

Wykorzystanie modeli autoregresji i średniej ruchomej w prognozowaniu wielkości popytu niezależnego

1. WSTĘP

Dostępne rozwiązania w zakresie prognozowania przyszłych wielkości popytu są niewystarczające i należy poszukiwać innych metod, umożliwiających bardziej precyzyjne ich oszacowanie.

Artykuł prezentuje oryginalne rozwiązanie, wykorzystujące model autoregresji, który na podstawie kształtowania się dotychczasowego popytu jest w stanie z dużym prawdopodobieństwem wyznaczyć przyszłe jego wielkości. Tego typu rozwiązanie można z powodzeniem wykorzystywać w obszarze logistyki, przy określaniu wielkości przepływającego ładunku po stronie popytu niezależnego.

2. ZARYS PROBLEMATYKI

W przedsiębiorstwach logistycznych, szacowanie przyszłych wielkości stanowi element przewagi konkurencyjnej, dzięki któremu przedsiębiorstwo jest w stanie osiągać założone cele szybciej od konkurenta. Pozwala to podmiotom dokładnie określić zasoby materialne (wielkości magazynów, środków transportu, czy maszyn i urządzeń przeładunkowych, a także środków finansowych) oraz zasoby ludzkie (niezbędną liczbę osób potrzebnych do wykonania zadania), a w konsekwencji obniżyć koszty ich funkcjonowania. Do tego celu wykorzystuje się prognozowanie popytu, które odnosi się do przewidywania prawdopodobnego popytu na dobra lub usługi na podstawie zdarzeń już wcześniej poznanych i trendów panujących w czasie teraźniejszym [5]. Ma to miejsce najczęściej w obszarze powstawania popytu niezależnego, czyli takiego, który wynika z sytuacji rynkowej. Struktura popytu w przedsiębiorstwie jest kształtowana pod wpływem oddziaływania wielu determinantów. Poza ceną na profil popytu ma wpływ grupa czynników rynkowych takich jak [7]:

- dochody przedsiębiorstw korzystających z usług logistycznych,
- ceny dóbr lub usług komplementarnych,
- przewidywana przez konsumentów wysokość dochodów (zachowanie racjonalne konsumenta w stosunku do swojej przyszłej siły nabywczej).

Drugą grupą elementów oddziałujących na wielkość popytu są czynniki pozarynkowe do których należą:

- liczba przedsiębiorstw konkurujących ze sobą w ramach łańcucha dostaw,
- nawyki, moda, gust konsumentów,
- sezonowość zapotrzebowania,
- czynniki kulturowe,
- szerokość geograficzna, klimat, pora roku.

¹ Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej, Instytut Zarządzania w Budownictwie i Transporcie, mail. dgrzesica@pk.edu.pl

² Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej, Instytut Zarządzania w Budownictwie i Transporcie, mail. pwiecek@pk.edu.pl

Podstawowym celem prognozowania popytu w logistyce jest posiadanie właściwego produktu, we właściwym miejscu i właściwym czasie [8].

W ogólnym sensie metody prognozowania popytu w logistyce można podzielić na:

1. Metody jakościowe,

- ocena siły sprzedaży,
- badania rynku,
- metoda Delphi.

2. Metody ilościowe [6]:

- oparte na szeregach czasowych,
- przyczynowo-skutkowe.

W niniejszym referacie autorzy skupią się na metodach ilościowych, opartych na szeregach czasowych. Dosty często stosowane są metody wygładzania wykładniczego, które zmniejszają wariancję szeregu czasowego za pomocą ważonej średniej ruchomej z przeszłych wartości, o wagach wykładniczo zanikającymi wraz z odległością w czasie. Do najpopularniejszych metod należą:

- model Browna,
- model Holta,
- model Wintersa.

Różnice pomiędzy tymi modelami występują w kształtowaniu się linii trendu i wahań będących wpływem działania czynników sezonowych lub losowych. W literaturze przedmiotu można spotkać wiele metod prognozowania, wykorzystywanych w różnym stopniu. Tab. 1. przedstawia najbardziej rozpowszechnione metody w USA w latach ,90-tych.

