawową rolę w badaniach operacji odgrywają sformalizowane narzędzia i metody matematyczne, stąd niekiedy mówi się, że badania operacji jest to zmaterializowany zdrowy rozsądek.

W aspekcie metodologicznym istota badań operacji sprowadza się do¹²:

- sformułowania zadania optymalizacyjnego, jako fragmentu problemu decyzyjnego, który zamierzamy rozwiązać,
- budowy modelu matematycznego, badanego systemu w oparciu o podejście całościowe i holistyczne, zaproponowanie naukowej metody rozwiązania problemu optymalizacyjnego,

⁵ Wszystkie ważniejsze osiągnięcia badań operacyjnych zostały szeroko omówione w obszernej pracy F.S. Hillera i G.J. Liebermana; *Introduction to Operations Research* 1990, obejmującej ponad 950 stron.

⁶ R.L. Ackoff; *Decyzje optymalne w badaniach stosowanych*. PWN Warszawa 1969.

⁷ B. Van der Veen B.; *Wstęp do badań operacyjnych*. PWN Warszawa 1970.

⁸ J. Czujew J.; *Badania operacyjne w wojsku*. Wyd. MON Warszawa 1972.

⁹ *Encyklopedia zarządzania...*, op. cit.

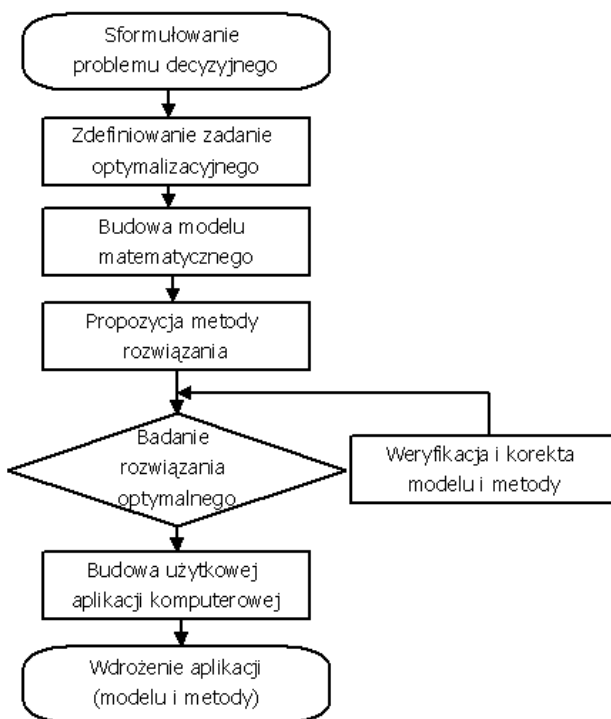
¹⁰ J.J. Kozubski; *Wprowadzenie do badań operacyjnych*. Wyd. UG Gdańsk 2000.

¹¹ M. Gruszczynski, T. Kuszewski, M. Podgórska; *Ekonometria i badania operacyjne*. WN PWN Warszawa 2009.

¹² H.M. Wagner; *Badania operacyjne*. PWE Warszawa 1980.

- znalezienia optymalnego rozwiązania (w sensie matematycznym) na bazie zbudowanego modelu,
- sprawdzenia poprawności otrzymanego rozwiązania i zbudowanego modelu pod kątem ewentualnej modyfikacji.

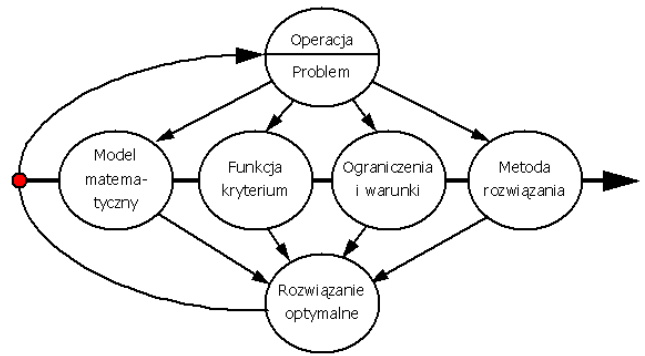
W badaniach operacji zasadniczą rolę odgrywa systemowe ujmowanie problemu polegające na tym, że działalność dowolnego elementu systemu wywiera pewien wpływ na działalność pozostałych elementów. Przy ocenie dowolnej decyzji (przedsięwzięcia, projektu) niezbędne jest określenie wszystkich wzajemnie istotnych powiązań i ustalenie ich wpływu na zachowanie się całego systemu, a nie tylko jednego jego elementu.



Rys. 1. Schemat metodologiczny badań operacyjnych.

Źródło: Opracowanie własne

Do podstawowych pojęć, z którymi spotykamy się w badaniach operacji, należy zaliczyć: pojęcie operacji, modelu, metody, kryterium efektywności i rozwiązania optymalnego oraz założone ograniczenia i warunki brzegowe¹³.



Rys. 2. Podstawowe pojęcia badań operacyjnych.

Źródło: Opracowanie własne

Termin operacja w badaniach operacji oznacza dowolne przedsięwzięcie lub działania, albo kompleks przedsięwzięć scalonych jednym zamiarem i podporządkowane osiągnięciu określonego celu. Pojęcie operacji jest terminem bardzo szerokim obejmującym dowolne zadanie, które zamierzamy zrealizować według określonych kryteriów. Badania operacji mogą dotyczyć zarówno badanie konkretnej operacji jak też modelu tej operacji. Typowym zadaniem jest jednak badanie pewnego modelu, najczęściej matematycznego opisującego rzeczywistą operację (sytuację, zdarzenie). Dlatego początkowym działaniem jest najczęściej modelowanie określonej operacji (systemu, procesu, zjawiska, obiektu) za pomocą formalnych narzędzi i różnych notacji matematycznych.

Istnieją trzy podstawowe sposoby modelowania: modelowanie matematyczne (symboliczne), fizyczne (geometryczne) i symulacyjne (komputerowe). Modele matematyczne sporządzane są za pomocą symbolicznej notacji jako pewien układ równań matematycznych opisanych na zbiorze odpowiednio zdefiniowanych zmiennych. Model matematyczny stanowi układ równań matematycznych i reguł logicznych za pomocą którego można dla określonych założeń badawczych generować dopuszczalne lub optymalne warianty rozwiązań. Zaletą modeli matematycznych jest duża uniwersalność metod i narzędzi używanych do ich budowy oraz możliwość modelowania dowolnych procesów i systemów realnych i symbolicznych.

Modele fizyczne różnią się od rzeczywistości użytą materią i kształtem geometrycznym oraz innymi parametrami fizycznymi. Walorem modeli fizycznych jest z reguły duża ich poglądowość i łatwy sposób operowania nimi. Przykładem takich modeli są m.in. scenariusze gier wojennych, biznesowych wymagające bezpośredniego udziału w nich człowieka, którego heurystyczne interakcje trudno jest opisać za pomocą sformalizowanych metod matematycznych lub różnych algorytmów.

¹³ S. Krawczyk; *Badania operacyjne dla menedżerów*. Wyd. AE Wrocław 1996.

Pod pojęciem rozwiązania należy rozumieć pewne wartości liczbowe uzyskane w wyniku zastosowania określonych metod do badania zbudowanego modelu. Rozwiązanie optymalne to takie rozwiązanie dopuszczalne, które zapewnia maksymalizację lub minimalizację określonego kryterium efektywności przy ustalonych ograniczeniach. Jak wiadomo możliwe są dwa warianty rozwiązań optymalnych:

- minimalne zużycie sił i środków na wykonanie danego zadania,
- maksymalne uzyskanie efektów przy ograniczonych nakładach.

