

CISOWSKI Tadeusz ¹
STOKŁOSA Józef ²

Organizacja przewozów drobnicy koleją

WSTĘP

W przewozach ładunków koleją, zwłaszcza zasadniczy przewoźnik, jakim jest PKP Cargo S.A. uzyskuje bardzo dobre wyniki w zakresie przewozów całopociągowych, w tym przewozów międzynarodowych. Tymczasem przewozy ładunków w pojedynczych wagonach lub niewielkich ich grupach, zmalały ogółem z około 80% w 1980 r. do ok. 30% w obecnie.

Nagane, z punktu widzenia racjonalności obsługi transportowej kraju, skoncentrowanie działalności PKP Cargo S.A. na przewozach całopociągowych wynika z faktu, że są one efektywne ekonomicznie i mało skomplikowane technologicznie, podczas gdy przewozy wagonowe są mniej efektywne ekonomicznie, bardziej pracochłonne i dość skomplikowane technologicznie.

Przewozy wagonowe w obecnej ich formie, ze względu na wątpliwą atrakcyjność, odgrywają w obsłudze transportowej kraju rolę mniejszą od uzasadnionej i możliwej.

Konieczność racjonalizacji procesów przewozowych, przeciwdziałających marginalizacji transportu kolejowego w obsłudze tego segmentu rynku, jest oczywista. W warunkach rynkowych, przy dominującej roli transportu samochodowego zapotrzebowanie na przewozy wagonowe będzie występować wtedy, kiedy system organizacji potoków wagonów będzie optymalny.

Tymczasem stosowane dotychczas metody tej organizacji są praktycznie heurystyczne i nie gwarantują rozwiązań optymalnych. Mowa tu o metodzie klasycznej Pietrowa A.P. [1,2] i o chociażby zupełnie nieznaną w Polsce metodzie komputerowej Duwaliana S.W. [4].

Obie te metody nie uwzględniają ograniczeń, związanych z liczbą torów kierunkowych i zdolnością przerobczą stacji. Ponadto komputerowa metoda Duwaliana wymaga bardzo pracochłonnej ręcznej korekty operatywnej.

W niniejszej pracy przedstawiono metodę podziału i ograniczeń [3], która eliminuje wady metod przedstawionych wyżej.

Idea tej metody polega na wykorzystaniu skończoności zbioru wariantów (rozwiązań dopuszczalnych) i przejściu od pełnego do ograniczonego ich przeglądu. Ważną rolę odgrywa w niej ocena i odrzucanie nieperspektywicznych (niezawierających optimum) podzbiorów wariantów.

W odróżnieniu od metod, w których kolejno łączy się relacje najbardziej opłacalne, w metodzie podziału i ograniczeń buduje się strukturalną współzależność relacji. Gwarantuje to uzyskanie optymalnego planu zestawiania pociągów, przy ograniczonych zasobach (torów kierunkowych lub zdolności przerobczej stacji).

1. MODEL MATEMATYCZNY WYZNACZANIA OPTIMALNEGO PLANU ZESTAWIANIA POCIĄGÓW PRZEZ STACJE ROZRZĄDOWE

Rozważmy sieć transportową zadaną grafem $G(\{i\}, \{i,j\})$ składającym się ze zbioru węzłów (stacji rozrządowych) $\{i\}$ i zbioru łuków $\{(i,j)\}$ ($i,j=1-n$, gdzie n – ogólna liczba stacji rozrządowych na sieci). Łuk (i,j) prowadzi od węzła i do węzła j i ma wagę d_{ij}^G , gdzie d_{ij}^G – odległość pomiędzy sąsiednimi stacjami [3].

¹ Wyższa Szkoła Oficerska Sił Powietrznych w Dęblinie, Wydział Bezpieczeństwa Narodowego i Logistyki, Katedra Logistyki, e-mail : t.cisowski@wsosp.pl

² Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie, ul. Projektowa 4, 20-209 Lublin, e-mail: jozef.stoklosa@wsei.lublin.pl

Drogą zorientowaną lub łańcuchem od węzła i do węzła j będziemy nazywać ciąg węzłów i łuków sieci: $i=i_1(i_1, i_2), i_2, \dots, i_{r-1}, (i_{r-1}, i_r), i_r=j$. Długością łańcucha będzie suma wag d_{ij}^G wszystkich łuków należących do niego.