Tab. 1. Udział procentowy wykorzystania metod ilościowych prognozowania w USA

Metoda prognozowania	Wykorzystanie do prognozowania krótkoterminowego [%]	Wykorzystanie do prognozowania średnio okresowego [%]	Stopień powszechności zastosowania [%]
Dekompozycji	7	12	57
Techniki elementarne	19	14	84
Średnie ruchome	33	28	96
Wygładzanie wykładnicze	20	17	83
Regresja	25	26	83
Autoregresja	2	5	37

Źródło: [4]

Przedstawione dotychczas metody są standardowymi algorytmami, wykorzystywanymi z powodzeniem przez przedsiębiorstwa. Potrafią one postawić prognozę z dokładnością do 5%. Coraz częściej przedsiębiorstwa logistyczne obsługują rynki krajowe i międzynarodowe, a co za tym idzie, biorą udział w przemieszczaniu coraz większych ilości materiału. Większy poziom błędów prowadzi do wzrostu zapasów, których nadmiar może wywołać. Im mniejszy poziom błędów prognozy, tym mniejsze straty, wynikające z magazynowania zapasów, dla utrzymania płynności realizacji zamówień dla klienta. W związku z tym, istnieje potrzeba wy-

korzystywania innych metod, gwarantujących trafniejsze wyznaczenie przyszłych wielkości popytu. Bardziej odpowiednie do tego celu są modele autoregresji i średniej ruchomej.

3. MODELE AUTOREGRESJI I ŚREDNIEJ RUCHOMEJ

Obecnie do najbardziej zaawansowanej grupy metod prognozowania należą modele dynamiczne, uwzględniające zachodzące zmiany w relacjach kształtujących określony proces w danym czasie. Do grupy tej należą modele autoregresji, które działają w oparciu o zjawisko autoregresji.

Ich podstawową cechą charakterystyczną jest fakt, iż wartość prognozowanej cechy w chwili t jest kombinacją liniową wartości tej samej zmiennej z okresów poprzednich $t-1, t-2, \dots, t-p$ powiększoną o pewną wartość składnika losowego.

Wśród tego typu modeli można wyodrębnić trzy podstawowe ich rodzaje:

- modele autoregresji (AR),
- modele średniej ruchomej (MA),
- modele mieszane autoregresji i średniej ruchomej (ARMA).

W ogólny sposób model autoregresji rzędu p można przedstawić następująco:

$$Y_t = \varphi_0 + \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + e_t \quad (1)$$

gdzie:

$Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-p}$ - wartości badanej zmiennej odpowiednio w chwili $t, t-1, t-2, t-p$,

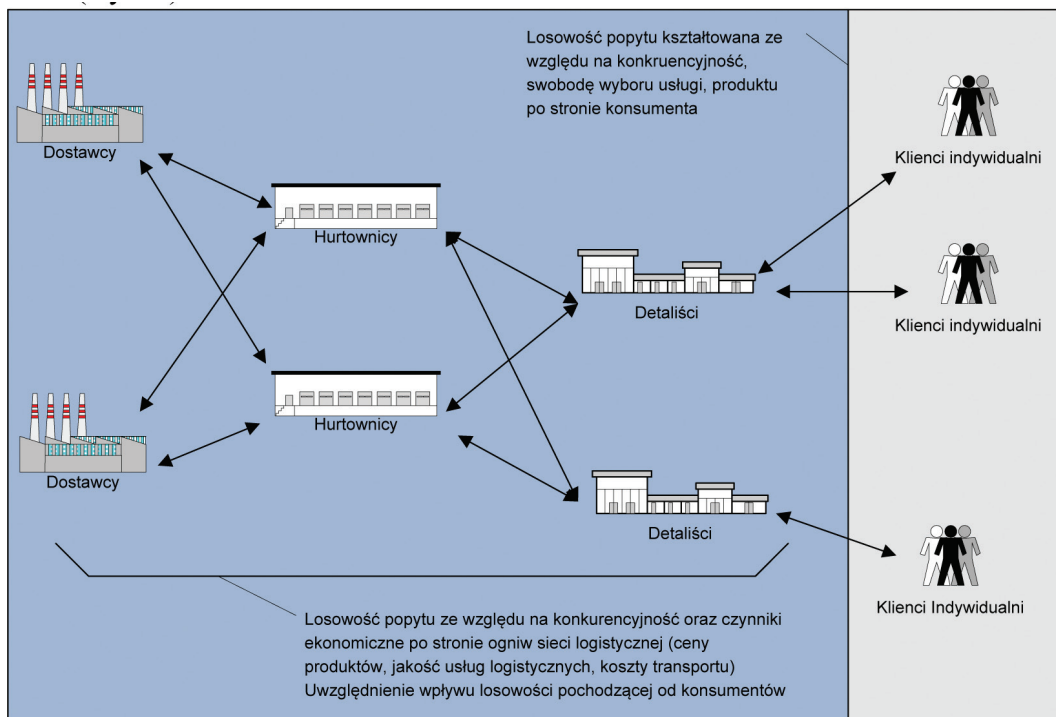
$\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_p$ - parametry modelu,

e_t - wartość składnika losowego w okresie t ,

p - rząd opóźnienia.