Procedura badania operacji realizowana jest za pomocą sekwencji czterech zasadniczych kroków:

- sformułowanie problemu optymalizacyjnego,
- budowa modelu matematycznego tego problemu,
- opracowanie metody rozwiązania optymalnego,
- znalezienie rozwiązania optymalnego.

Czynnościami pomocniczymi są:

- przygotowanie danych wejściowych,
- weryfikacja rozwiązania i modyfikacja modelu,
- wdrożenie modelu do praktyki.

Posługiwanie się teorią i metodami badań operacji wymaga opanowania wielu dyscyplin naukowych, w tym głównie: matematyki, statystyki, ekonomii, cybernetyki, a także fizyki, nauk przyrodniczych i różnych dyscyplin specjalistycznych, takich jak np. nauki wojskowe, nauki o zarządzaniu, nauki o bezpieczeństwie i inne.

Po zbudowaniu modelu matematycznego, sformułowaniu funkcji kryterium i przygotowaniu odpowiednich danych wejściowych, w tym także warunków brzegowych należy zaproponować odpowiednią metodę rozwiązania modelu, czyli problemu optymalizacyjnego. Do tego celu wykorzystuje się głównie metody tzw. programowania matematycznego, generujące optymalne schematy (programy) rozwiązania konkretnego zadania. Program optymalny to taki program spośród wszystkich dopuszczalnych, który maksymalizuje lub minimalizuje przyjętą funkcję kryterium.

Rozwiązanie optymalne uzyskane nawet za pomocą najbardziej doskonałego modelu matematycznego powinno być traktowane w sposób indywidualny, jako pomocna podstawa przy podejmowaniu rzeczywistych decyzji. Pomocniczość tego rozwiązania wynika z faktu, że żaden model matematyczny nie uwzględnia wszystkich czynników mających aktualnie największy wpływ na charakter generowanych decyzji. Wiele istotnych czynników ma bowiem charakter niemierzalny, choć ich wpływ na jakość podejmowanych decyzji jest realny. Dlatego teoria badań operacji zakłada nie-

ustanny proces modyfikacji wypracowanych modeli matematycznych i będącej tego następstwem korekty generowanych rozwiązań optymalnych

Taksonomia metod programowania matematycznego

Szczególnym aparatem narzędziowym badań operacji są tzw. metody programowania matematycznego, spośród których najbardziej popularne to: programowanie liniowe i nieliniowe, dyskretne i wypukłe, programowanie kwadratowe i całkowitoliczbowe, czy programowanie stochastyczne i dynamiczne, a także bardziej rozbudowane metody bazujące na teorii gier teorii grafów czy teorii masowej obsługi.

Programowanie matematyczne (*Mathematical Programming*) jest stosunkowo młodym działem matematyki stosowanej zajmującej się opracowaniem analitycznych metod rozwiązywania zadań polegających na poszukiwaniu ekstremum funkcji celu na zadanym zbiorze rozwiązań dopuszczalnych¹⁴. Za pomocą takiego modelu matematycznego można w sposób wystarczająco adekwatny opisać wiele zagadnień z zakresu podejmowania decyzji, zarządzania, organizowania, projektowania itp.

W ogólności program rozumiany jako skończony ciąg działań może być ciągły lub dyskretny, jedno lub wieloetapowy. Programy ciągłe rozpatrywane są jako pewne funkcje czasu, których kryteria efektywności i/lub ograniczenia są ciągłymi funkcjami czasu. Programy dyskretne dotyczą modeli skwantyfikowanych, w których poszczególne zmienne przyjmują wartości należące do pewnego przedziału. Programy jednoetapowe realizowane są w jednym cyklu decyzyjnym, natomiast wieloetapowe sekwencyjnie w kilku cyklach decyzyjnych. W zależności od postaci funkcji kryterium i przyjętych ograniczeń, a także od liczby etapów decyzyjnych w badaniach operacji stosowane są różne metody programowania ich rozwiązania. Najogólniej zadanie programowania matematycznego może być zapisane jako:

- 1) wyznaczyć zbiór zmiennych decyzyjnych:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_p, \dots, x_l\}$$

- 2) który maksymalizuje lub minimalizuje funkcję kryterium:

¹⁴ W. Grabowski; *Programowanie matematyczne*. PWE Warszawa 1980.

$$K = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_I) \rightarrow \min/\max$$

3) przy ograniczeniach:

$$G_j(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{Ij}) \leq W_j$$

Ze względu na postać zbioru G ograniczeń wyróżniamy dwa rodzaje programowania liniowego (a także nieliniowego), którymi są programy o postaci kanonicznej, kiedy wszystkie ograniczenia z wyjątkiem warunków brzegowych mają postać równości oraz programy o postaci standardowej, kiedy wszystkie warunki ograniczające są nierównościami.

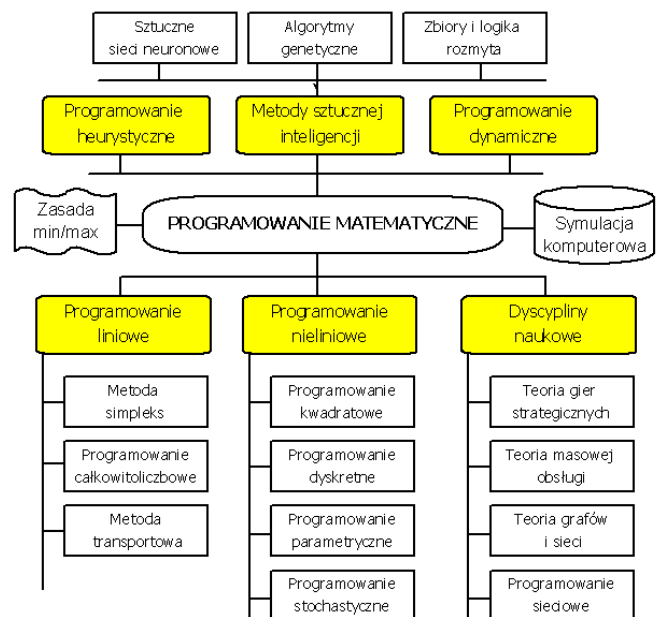
Jeśli w zadaniu nie występuje układ ograniczeń $G = \emptyset$ zadanie rozwiązywane jest za pomocą klasycznych metod analizy matematycznej, takich jak: rachunek wariacyjny, rachunek różniczkowy, rachunek całkowy. Najczęściej funkcja celu K jest funkcją jednokryterialną, natomiast w zadaniach optymalizacji wielokryterialnej występują co najmniej dwie funkcje celu.

Jeśli funkcja kryterium K jest liniową funkcją zmiennych X zaś układ ograniczeń G jest zbiorem nierówności (równań) liniowych oraz proces jest jednoetapowy mamy do czynienia z zadaniem programowania liniowego. Najbardziej rozwiniętymi metodami programowania matematycznego są metody rozwiązywania zagadnień programowania wypukłego, w tym liniowego. Stosunkowo dobrze zostało opracowane tzw. zagadnienie transportowe, będące szczególnym przypadkiem programowania liniowego. Niekiedy żąda się dodatkowo, aby zmienne decyzyjne – wszystkie lub część przyjmowały tylko zadane dyskretne wartości co prowadzi do zadań programowania dyskretnego.