Najkrótszy łańcuch pomiędzy węzłami i i j oznaczmy przez S_{ij}^G .

Znane są dobowe potoki wagonów $N_{ij} \geq 0$ ($i, j=1-n$, gdzie i – stacja początkowa, a j – stacja końcowa strugi). Zakłada się najkrótszą długość łańcucha S_{ij}^G dla przebiegu strug N_{ij} .

Każdej parze stacji (i, j) można przypisać wielkość t_{ij} – oszczędności wynikające z przypuszczenia bez przeróbki jednego wagonu przez stację j , rozpoczynającego bieg na stacji i . Wielkość t_{ij} określona jest jedynie dla stacji poprzedzającej stację j , tj. $t_{ij} = t_{pj}$, gdzie (p, j) – ostatni łuk łańcucha S_{ij}^G . Przyjmujemy, że $t_{ii} = 0$.

Wiadomo, że $(cm)_{ij}$ są wagonogodzinami akumulacji niezbędnymi do zestawiania na stacji i pociągów relacji j .

Wiadomo również, że $(cm)_{ij} = (cm)_{ip}$, gdzie (i, p) – pierwszy łuk łańcucha S_{ij}^G . Wyznamy macierz relacji $X = \|x_{ij}\|$ i graf relacji $H(\{i\}, \{(i, j)\})$, ($i, j=1-n$).

Jeżeli w planie zestawiania pociągów istnieje relacja (r, l) to $x_{rl} = 1$ i w grafie zorientowanym $H(\{i\}, \{(i, j)\})$ pojawia się łuk (r, l) ($r, l=1-n$). Zakłada się, że wszystkie relacje pomiędzy stacjami sąsiadnymi są obowiązkowe, tj. $G \leq H$. Oszczędności T_{ij} przypadające na jeden wagon relacji (i, j) wynoszą:

$$T_{ij} = \sum_{i \in S_{ij}^G} t_{ii} \quad (1)$$

przy czym suma ta dotyczy wszystkich stacji leżących na najkrótszej drodze pomiędzy stacjami i i j .

Rozważmy sieć zadaną grafem H z wagami łuków $d_{ij}^H = T_{ij}$.

Wprowadźmy zmienne

$$Z_{ij}^1 = T_{ij} X_{ij} \quad (2)$$

Zakładamy, że w planie zestawiania pociągów jest relacja przechodząca co najmniej przez jedną stację bez przeróbki (r, l) , wtedy $Z_{rl}^1 = T_{rl}$, jeżeli jej nie ma – to $Z_{rl}^1 = 0$.

Wprowadźmy również zmienne Z_{ij} wyznaczane rekurencyjnie następującym wzorem:

$$Z_{ij} = \max_{r \in S_{ij}^G} (Z_{ij}^1, Z_{ir} + Z_{rj}) \quad (3)$$

przy czym max dotyczy wszystkich stacji leżących na najkrótszej drodze S_{ij}^G od i do j . Tak więc, wielkość Z_{ij} jest największą oszczędnością czasu dla jednego wagonu biegnącego od stacji i do stacji j ze zbioru relacji $\{(r,l)\}$.

Algorytm wyznaczania wielkości Z_{ij} i najbardziej oszczędnej drogi w grafie H z wagonami Z_{ij}^1 jest analogiczny do algorytmu wyznaczania najkrótszej drogi w grafie zorientowanym [3]. Różnica polega tylko na tym, że maksimum we wzorze (3) dotyczy nie wszystkich stacji, lecz jedynie stacji należących do najkrótszej drogi od i do j .

Funkcja celu F^1 , charakteryzująca zbiór relacji $\{(i,j)\}$, które skracają obrót wagonów określana jest poprzez porównanie wagonogodzin akumulacji $\sum_{i,j}(cm)_{ij}X_{ij}$ z wagonogodzinami oszczędności $\sum_{i,j}N_{ij}Z_{ij}$, wynikającymi z przebiegu wagonów bez przeróbki, tj.:

$$F^1 = F^1(x_{ij}) = \sum_{i,j} (N_{ij}Z_{ij} - (cm)_{ij}X_{ij}) \rightarrow \max_{\{x_{ij}\}} \quad (4)$$

Wyrażenia (2) ÷ (4) są podstawą modelu matematycznego wyznaczania optymalnego planu zestawiania pociągów.