Parametr opóźnienia p określa jak daleko należy sięgnąć w przeszłość, aby określić wartość zmiennej prognozowanej w chwili t .

Niezależnie od rodzaju przyjętego modelu autoregresyjnego na modelowany proces ma wpływ w mniejszym lub większym stopniu czynnik losowy. Odgrywa on znaczącą rolę zwłaszcza w procesach logistycznych (planowanie potrzeb materiałowych w przedsiębiorstwie, zaopatrzenia, dystrybucji oraz przepływu strumieni ładunków w sieci dostaw). Źródłem składnika losowego w modelowaniu popytu jest przede wszystkim konkurencyjność rynku, którego dotyczy modelowana zmienna oraz swoboda wyboru klienta (Rys. 1).



Rys. 1 Źródła losowej zmienności popytu w sieci logistycznej

W rzeczywistości mogą zdarzyć się procesy, w których wartość składnika losowego w danej obserwacji jest kombinacją liniową składników losowych z przeszłości. Mamy wtedy do czynienia z procesem średniej ruchomej (MA), który można zapisać wzorem:

$$Y_t = \vartheta_0 - \vartheta_1 e_{t-1} - \vartheta_2 e_{t-2} - \dots - \vartheta_q e_{t-q} + e_t \quad (2)$$

gdzie:

$e_t, e_{t-1}, e_{t-2}, e_{t-p}$ - reszty modelu odpowiednio w chwili $t, t-1, t-2, t-q$,

$\vartheta_0, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_p$ - parametry modelu,

q - rząd opóźnienia.

Bardzo często jednak, w celu lepszej adaptacji do danych historycznych modelowanej zmiennej, dokonuje się połączenia modelu (AR) i (MA) w jeden model autoregresji i średniej ruchomej, zwany (ARMA), posiadający zarówno parametr p jak i q . Takie połączenie można przedstawić w następujący sposób:

$$Y_t = \varphi_0 + \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + e_t - \vartheta_0 - \vartheta_1 e_{t-1} - \vartheta_2 e_{t-2} - \dots - \vartheta_q e_{t-q} \quad (3)$$

W przedstawionym modelu wartość prognozowanej zmiennej w określonej chwili t zależy od jej wartości z przeszłości, jak również od reszt z modelu w poprzednich chwilach czasu. Warunkiem wymaganym do stosowania rozważanych modeli jest stacjonarność szeregu czasowego danych wejściowych. Najogólniej poprzez stacjonarność można rozumieć stałą w czasie średnią, wariancję i autokorelację dla rozpatrywanego szeregu danych.

4. ETAPY BUDOWY MODELI ARMA

Wybór właściwego modelu ARMA stanowi jedną z zasadniczych trudności w stosowaniu ich jako narzędzia do prognozowania. Proces doboru jego parametrów zawiera się zazwyczaj w trzech etapach:

- identyfikacji,
- estymacji,
- weryfikacji.

Na początku należy dokonać identyfikacji szeregu czasowego, reprezentującego dany proces, czyli określić czy jest on stacjonarny. W tym celu najczęściej wykonuje się test statystyczny pierwiastka jednostkowego zwany testem Dickey'a Fullera. W przypadku stwierdzenia braku stacjonarności szereg poddaje się operacji różnicowania (powstaje wtedy *Zintegrowany model: autoregresji (ARI), średniej ruchomej (IMA) oraz autoregresji i średniej ruchomej (ARIMA)* [3]. Następnie wymagane jest określenie rzędu opóźnień czasowych p i q . Zazwyczaj dokonuje się tego poprzez analizę funkcji autokorelacji (ACF - *autocorrelation function*) oraz autokorelacji cząstkowej (PACF - *partial autocorrelation function*). Alternatywnie można również skorzystać z kryteriów informacyjnych Schwarza lub Akaike. Metody te zostały szerzej przedstawione w pracy B. Choi [2].