Jeśli funkcja kryterium K i zbiór ograniczeń G jest nieliniową funkcją zmiennych X oraz badany proces decyzyjny jest jednoetapowy mamy do czynienia z zadaniem programowania nieliniowego. Ogólnych metod rozwiązania zadań programowania nieliniowego nie ma, jednak stosunkowo prosto mogą one być rozwiązywane za pomocą programowania wypukłego¹⁵.

Rozwiązania zadań programowania matematycznego mogą podlegać dodatkowym warunkom brzegowym i ograniczeniom, np. poszukiwanie wartości parametrów może obejmować ograniczony zbiór liczb całkowitych (dyskretnych). Mówimy wtedy o zadaniach z zakresu programowania całkowitoliczbowego¹⁶.

Do badania procesów wieloetapowych wykorzystywane jest programowanie dynamiczne i zasada optymalności Bellmana. Metodę tą można wykorzystać także do rozwiązywania zadań programowania liniowego. Wiele zagadnień programowania liniowego można rozwiązać za pomocą tzw. zasady maksimum Pontriagina. Zasada ta w odróżnieniu od metod klasycznej analizy wariacyjnej umożliwia rozwiązywanie zadań z ograniczeniami.



Rys. 3. Taksonomia wybranych metod programowania matematycznego.

Źródło: Opracowanie własne

Bardzo często zadania programowania matematycznego definiowane są w warunkach nieokreśloności, gdy część danych ma charakter losowy. Mamy wówczas do czynienia z tzw. programowaniem stochastycznym¹⁷, które dość często można sprowadzić do zagadnień programowania wypukłego. Do tego typu programowania zbliżone jest tzw. programowanie parametryczne, badające wpływ zmienności parametrów definiujących funkcję kryterium oraz zbiór ograniczeń na szukane rozwiązanie optymalne.

W badaniach operacji obok ścisłych metod programowania matematycznego, zaliczanych dziś do kategorii metod klasycznych wykorzystuje się szereg metod, które nie zawsze spełniają kryteria matematycznej ścisłości. Przykładem takich metod są metody poszukiwania losowego oraz burzliwie rozwijane metody heurystyczne, bazujące na zdroworozsądkowym

¹⁵ B. Martos; *Programowanie nieliniowe teoria i metody*, PWN 1983.

¹⁶ K. Zorychta, W. Ogryczak; *Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe*. WSiP Warszawa 1981.

¹⁷ M. Matalytski, O. Tikhonenko; *Procesy stochastyczne*. OW EXIT Warszawa 2011.

naśladowaniu czynności bionicznych. Programowanie heurystyczne stanowi ważną dziedzinę współczesnej teorii programowania matematycznego. Należy jednak podkreślić, że w tym przypadku nie ma mowy o uzyskaniu rozwiązania optymalnego, a należy zadowolić się jedynie rozwiązaniem dopuszczalnym z oszacowanym poziomem dokładności.

Z uwagi na ogromną złożoność większości zagadnień związanych z badaniem operacji w arsenale jej narzędzi badawczych znajdują się zarówno ściśle metody analityczne, jak też przybliżone metody heurystyczne, a także rozmaite metody mieszane, hybrydowe i komputerowe. Coraz większym zainteresowaniem na gruncie badań operacyjnych cieszą się dziś metody sztucznej inteligencji, a wśród nich tzw. metody obliczeniowe, takie jak: metoda sztucznych sieci neuronowych, metody algorytmów genetycznych i programowania ewolucyjnego oraz metody oparte na teorii zbiorów rozmytych¹⁸. Obiecujące wyniki dają też tzw. algorytmy mrówkowe, metody roju czy metody oparte na teorii chaosu.

Zadanie programowania liniowego

Ogólna idea programowania liniowego (*Linear Programming*) polega na wyznaczeniu zbioru wartości zmiennych decyzyjnych:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_I\} \text{ przy czym} \\ x_i \geq 0 \text{ dla } i = 1, 2, \dots, I$$

maksymalizujących lub minimalizujących funkcję kryterium:

$$K = \sum_{i=1}^I x_i c_i$$

przy spełnieniu następujących ograniczeń:

$$\sum_{i=1}^I a_{ij} x_i \leq b_j \text{ dla } j=1, 2, \dots, J$$

gdzie:

a_{ij}, b_j, c_j – wartości stałe (parametry),

I – liczba zmiennych decyzyjnych,

J – liczba ograniczeń.

Do rozwiązania zadań programowania liniowego opracowano wiele metod zarówno ścisłych jak też

przybliżonych, które najogólniej można podzielić na dwie grupy¹⁹:

- metody skończone gwarantujące znalezienie dokładnego rozwiązania w ciągu skończonej liczby kroków,
- iteracyjne, które zapewniają uzyskanie jedynie rozwiązania przybliżonego.

Pierwszą grupę metod można podzielić na trzy podgrupy:

- kolejnego doskonalenia rozwiązania (metoda sympleks)
- kolejnego skracania odchyłek (metoda niezgodności),
- metody kombinowane.

Zasadnicza trudność rozwiązywania zadań programowania liniowego wiąże się z koniecznością przeglądania przestrzeni dopuszczalnych rozwiązań określonej iloczynem $I \times J$. Dodatkowo niekiedy wymaga się, aby wartości zmiennych decyzyjnych $x_i \in X$ przybierały postać liczb całkowitych, co jest szczególnie ważne w przypadku wartości małych, gdyż w przypadku dużych wartości x_i zaokrąglenia nie prowadzą do istotnych błędów. Do rozwiązywania zadań programowania całkowito-liczbowego zostały opracowane szczegółowe algorytmy jak np. metoda Gomory czy metoda Balasi. Jeszcze inne trudności wynikają z faktu, że niekiedy wartości parametrów b_j, c_j mogą być zmiennymi losowymi, co powoduje, że do rozwiązania takich zadań wykorzystuje się dodatkowo np. metody prób statystycznych.

Zagadnienie transportowe

Szczególnym przypadkiem zadania programowania liniowego całkowitoliczbowego jest tzw. zagadnienie transportowe (*Transportation Problem*)²⁰, które polega na zbudowaniu optymalnego planu (harmonogramu) przewozu towarów z miejsca nadania do miejsca odbioru, tzn. takiego, który minimalizuje łączne koszty (lub czas) transportu w całej sieci dostaw. W klasycznym zagadnieniu transportowym opisuje się przemieszczanie jednorodnego ładunku z wielu punktów wysyłki do wielu punktów odbioru. Liczba punktów wysyłki nie musi być równa liczbie punktów odbioru ładunków.

Jednym z podstawowych problemów pojawiającym się w zarządzaniu logistycznym jest powiązania

¹⁸ L. Rutkowski.; *Metody i techniki sztucznej inteligencji*. WN PWN Warszawa 2006.

¹⁹ S.I. Gass; *Programowanie liniowe*. PWN Warszawa 1976.