W optymalnym planie zestawiania każdy potok wagonów N_{ij} powinien być włączony do tych pociągów, które dają największe oszczędności czasu pomiędzy stacjami i i j ($i, j = 1 \div n$).

Zgodnie ze wzorem (3), przy znanym zbiorze relacji $\{(i,j)\}$ wyznacza się optymalny sposób włączania do każdej relacji poszczególnych potoków wagonów N_{ij} . Wielkość Z_{ij} jest oszczędnością wynikającą z relacji bezpośredniej (i,j) lub sumą oszczędności relacji o najdłuższej drodze S_{ij}^H w grafie relacji H . Zaznaczmy w grafie relacji H najkorzystniejszą drogę S_{ij}^H .

Wtedy

$$Z_{ij} = \sum_{(r,l) \in S_{ij}^H} Z_{rl}^1 = \sum_{(r,l) \in S_{ij}^H} T_{rl}$$

Uwzględniając (1) otrzymamy:

$$Z_{ij} = \sum_{(r,l) \in S_{ij}^H} \sum_{p \in S_{rl}^G} t_{rp} - \sum_{(r,l) \in S_{ij}^H} t_{rl}$$

Oznaczając pierwszy składnik w tym wyrażeniu przez \hat{T}_{ij} , a drugi przez y_{ij} otrzymamy

$$Z_{ij} = \hat{T}_{ij} - y_{ij} \quad (5)$$

Wielkość $\hat{T}_{ij} = \sum_{(r,l) \in S_{ij}^H} \sum_{p \in S_{rl}^G} t_{rp} = \sum_{i \in S_{ij}^G} il = T_{ij} + t_{ij}$ jest sumą oszczędności czasu, wynikającą z przepuszczenia bez przeróbki jednego wagonu przez stacje, leżące na najkrótszej drodze S_{ij}^G , łącznie ze stacją j . Wielkość ta nie zależy od zbioru relacji H i jest stała dla danej sieci G .

Wielkość y_{ij} jest sumą czasu przeróbki jednego wagonu na najbardziej oszczędnej drodze S_{ij}^H . Wtedy ze wzoru (5) wynika, że przy zadanym zbiorze relacji H najbardziej oszczędna droga S_{ij}^H w sieci relacji z wagami T_{ij} jest drogą minimalną w sieci relacji z wagami t_{ij} .

Wprowadźmy zmienne

$$y_{ij}^1 = \frac{t_{ij}}{x_{ij}} \quad (6)$$

Przyjmijmy, że w planie zestawiania jest relacja (r,l) , wtedy $y_{ij}^1 = t_{rl}$, jeżeli jej nie ma – to $y_{rl}^1 = \infty$. Wykorzystując wyrażenie (6), wielkość y_{ij} można określić wzorem:

$$y_{ij} = \min_{r \in S_{ij}^G} (y_{ij}^1, y_{ir} + y_{rj}) \quad (7)$$

przy czym, minimum dotyczy wszystkich stacji, leżących na najkrótszej drodze S_{ij}^G .

Korzystając z wyrażenia (5) funkcję celu (4) można przedstawić wzorem:

$$F^1 = \sum_{ij} (N_{ij}Z_{ij} - (cm)_{ij}X_{ij}) = \sum_{ij} N_{ij}\hat{T}_{ij} - \left[\sum_{ij} (N_{ij}y_{ij} + (cm)_{ij}X_{ij}) \right] \rightarrow \max_{\{X_{ij}\}}$$

Wielkości \hat{T}_{ij} i N_{ij} są stałe i nie zależą od planu zestawiania pociągów, dlatego funkcję celu można również wyznaczyć następująco:

$$F(X_{ij}) = \sum_{ij} ((cm)_{ij}X_{ij} + N_{ij}y_{ij}) \rightarrow \min_{\{X_{ij}\}} \quad (8)$$

W odróżnieniu od funkcji F^1 funkcja celu F określa sumaryczne wagonogodziny akumulacji i przeróbki wagonów. Tak więc, od sformułowania problemu (2) ÷ (4) przeszliśmy do modelu (6) ÷ (8), który będzie wykorzystany dalej w budowie algorytmu wyznaczania optymalnego planu zestawiania pociągów.