Kolejnym etapem w budowie modelu jest estymacja jego współczynników. Można jej dokonać przy pomocy metody najmniejszych kwadratów, największej wiarygodności lub korzystając z równań Yule'a - Walkera, szeroko opisana przez G. E. P. Boxa [1].

W końcowym etapie należy zbudowany model poddać weryfikacji. Na tym poziomie należy zbadać autokorelację reszt (różnicy pomiędzy wartościami przyjętego modelu a wartościami rzeczywistymi). Współczynniki autokorelacji reszt modelu nie powinny różnić się istotnie od zera. W przeciwnym wypadku należy wrócić do etapu identyfikacji i dobrać parametry modelu ponownie. Jeżeli analiza reszt modelu nie wykaże autokorelacji, zbudowany model można wykorzystać do sporządzenia prognozy.

5. PODSUMOWANIE

Standardowe modele wykorzystywane do prognozowania popytu niezależnego, nie uwzględniają zależności pomiędzy danymi z poprzednich okresów czasu. Bazują na podstawowych wielkościach, takich jak kształtowanie się linii trendu, wahania losowe lub sezonowość popytu. Zwykle jednak wykazują one prognozy obciążone dużą niedokładnością.

Współcześnie taki poziom błędu może przesądzić o pozycji konkurencyjnej przedsiębiorstwa na rynku. Stały wzrost konsumpcji w gospodarce wymusza na podmiotach sektora logistycznego stosowanie metod, które umożliwiają dokładniejsze wyznaczenie przyszłych wielkości. W tym celu można wykorzystać modele autoregresji i średniej ruchomej. W artykule autorzy przedstawiają metodologię prognozowania, która wskazuje na jedną bardzo ważną cechę, jaką jest zdolność do rozpoznania wewnętrznej struktury szeregu wraz z objaśnieniem mechanizmu jego tworzenia. Dzięki temu, w celu opisu struktury popytu można zrezygnować ze stosowania wielu zmiennych objaśniających, przez co nie ma konieczności badania wielu odrębnych zjawisk makroekonomicznych, oddziałujących na popyt. W modelach tych zawarte są informacje o czynnikach rynkowych, które regulują zmienność popytu. Na podstawie dostępnych danych historycznych modele te „uczą się”, w jaki sposób dane zmieniają się, i w oparciu o nie prognozują wynik.

Streszczenie

Dostępne rozwiązania w zakresie prognozowania przyszłych wielkości popytu są niewystarczające i należy poszukiwać innych metod, umożliwiających bardziej precyzyjne ich oszacowanie.

Artykuł prezentuje oryginalne rozwiązanie, wykorzystujące model autoregresji, który na podstawie kształtowania się dotychczasowego popytu jest w stanie z dużym prawdopodobieństwem wyznaczyć przyszłe jego wielkości. Tego typu rozwiązanie można z powodzeniem wykorzystywać w obszarze logistyki, przy określaniu wielkości przepływającego ładunku po stronie popytu niezależnego.

Autoregression and moving averages models applications in forecasting structure of demand**Abstract**

Available classic solutions in terms of demand forecasting are not sufficient enough. Therefore it is highly recommended to use more advanced methods enabling better accuracy in predictions. This article presents the solution (methodology) to make demand forecasting, using autoregression model. On the basis of the demand history structure data, the future values can be predicted with high probability. This approach can be easily applied in the field of logistics especially when there is strong need to predict the volume of freight flow in uncertain conditions.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Box G.E. P., Jenkins G. M.: Analiza szeregów czasowych. Prognozowanie i sterowanie. PWN, Warszawa 1983.
- [2] Choi B.: ARMA Model Identification, Springer 1992.
- [3] Dittmann P., Dittmann I., Szabela-Pasierbińska E., Szpulak A.: Prognozowanie w zarządzaniu sprzedażą i finansami przedsiębiorstwa. Wolters Kluwer business, Warszawa 2011.
- [4] Ghiani G., Laporte G., Musmanno R.: Introduction to logistics systems planning and control. Wiley 2004.
- [5] Jain T. R., Grover M. L., Ohri V. K., Khanna O. P.: Economics for engineers. VK Publications, Delhi 2007.
- [6] Krzyżaniak S.: Podstawy zarządzania zapasami w przykładach, wyd. IV. Biblioteka Logistyka, Poznań 2008.
- [7] Milewski R., Kwiatkowski E., Podstawy ekonomii, PWN, Warszawa 2008.
- [8] Robeson J. F., Copacino W. C.: The logistics handbook. Free Press 1994.