²⁰ Algorytm rozwiązania zadania transportowego został opracowany w roku 1941 przez H.L. Hitchcocka.

transportowe punktów nadania (wysyłki) z punktami odbioru (dostawy), przy zadanej sieci komunikacyjnej opisanej za pomocą odpowiednich parametrów czasowo-przestrzennych. Optymalizacja takich powiązań prowadzi do zaspokojenia popytu, np. przy spełnieniu kryterium najniższych kosztów transportu na danej sieci dostaw. Istotą modelu transportowego jest wyznaczanie przy danych środkach transportowych i danej sytuacji podaży-popytu takiej macierzy przepływów masy towarowej od poszczególnych dostawców do poszczególnych odbiorców, aby przyjęty miernik jakości – funkcja kryterium osiągnęła wartość minimalną. Najczęściej rolę funkcji kryterium pełnią mierniki odległościowe, kosztowe lub czasowe.

Zadanie transportowe charakteryzuje się szczególną postacią ograniczeń, co pozwala je rozwiązać za pomocą algorytmów sprawniejszych obliczeniowo niż tradycyjny algorytm simpleks. Najbardziej popularny algorytm używany do rozwiązania zadania transportowego, bazujący na tzw. metodzie potencjałów wykorzystuje pewne właściwości macierzy przewozów pozwalającą na sformułowanie zadania dualnego dla danego zadania transportowego. Problem przydziału można rozwiązać zarówno za pomocą klasycznego algorytmu simpleks, jak i algorytmu transportowego, ale ze względu na jego szczególną strukturę stosuje się bardzo często jeszcze prostszy tzw. algorytm węgierski. Zagadnienie transportowe może być też rozpatrywane, jako dwudzielne zadanie optymalnego przydziału, polegające na najkorzystniejszym skojarzeniu N środków z M celami, przy czym każdy środek może być użyty tylko jeden raz. Algorytmy transportowe obok klasycznych algorytmów simpleks należą do najlepiej oprogramowanych i najczęściej używanych w praktyce.

Programowanie dyskretne

Programowanie dyskretne (*Discrete Programming*) należy do działów matematyki dyskretnej zajmujących się badaniem struktur nieciągłych, zawierających zbiory co najwyżej przeliczalne, czyli dyskretne²¹. Jest bardzo intensywnie wykorzystywane w właśnie w badaniach operacji, gdyż większość podejmowanych decyzji dotyczy zadań i stanów dyskretnych. Programowanie dyskretne jest rozwijane w takich dyscyplinach jak: logika matematyczna, kombinatoryka, teoria liczb, programowanie liniowe, teoria gier czy

teoria grafów. Dla praktycznych potrzeb badań operacyjnych teoria programowania dyskretnego zajmuje się opracowaniem metod numerycznych rozwiązywania praktycznych zadań, w których wszystkie lub część zmiennych decyzyjnych może przyjmować tylko zadane dyskretne wartości. Programowanie dyskretne dotycząca zadań, w których wartości te są nieujemnymi liczbami całkowitymi nazywa się programowaniem na liczbach całkowitych.

Cechą charakterystyczną programowania dyskretnego jest istnienie bardzo wielu sposobów formułowania takiego zagadnienia, co implikuje mnogość różnych metod jego rozwiązania. Szczególnym przypadkiem programowania dyskretnego jest tzw. programowanie binarne, gdzie zmienne mogą przyjmować tylko dwie wartości np. 0 i 1. Programowanie binarne jest bardzo często stosowane, w modelach w których ograniczenia mają charakter warunków logicznych. Twórcą programowania dyskretnego jest R.E. Gomory. Wiele zadań praktycznych wymaga, aby zmienne decyzyjne przyjmowały wartości np. całkowitoliczbowe. Do takich zadań należą m.in. zadania z zakresu teorii grafów, kombinatoryki, rachunku liczb, logiki matematycznej. Niektóre zadania programowania dyskretnego z warunkami logicznymi można sformułować jako tzw. zadania mieszane, w których część zmiennych przyjmuje np. wartości binarne, a pozostałe np. całkowitoliczbowe.

Programowanie heurystyczne

Przez programowanie heurystyczne (*Heuristic Programming*) rozumie się szeroki krąg problemów dotyczących badań i modelowania procesów myślenia ludzkiego pod kątem rozwiązywania skomplikowanych zadań decyzyjnych²². Chodzi o analizę subtelnych zachowań człowieka podczas rozwiązywania zadań z zakresu kierowania i zarządzania różnymi przedsięwzięciami głównie w wymiarze czasowo-przestrzennym. Programowanie heurystyczne na gruncie badań operacji może być wykorzystane w dwóch zasadniczych obszarach:

- do budowy subtelnych modeli badań operacyjnych odzwierciedlających mechanizmy postępowania człowieka,
- do błyskotliwego rozwiązywania zadań optymalizacyjnych powstających na etapie badania odpowiednich modeli.

²¹ S. Walukowicz; *Programowanie dyskretne*. PWN Warszawa 1986.

²² Z. Michalewicz; *Jak to rozwiązać, czyli nowoczesna heurystyka*. WNT Warszawa 2006.

Na gruncie badań operacyjnych szczególnie eksponowany jest ten drugi kierunek, zaczynający się historycznie od lat 50. XXw. słynnym programem komputerowym *Logic Theorist* autorstwa A. Newell, J.C. Shaw i H. Simon zdolnym dowodzić twierdzeń z zakresu rachunku zdań. Za pomocą tego programu udowodniono ponad 100 twierdzeń z zakresu logiki matematycznej, a K. Shannon próbował symulować strategię gry w szachy. Dziś akurat ten ostatni problem został definitywnie rozwinięty za pomocą różnych metod sztucznej inteligencji. Wykorzystanie programowania heurystycznego do rozwiązywania zadań z obszaru badań operacji może okazać się bardzo perspektywiczne, gdyż mechanizmy heurystyczne umożliwiają skuteczne rozwiązywanie wszelkich zadań, także tych najbardziej skomplikowanych wielokryterialnych i wieloetapowych. Szczególnym obszarem aplikacji programowania heurystycznego jest sfera klasycznego planowania strategicznego czy nawet taktycznego wymagająca ścisłej koordynacji przedsięwzięć czasowo-przestrzennych oraz optymalnej dyspozycji dostępnych zasobów.

Programowanie dynamiczne

Programowanie dynamiczne (*Dynamic Programming*) jest ogólnym podejściem pozwalającym na dekompozycję zadań o określonej strukturze i efektywne ich rozwiązanie za pomocą równań rekurencyjnych, wykorzystujących zasadę optymalności Bellmana, która orzeka, że *polityka optymalna ma tę własność, że niezależnie od początkowego stanu i początkowej decyzji pozostałe decyzje muszą stanowić politykę optymalną ze względu na stan wynikający z pierwszej decyzji*²³. Programowanie dynamiczne określane jest jako matematyczna teoria wieloetapowych procesów decyzyjnych. Metoda optymalizacji wykorzystująca te teorie sprowadza się do sekwencyjnego podejmowania decyzji w odpowiedniej kolejności. Muszą więc być ustalone kryteria według, których jest określone optymalne następstwo decyzji, dlatego cały tryb postępowania nosi nazwę optymalizacji wieloetapowej. Charakterystyczną cechą programowania dynamicznego jest to, że proces wyznaczania rozwiązań szerokiej klasy zagadnień optymalizacyjnych jest wieloetapowym procesem decyzyjnym, niezależnie od charakteru pierwotnie sformułowanego zadania.