2. ALGORYTM BUDOWY OPTYMALNEGO PLANU ZESTAWIANIA POCIĄGÓW OPARTY NA METODZIE PODZIAŁU I OGRANICZEŃ

Budowa planu zestawiania pociągów przez stacje rozrządowe należy do złożonych zadań programowania dyskretnego.

Idea metody podziału i ograniczeń [3] zasadza się na budowie kryteriów a priori, za pomocą których z ogólnego drzewa rozwiązań odrzuca się gałęzie zawierające zbiór niekonkurencyjnych (nieperspektywicznych) dopuszczalnych wariantów planu. W wyniku tego postępowania stopniowo maleje zbiór wariantów konkurencyjnych, spośród których wybiera się wariant optymalny.

Rozważmy zadanie programowania dyskretnego w postaci ogólnej:

$$\min_{X \in Q} F(X) \quad (9)$$

gdzie Q – skończony zbiór elementów. Elementami zbioru Q są dopuszczalne plany zestawiania pociągów $X = \{x_{ij}\}, (x_{ij} \in \{0,1\})$.

Oto kilka modyfikacji dotyczących idei metody podziału i ograniczeń.

Etap zerowy – eliminacja. Niekiedy już na początku obliczeń można wyeliminować niektóre składowe x_{ij}^* rozwiązania optymalnego X^* . Składowym tym przypisuje się określone wartości 0 lub 1.

Dalsze wyznaczanie planu optymalnego uwzględnia te składowe.

Etap pierwszy – określenie ocen a priori funkcji celu. Wprowadzenie do obliczeń tych ocen jest podstawą metody podziału i ograniczeń. Niekiedy udaje się znaleźć wymagane oceny a priori funkcji celu F w zbiorze planów dopuszczalnych Q lub w ich podzbiorze $Q_1 \subseteq Q$. Granicą dolną (ocena)

będzie taka liczba $A(Q)$ ($A(Q_1)$), że dla wszystkich $X \in Q$ ($X \in Q_1$) funkcja celu $F(X) \geq A(Q)$ ($F(X) \geq A(Q_1)$), i $A(Q_1) \geq A(Q_2)$ jeżeli $Q_1 \subseteq Q_2 \subseteq Q$. Dalsze obliczenia prowadzone są z wykorzystaniem tylko dolnej granicy funkcji celu. Określamy ocenę $A(Q)$. Jeżeli przy tym udaje się wyznaczyć X^* , dla którego $F(X^*) = A(Q)$, to X^* jest planem optymalnym. W przypadku przeciwnym przechodzimy do etapu drugiego.

Etap drugi – podział na podzbiory.

Wszystkie zbiory Q można przedstawić jako całość pewnych podzbiorów, wybraną według pewnego kryterium. Metoda podziału i ograniczeń polega na stopniowym podziale zbioru Q na podzbiory. W procesie podziału następuje stopniowe zawężanie obszaru rozwiązań optymalnych.

Podział dokonuje się według następującego algorytmu.

Krok zerowy. Początkowy zbiór Q dzieli się na skończoną liczbę $n(l)$ (zazwyczaj nieprzecinających się) podzbiorów $\{Q_1^1, Q_2^1, \dots, Q_{n(l)}^1\}$, gdzie:

$$Q^0 = Q_0^0 = \bigcup_{v=1}^{n(l)} Q_v^1$$

W procesie podziału niektóre z tych podzbiorów dzielą się na mniejsze podzbiory itd., dopóki nie otrzymamy rozwiązania X .

Krok k-ty ($k \geq 1$). Kontynuując proces podziału otrzymujemy w każdym k -tym kroku podzbiory $Q_1^k, Q_2^k, \dots, Q_{n(k)}^k$. Wykorzystując zasadę sformułowaną w etapie trzecim (patrz niżej) wśród podzbiorów $(Q_1^k, Q_2^k, \dots, Q_{n(k)}^k)$ wybiera się „najbardziej perspektywiczny” $Q_{V(k)}^k$, który ulega dalszemu podziałowi w k -tym kroku. Proces podziału zbioru Q może być graficznie przedstawiony w postaci drzewa rozwiązań, którego wierzchołkami są podzbiory Q_v^k . W dowolnym kroku podział dotyczy tylko jednego wierzchołka, stąd podzbiory uzyskane w kroku k -tym odnoszą się do różnych poziomów drzewa rozwiązań. Z tego wynikają następujące oznaczenia.