Najogólniej pod pojęciem metod programowania dynamicznego należy rozumieć metody poszukiwania ekstremum funkcji jednej lub wielu zmiennych za pomocą zależności rekurencyjnych, gdy obliczenia analityczne przeplatają się z procesami podejmowania decyzji w trakcie kolejnych stadiów (etapów, cykli) decyzyjnych. Zasadnicza różnica między tak popularnymi metodami programowania liniowego czy nieliniowego a programowaniem dynamicznym polega na tym, że w pierwszym przypadku to rozwiązywany problem należy ściśle dostosować do wymagań konkretnych metod np. metody simplex, natomiast w przypadku programowania dynamicznego jest zupełnie odwrotnie. Metody numeryczne programowania dynamicznego adaptuje się do konkretnych potrzeb rozwiązywanego zadania optymalizacyjnego.

Koncepcja programowania dynamicznego, zwłaszcza w postaci kanonicznej znajduje zastosowanie w licznych modelach dynamicznych w analizowanych czasie lub w stanach. Przykładowo do zadań rozwiązywanych za pomocą metod programowania dynamicznego należą: zagadnienie optymalnej alokacji środków produkcji, techniczne problemy wymiany urządzeń, poszukiwania optymalnej trajektorii, czy optymalne sterowanie dostawami zaopatrzeniowymi do magazynów.

Teoria grafów

Teoria grafów (*Graph Theory*)²⁴ jest działem matematyki dyskretnej i jest lokowana na pograniczu teorii relacji, algebry i topologii. Ważną rolę w teorii grafów odgrywa rachunek kombinatoryczny i metody optymalizacyjne. Teoria grafów zajmuje się badaniem topologicznych struktur i właściwości grafów i ich rozmaitych uogólnień multigrafy, digrafy, hipergrafy, sieci. W sensie topologicznym teoria grafów bazuje na takich pojęciach jak: wierzchołki i łuki (gałęzie, krawędzie), determinujące określone struktury zawierające zbiory wierzchołków i zbiory łączących je relacji. Zarówno na zbiorze wierzchołków, jak też na zbiorze łuków mogą być opisane pewne funkcje warunkujące optymalne uporządkowanie tych elementów względem określonego kryterium lub określone uporządkowanie topologiczne. W ogólności grafy mogą skierowane

²³ R.E. Bellman, S.E. Dreyfus; *Programowanie dynamiczne*. PWE Warszawa 1967, s.21.

²⁴ Początki teorii grafów znajdujemy w pracy L. Eulera z 1736r, natomiast naukowe podstawy teorii grafów zostały opracowane przez D. Koniga w roku 1936. .

i nieskierowane, z których te ostatnie nazywane są sieciami²⁵.

Teoria grafów i oparte na niej algorytmy oraz metody numeryczne znajdują szerokie zastosowanie do opisu różnych systemów abstrakcyjnych i rzeczywistych, w tym: społecznych, transportowych, gospodarczych, organizacyjnych, a także układów elektronicznych, mechanicznych, sieci łączności, automatów, programów komputerowych, schematów klasyfikacyjnych, sformalizowanych struktur chemicznych, budowy genów. Wszystkie wymienione przykładowo obiekty mają jedną wspólną cechę: są to obiekty złożone, zawierające skończoną lub przeliczalną liczbę elementów, powiązanych w całość za pomocą określonych relacji. W sensie topologicznym są więc systemami. Najbardziej znane algorytmy z teorii grafów dotyczą takich problemów jak: zagadnienie przydziału, znajdowanie najkrótszej drogi, wyznaczanie liczby chromatycznej, wyznaczanie maksymalnego przepływu, problem komiwojażera i inne²⁶. Zakres tematyczny teorii grafów dynamicznie się rozszerza ciągle na nowe obszary zastosowań praktycznych, co generuje potrzeby tworzenia nowych metod i algorytmów do rozwiązywania tych zagadnień.

Jednym z najstawniejszych zadań teorii grafów polegającym na znalezieniu minimalnego cyklu Hamiltona jest tzw. problem komiwojażera (*Travelling Salesman Problem*), należący do klasy kombinatorycznych zadań optymalizacyjnych. Dane jest pewna liczba N miast, które komiwojażer zamierza odwiedzić – wszystkie, ale każde tylko jeden raz. Znane są odległości między każdą parą sąsiednich miast. Zadaniem komiwojażera jest wybranie najkrótszej drogi łączącej wszystkie miasta zaczynającej się i kończącej w określonym punkcie. Rozwiązanie problemu komiwojażera jest zadaniem bardziej kombinatorycznym niż logistycznym o wielkiej skali złożoności, ponieważ liczba możliwych cykli Hamiltona w grafie pełnym wyraża się wielkością $(N-1)!/2$ co powoduje, że problem ten należy do klasy tzw. problemów NP-zupełnych, dla których nie istnieje ścisłe rozwiązanie analityczne.

Programowanie sieciowe

Szczególnym przypadkiem wykorzystania teorii grafów i niektórych jej algorytmów jest tzw. programowanie sieciowe (*Network Programming*), obejmują-

ce takie zagadnienia, które dają się przedstawić w postaci pewnego typu grafu skierowanego, zwanego siecią czynności²⁷. Teoria grafów została w zagadnieniach sieciowych zastosowana m.in. do opisu zależności występujących między sekwencjami wyspecyfikowanych czynności, czyli do zobrazowania pewnego harmonogramu realizacji określonego przedsięwzięcia, np. do opisu struktury realizowanego projektu technicznego, biznesowego, technologicznego.

Graf reprezentujący sieć czynności musi być spójny, acykliczny mieć jeden i tylko jeden wierzchołek początkowy i końcowy. Sieć (graf) traktuje się jako matematyczny opis struktury przedsięwzięcia, w której łuki reprezentują czynności, a wierzchołki zdarzenia rozpoczynające i kończące te czynności. Z każdą czynnością związana jest pewna nieujemna liczba t , będąca czasem jej trwania. Natomiast zdarzenie opisuje jedynie pewien stan realizacji przedsięwzięcia i nie zużywa resursów czasowych. Czynność którą wprowadzamy jedynie w celu zaakceptowania porządku następstwa innych czynności nazywamy czynnością fikcyjną i czas jej trwania przyjmujemy jako zerowy ($t=0$). Drogą w tak zdefiniowanym grafie nazywamy ciąg łuków określający sposób realizacji pewnego etapu danego przedsięwzięcia. Do każdego węzła grafu czynności prowadzi przynajmniej jedna droga od węzła początkowego.

Metody programowania sieciowego dzielą się na metody o strukturze deterministycznej DAN (*Deterministic Analysis Network*) i stochastycznej GAN (*Generalized Analysis Network*). Do najbardziej znanych metod analizy sieciowej DAN należą: CPM (*Critical Path Method*) i PERT (*Program Evaluation and Review Technique*). Większość metod programowania sieciowego zostało bardzo efektywnie zalgorytmizowane i oprogramowane w postaci przyjaznych aplikacji komputerowych, co stanowi o dużej ich popularności zwłaszcza na etapie planowania złożonych przedsięwzięć projektowych.

Teoria gier

Teoria gier (*Game Theory*) jest działem matematyki stosowanej, którego przedmiotem jest modelowanie procesów podejmowania decyzji w sytuacjach konfliktowych, kooperacyjnych lub nieokreślonych²⁸. Teoria gier opiera się na różnych działach matematyki, np. teorii funkcji, teorii zbiorów, kombinatoryce i różnych

²⁵ J.L. Kulikowski; *Zarys teorii grafów. Zastosowania w technice*. PWN Warszawa 1986.

²⁶ R.J. Wilson; *Wprowadzenie do teorii grafów*. PWN Warszawa 2007.

²⁷ E. Ignasiak; *Programowanie sieciowe*. PWE 1975.

²⁸ R.D. Luce, H. Raiffa; *Gry i decyzje*. PWN Warszawa 1964.

metodach optymalizacyjnych. Pod pojęciem konfliktu (antagonizmu) w teorii gier rozumie się sprzeczność interesów stron uczestniczących w danej grze. W teorii gier najczęściej występują dwie antagonistyczne strony, z których każda ma do dyspozycji pewien zbiór dopuszczalnych decyzji zwanych strategiami²⁹. Oprócz gier antagonistycznych mogą występować także gry nieantagonistyczne (koalicyjne), w których wszystkie strony dążą do uzyskania wspólnych korzyści. Teoria gier jest wykorzystywana w modelowaniu i rozwiązywaniu sytuacji optymalizacyjnych przedstawionych w postaci interaktywnej gry strategicznej³⁰.

Najbardziej popularne są tzw. klasyczne gry dwuosobowe o sumie zerowej, w których wygrana jednego gracza jest jednocześnie przegrana drugiego gracza i odwrotnie. W tych grach gracze podejmują decyzje równocześnie i niezależnie od siebie nie wiedząc jaką strategię wybrał przeciwnik. Podjęcie przez graczy decyzji jest równocześnie początkiem i końcem gry. Ich przeciwieństwem są gry wieloetapowe reprezentujące proces dynamiczny, wieloetapowy w którym gracze podejmują decyzje na przemian z reguły przy pełnej informacji o swoich dotychczasowych ruchach i przeciwnika³¹.

Teoria gier wykorzystywana jest jako dyscyplina pozwalająca badać sformalizowane opisy sytuacji konfliktowych lub kooperacyjnych. Powszechnie stosowana jest w badaniach różnych zachowań systemów militarnych, społecznych, ekonomicznych, gospodarczych, a także biologicznych i przyrodniczych. Szczególnym obszarem zastosowań teorii gier są tzw. gry z naturą, w których reguły postępowania przynajmniej jednej ze stron nie są zdeterminowane³². Interesujące są także gry kooperacyjne przebiegające w warunkach współpracy, gdy cele wszystkich uczestników są zgodne a rozwiązanie problemu polega na znalezieniu racjonalnych reguł postępowania warunkujących

sowej obsługi są to modele matematyczne systemów prakseologicznych, których celem jest obsługa zgłoszeń pojawiających się w losowych odstępach czasu, przy czym w ogólności czasy obsługi też mogą być losowe. Zachowanie się systemów masowej obsługi zależy zarówno od ich struktury jak też od charakteru losowego strumienia zgłoszeń, a także od ciągu losowych czasów obsługi na danym stanowisku obsługi.

Geneza teorii masowej obsługi wiąże się z problemami blokowania sieci telefonicznej Erlanga. Najprostszy model teorii masowej obsługi zawiera jedno stanowisko obsługi i jeden strumień zgłoszeń (klientów). Jeśli zgłoszenie trafiające do systemu zastaje stanowisko obsługi wolne to jego obsługa zaczyna się natychmiast i trwa przez określony czas. Zgłoszenie, które zastaje stanowisko obsługi zajęte oczekuje w kolejce na obsługę³⁴.

Formalny opis modelu polega na określeniu strumienia zgłoszeń, zasad oczekiwania i reguł obsługi. Zakłada się, że zgłoszenia trafiają do systemu losowo i niezależnie. Opis strumienia zgłoszeń polega wtedy na określeniu rozkładu prawdopodobieństwa odstępów między kolejnymi zgłoszeniami. Najczęściej przyjmuje się, że jest to rozkład wykładniczy Poissona. Opis zasad oczekiwania polega na zdefiniowaniu reguł rządzących wyborem zgłoszenia, które w danym momencie ma być obsłużone np. zgłoszenie najdłużej oczekujące w kolejce lub zgłoszenie o najwyższym priorytecie. Natomiast opis zasad obsługi polega na podaniu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej będącej czasem obsługi i określeniu innych parametrów np. długości przerw w obsłudze. Zasadniczym celem teorii masowej obsługi jest wypracowanie różnych charakterystyk probabilistycznych systemów obsługi takich jak: rozkłady czasów oczekiwania na obsługę, czasu przybywania zgłoszeń, liczby zgłoszeń czekających w kolejce, prawdopodobieństwa zastania stanowiska wolnego itp.

Teoria masowej obsługi

Teoria masowej obsługi (*Theory of Mass Service*) zwana też teorią kolejek jest działem procesów stochastycznych i dotyczący modeli, w których występują zjawiska oczekiwania na obsługę³³. Systemy ma-

Metody sztucznej inteligencji

Burzliwy rozwój technologii komputerowej powoduje wzrost zainteresowania tzw. metodami obliczeniowymi sztucznej inteligencji (*Artificial Intelligence*), do których tradycyjnie zaliczamy: sztuczne sieci neuronowe (*Neural Networks*), algorytmy gene-

²⁹ N. Klatka; *Konflikt i gra*. MON Warszawa 1971.

³⁰ J. von Neumann, O. Morgenstern; *Theory of Games and Economic Behavior* 1953.

³¹ J. Kozielecki; *Konflikt, teoria gier i psychologia*. PWN Warszawa 1970.

³² G. Owen; *Teoria gier*. PWN Warszawa 1975.

³³ B. Gnienenko, N. Kowalenko; *Wstęp do teorii masowej obsługi*. PWN Warszawa 1971.

³⁴ A. Obretenow, B. Dimitrow; *Teoria masowej obsługi. Poradnik*. PWN Warszawa 1989.

tyczne (*Genetic Algorithms*) i teorię zbiorów rozmytych (*Fuzzy Sets*)³⁵.

Sztuczne sieci neuronowe (NN) są to modele logiczno-matematyczne, budowane na wzór ludzkiego neuronu i służące do przetwarzania informacji w zakresie efektywnego rozwiązywania pewnych zadań teoretycznych i praktycznych. Formalnie realizują przetwarzanie informacyjnych sygnałów wejściowych według określonego algorytmu działania celem uzyskania pożądanego wyniku na wyjściu. Najczęściej pojedyncze neurony są łączone w trójwarstwową sieć reprezentującą dostatecznie złożony system przetwarzania informacji.

Algorytmy genetyczne (GA) zaliczane są do szerszej klasy programowania ewolucyjnego i naśladują pewne mechanizmy ewolucji przyrodniczej w celu znalezienia pożądanego rozwiązania optymalnego. Formalnie algorytm genetyczny przeszukuje skończoną przestrzeń alternatywnych rozwiązań danego problemu w celu znalezienia rozwiązania najlepszego. W procesie generowania tego rozwiązania wykorzystuje naturalne mechanizmy selekcji, krzyżowania i mutacji, jako procedury algorytmiczne.

Teoria zbiorów rozmytych (FS) i związana z nią logika wielowartościowa (FL) opiera się na pojęciu funkcji przynależności, która pozwala na jednoczesne posługiwanie się szeregiem wartości pośrednich przypisanych do różnych zbiorów rozmytych. W konsekwencji szukane rozwiązanie optymalne danego problemu nie wymaga budowania skomplikowanych modeli matematycznych, a jedynie operowania pewną bazą wiedzy eksperckiej i określonym algorytmem postępowania. Metody zbiorów rozmytych są intensywnie wykorzystane m.in. do wyznaczania ryzyka logistycznego za pomocą rozmytych sterowników Mamdanego. Tradycyjne metody obliczeniowe tj. sztuczne sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i zbiory rozmyte są podstawą budowy hybrydowych systemów inteligentne o odpowiednio wyższym poziomie sztucznej inteligencji.

W ostatnich latach rozwija się nowy dział metod optymalizacyjnych bazujący na inteligencji roju (*Swarm Optimization*), których zasady działania zostały zaczerpnięte z obserwacji natury. Naśladując zachowanie osobników żyjących w świecie owadów, ptaków, ryb, a nawet roślin tworzących pewne populacje społeczne dostarczają bardzo wydajnych algorytmów heurystycznych. Do tej klasy algorytmów należą

m.in. algorytmy mrówkowe ACO (*Ant Colony Optimization*), algorytmy pszczoły BA (*Bee Algorithms*) i algorytmy roju cząstek PSO (*Particle Swarm Optimization*). W przeciwieństwie do klasycznych metod optymalizacyjnych nie bazują one na pojedynczym rozwiązaniu lecz na pewnym zbiorze rozwiązań. Metody inteligencji roju stanowią ogromny potencjał do rozwiązywania zagadnień optymalizacji kombinatorycznej.

Symulacja komputerowa

Pod pojęciem symulacji komputerowej (*Computer Simulation*) należy rozumieć numeryczną technikę przeprowadzania komputerowych doświadczeń (eksperymentów) na pewnych rodzajach modeli matematycznych, które opisują zachowanie się złożonego systemu w długim czasie³⁶. Symulacja polega na odtworzeniu własności danego obiektu, zjawiska, procesu lub środowiska istniejącego w rzeczywistości za pomocą jego modelu matematycznego realizowanego przy użyciu komputera. Inaczej symulację komputerową można określić, jako eksperyment naukowy umożliwiający dynamiczną obserwację zachowania się modeli obiektów lub zjawisk w rzeczywistości wirtualnej, stworzonej za pomocą programu komputerowego. Podstawą każdego programu symulacyjnego jest zawsze model matematyczny zapisany w określonym języku programowania komputerów. Ze względu na ogromne możliwości współczesnych komputerów symulacja komputerowa jest obecnie najbardziej efektywną metodą badawczą, jaką dysponuje współczesna nauka.

Istotą symulacji komputerowej jest badanie procesów i zjawisk w dynamice działania, w czasie rzeczywistym i w pewnych horyzoncie, dlatego głównym argumentem symulacji jest czas jako zmienna zależna³⁷. Jej cechą jest precyzyjne badanie złożonych procesów i systemów bez ponoszenia jakiegokolwiek ryzyka oraz jakichkolwiek skutków ekonomicznych politycznych, technicznych, prawnych czy finansowych. Tak więc, dzięki symulacjom komputerowym, możemy bez większego ryzyka dowiedzieć się, w jaki sposób poszczególne czynniki wpływają na realizację przyjętych przez nas wcześniej założeń. Największą zaletą symulacji jest to, że eksperyment symulacyjny można wielokrotnie powtarzać, zmieniając za każdym

³⁵ K. Ficoń; *Sztuczna inteligencja. Nie tylko dla humanistów*. BEL Studio Warszawa 2013.

³⁶ K. Błaszczuk; *Wprowadzenie do modelowania i symulacji*. WN PWN Warszawa 2013.

³⁷ K. Krupa; *Modelowanie, symulacja i prognozowanie*. WNT Warszawa 2009.

razem jedynie parametry modelu oraz obserwować i analizować wpływ tych zmian na przebieg zjawiska. Za pomocą symulacji komputerowej możemy badać zachowanie jeszcze nieistniejących urządzeń, czy projektów, jak też modeli i zdarzeń historycznych.

Techniki symulacyjne są niezbędne szczególnie tam, gdzie analityczne wyznaczenie rozwiązania byłoby zbyt pracochłonne, niemożliwe czy też wymagałoby nadmiernych kosztów albo stwarzałoby zagrożenie dla życia lub zdrowia ludzkiego. Istnieje wiele odmian i rodzajów symulacji komputerowych wyodrębnionych ze względu na różne kryteria funkcjonalne, techniczne, czasowe. Oprócz tego, że symulacja komputerowa służy do badania złożonych systemów społecznych, politycznych, gospodarczych, technicznych, biologicznych w czasie rzeczywistym, to również umożliwia weryfikowanie nowych teorii, strategii, planów dokładne badanie skutków wszelkich decyzji oraz służy do bezpiecznego sterowania danym systemem³⁸.

Przykładowo, niech obiektem symulacji będzie firma, której dochody, czyli zmienna wyjściowa są uzależnione od wielu różnych czynników – zmiennych wejściowych, takich jak np. liczba klientów kupujących wyroby lub usługi, cena podobnych wyrobów / usług w innych konkurencyjnych firmach czy też poziom sprzedaży w danym miesiącu. Przyjmuje się, iż każdy z tych czynników jest zmienną losową o pewnym rozkładzie. Celem symulacji komputerowej jest przeprowadzenie od kilku do kilkuset tysięcy eksperymentów, które polegają na wylosowaniu konkretnych wartości poszczególnych zmiennych i sprawdzeniu, jaki dochód zostanie osiągnięty przy takich założeniach. Po wielokrotnym przeprowadzeniu takiej symulacji można stwierdzić, jak wygląda rozkład dochodu firmy w założonym horyzoncie czasowym. Na tej podstawie można na przykład wyznaczyć oczekiwaną wartość zysku, prawdopodobieństwo straty i inne interesujące z biznesowego punktu widzenia wielkości.

Wnioski

1. Badania operacyjne od momentu swojego powstania miały charakter sztuki użytecznej i zorientowane były na wspomaganie procesów podejmowania decyzji od strony ilościowej. Nigdy nie pretendowały do autokratycznego dominowania całego procesu decyzyjnego pozostawiając intuicji i doświad-

czeniu decydentów swobodę wykorzystania ich wyników.

2. Badania operacyjne legły u podstaw wyodrębnienia się nowego stylu zarządzania w organizacjach tzw. zarządzania optymalizującego, który bazuje na ilościowych kryteriach oceny i wymiernych danych liczbowych. Zasadniczym paradygmatem zarządzania optymalizującego jest postulat minimalizacji lub maksymalizacji funkcji celu przy ograniczonych zasobach.
3. Zarządzanie optymalizujące ze względu na ilościowy charakter logistyki jest szczególnie intensywnie uprawiane w szerokim nurcie zarządzania procesami logistycznymi. Fizyczne przepływy materiałów i towarów sterowane są za pomocą wymiernych kryteriów i wskaźników ocenowych, a jakość zarządzania logistycznego jest determinowana koniecznością minimalizacji kosztów przy spełnieniu wysokich standardów obsługi klienta.
4. Ogół metod i technik występujących w obszarze badań operacji można podzielić na dwie grupy zaliczane odpowiednio do szerokiej klasy programowania matematycznego, obejmujących metody programowania liniowego i nieliniowego oraz do samodzielnych teorii naukowych takich jak: teoria grafów, teoria gier czy teoria masowej obsługi.
5. Zasadniczym walorem użytkowym decydującym o masowym zastosowaniu teorii i metod badań operacyjnych jest matematyczna ich spójność i precyzja oraz wysoka podatność na wspomaganie za pomocą nowoczesnych technologii komputerowych. Praktycznie większość metod badań operacyjnych została aplikowana w szeregu ogólnie dostępnych pakietów komputerowych jak, np. Excel, Solver, Matlab, Statistica.
6. Metody badań operacji są szczególnie skuteczne w rozwiązywaniu skomplikowanych zagadnień, w których występuje duża liczba wzajemnie zależnych parametrów i zmiennych decyzyjnych. Do rozwiązania tego typu zadań nie wystarczy już bogate doświadczenie lub intuicja. Jedynie w przypadku prostych zadań rozwiązania oparte na tzw. zdrowym rozsądku mogą być bliskie rozwiązaniom optymalnym. Wysoka użyteczność teorii i metod badań operacji występuje podczas rozwiązywania zadań stosunkowo skomplikowanych, podejmujących złożone problemy rzeczywiste.
7. Teoria badań operacyjnych jest dyscypliną dynamiczną, która bardzo aktywnie korzysta z postępu naukowo-technicznego i dorobku innych nauk. Wyrazem tych tendencji jest organiczne włączenie symulacji komputerowej do technologii nowocze-

³⁸ A. Maciąg, R. Pietroń, S. Kukła; *Prognozowanie i symulacja w przedsiębiorstwie*. PWE Warszawa 2013.

nych badań operacyjnych oraz pionierskie wykorzystanie tzw. metod obliczeniowych sztucznej inteligencji do rozwiązywania wielu problemów m.in. z zakresu zarządzania optymalizacyjnego.

8. Z metod badań operacji korzysta się praktycznie na wszystkich szczeblach podejmowania decyzji – centralnym i lokalnym, strategicznym i taktycznym, światowym i regionalnym, w skali mikro i makroekonomicznej. Zakres ich zastosowań ciągle się poszerza, zwłaszcza w dobie masowego wykorzystania technologii komputerowych, które uczyniły badania operacji aplikacją przyjazną i ogólnie dostępną.

Streszczenie

W pracy przedstawiono rolę i znaczenie teorii i metod badań operacyjnych w procesie zarządzania optymalizacyjnego występującego szczególnie aktywnie w zarządzaniu logistycznym. We wstępie omówiono genezę i podstawowe pojęcia i definicje badań operacyjnych. Zgodnie z zarysowaną taksonomią metod stosowanych tradycyjnie w badaniach operacyjnych zaprezentowano ich ogólną charakterystykę. W szerokim nurcie programowania matematycznego omówiono metody programowania liniowego i nieliniowego, a także heurystycznego, dynamicznego, stochastycznego i sieciowego. Na zakończenie przedstawiono podstawy teorii grafów, teorii gier, teorii masowej obsługi oraz grupę nowoczesnych metod sztucznej inteligencji należących do tzw. inteligencji obliczeniowej.

Abstract

The paper presents the role and importance of the theory and methods of operations research in the optimization management process occurs particularly active in the management of logistics. In the introduction discusses the origins and basic concepts and definitions of operational research. According to the taxonomy applied methods traditionally in operations research's presented their general characteristics. In the broad mainstream of mathematical programming the paper discusses methods of linear and nonlinear programming, as well as heuristic, dynamic, stochastic and network programming. At the end are discussed the fundamentals of graph theory, game theory, queuing theory, and a group of modern artificial intelligence methods belonging to the so-called computational intelligence.

Literatura

1. Ackoff R.L.; *Decyzje optymalne w badaniach stosowanych*. PWN Warszawa 1969.
2. Bellman R.E., Dreyfus S.E.; *Programowanie dynamiczne*. PWE Warszawa 1967.
3. Błaszczuk K.; *Wprowadzenie do modelowania i symulacji*. WN PWN Warszawa 2013.
4. Czujew J.; *Badania operacyjne w wojsku*. Wyd. MON Warszawa 1972.
5. Deo N.; *Teoria grafów i jej zastosowanie w technice i informatyce*. PWN Warszawa 1980.
6. *Encyklopedia organizacji i zarządzania*. PWE Warszawa 1981.
7. Ficoń K.; *Badania operacyjne stosowane. Modele i aplikacje*. BEL Studio, Warszawa 2006.
8. Ficoń K.; *Sztuczna inteligencja. Nie tylko dla humanistów*. BEL Studio Warszawa 2013.
9. Gass S.I.; *Programowanie liniowe*. PWN Warszawa 1976.
10. Gniedenko B., Kowalenko N.; *Wstęp do teorii masowej obsługi*. PWN Warszawa 1971.
11. Gościński J.; *Elementy cybernetyki w zarządzaniu*, PWE Warszawa 1968.
12. Grabowski W.; *Programowanie matematyczne*. PWE Warszawa 1980.
13. Gruszczyński M., Kuszewski T., Podgórska M.; *Ekonometria i badania operacyjne*. WN PWN Warszawa 2009.
14. Ignasiak E.; *Programowanie sieciowe*. PWE 1975.
15. Klatka N.; *Konflikt i gra*. MON Warszawa 1971.
16. Kofler E.; *Wstęp do teorii gier*. PWN Warszawa 1963.
17. Koziński J.; *Konflikt, teoria gier i psychologia*. PWN Warszawa 1970.
18. Kozubski J.J.; *Wprowadzenie do badań operacyjnych*. Wyd. UG Gdańsk 2000.
19. Krawczyk S.; *Badania operacyjne dla menedżerów*. Wyd. AE Wrocław 1996.
20. Krupa K.; *Modelowanie, symulacja i prognozowanie*. WNT Warszawa 2009.
21. Kukuła K. (red.); *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach*. WN PWN Warszawa 2001.
22. Kulikowski J.L.; *Zarys teorii grafów. Zastosowania w technice*. PWN Warszawa 1986.
23. Lange O.; *Optymalne decyzje. Zasady programowania*. PWN Warszawa 1967.
24. Luce R.D., Raiffa H.; *Gry i decyzje*. PWN Warszawa 1964.
25. Maciąg A., Pietroń R., Kukła S.; *Prognozowanie i symulacja w przedsiębiorstwie*. PWE Warszawa 2013.

26. Martos B.; *Programowanie nieliniowe teoria i metody*, PWN 1983.
27. Matalytski M., Tikhonenko O; *Procesy stochastyczne*. OW EXIT Warszawa 2011.
28. Michalewicz Z.; *Jak to rozwiązać, czyli nowoczesna heurystyka*. WNT Warszawa 2006.
29. Obretenow A., Dimitrow B.; *Teoria masowej obsługi. Poradnik*. PWN Warszawa 1989.
30. Owen G.; *Teoria gier*. PWN Warszawa 1975.

31. Rutkowski L.; *Metody i techniki sztucznej inteligencji*. WN PWN Warszawa 2006.
32. Trzaskalik T. (red.); *Badania operacyjne z komputerem*. ABSOWLWENT Łódź 2011.
33. Van der Veen B.; *Wstęp do badań operacyjnych*. PWN Warszawa 1970.
34. Wagner H.M.; *Badania operacyjne*. PWE Warszawa 1980.
35. Walukowicz S.; *Programowanie dyskretne*. PWN Warszawa 1986.
36. Wencel I.S.; *Elementy teorii gier*. PWN Warszawa 1961.
37. Wilson R.J.; *Wprowadzenie do teorii grafów*. PWN Warszawa 2007
38. Zieleniewski J.; *Organizacja i zarządzanie*. PWN Warszawa 1981
39. Zorychta K., Ogryczak W.; *Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe*. WSiP Warszawa 1981.