Podzbiory $\{Q_1^k, Q_2^k, \dots, Q_{i(k)-1}^k, Q_{i(k)+1}^k, \dots, Q_{n(k)}^k\}$ oraz podzbiory uzyskane w wyniku podziału podzbioru

$$Q_{V(k)}^k (Q_{V(k)}^k) = \bigcup_{j=1}^{v(k)} Q_{v(k)ij}^k$$

oznaczamy przez $\{Q_1^{k+1}, Q_2^{k+1}, \dots, Q_{n(k+1)}^{k+1}\}$

gdzie: $Q^0 = \bigcup_{i=1}^{n(k+1)} Q_i^{k+1}, n(k+1) = n(k) + V(k) - 1$

Etap trzeci – wyznaczanie ocen i wybór „najbardziej perspektywicznego” podzbioru. Z określenia $A(Q^0) \leq \min_{X \in Q^0} F(X)$ oceny wynika, że

Dlatego też, po podziale zbioru Q^0 na n podzbiorów $Q^0 = \bigcup_{V=1}^n Q_V$ zawsze przyjmuje się, że ocena dowolnego podzbioru Q_V jest nie mniejsza niż ocena Q^0 , tj. $A(Q_V) \geq A(Q^0)$, gdzie $V = 1 \div n$.

W praktyce, często można uzyskać ocenę lepszą, jeżeli dla niektórych V $A(Q_V) > A(Q^0)$.

Zbiór $Q_{V(k)}^k$ jest „bardziej perspektywiczny” niż zbiory $Q_V^k (V \neq V(k))$ uzyskane w danym podziale zbioru Q^0 , jeżeli posiada ocenę najmniejszą, tj.

$$A(Q_{V(k)}^k) = \min_{1 \leq V \leq n(k)} A(Q_V^k)$$

W każdym kroku podział dotyczy tego wierzchołka drzewa, który posiada minimalną ocenę dolnej granicy funkcji celu.

Etap czwarty – określenie kryterium optymalności.

Niech $Q^0 = \bigcup_{V=1}^n Q_V$ i plan X^* należy do pewnego podzbioru Q_{X^*} .

Jeżeli $F(X^*) = A(Q_{X^*}) \leq A(Q_V)$, gdzie $V = 1 \div n$, to X^* jest planem optymalnym (dowód wynika z określenia oceny zbioru). Tak więc, proces podziału przebiega do momentu, kiedy pojawi się plan X^* , dla którego wartość funkcji celu będzie najmniejszą oceną granic dolnych w danym kroku podziału.

Rozważmy zastosowanie metody podziału i ograniczeń do rozwiązania zadania (6) ÷ (8) wyznaczania optymalnego planu zestawiania pociągów. Podział będzie przebiegać następująco.

Zbiór $Q = Q^0$ zawiera wszystkie dopuszczalne plany zestawiania $X = \{x_{ij}\} (x_{ij} \in \{0,1\}; i, j = 1 \div n)$.

Podstawą podziału zbioru Q^0 na podzbiory $\{Q_1^1, Q_2^1, \dots, Q_{n(2)}^1\}$ jest obecność relacji przelotowej (przepuszczonej co najmniej przez jedną stację bez przeróbki) $(x_{ij} = 1)$ we wszystkich planach zestawiania, należących do wydzielonego podzbioru planów $Q_V^1, V = 1 \div n(1)$. Tak więc, podzbiór $Q(x_{ij} = 1)$ zawiera wszystkie dopuszczalne plany zestawiania, w których wydzielono relację $(i, j)(Q(x_{ij} = 1) = \{X\}; x_{ij} = 1)$.

Poziom k -ty drzewa podziału zawiera podzbiory Q_V^k , przy czym każdy taki podzbiór posiada k relacji obowiązkowych. Oznaczmy przez H_V^k – zbiór relacji obowiązkowych, wydzielonych w podzbiorze $Q_V^k (V = 1 \div n(k), k \geq 1)$. Relacje obowiązkowe to relacje pomiędzy sąsiednimi stacjami rozrządowymi. Tak więc, proces podziału można interpretować jako proces dopełnienia grafu G do optymalnego grafu relacji H^* , poprzez kolejne dołączanie relacji przelotowych do zbioru relacji sąsiednich H^S .

Oznaczmy przez $H^0 = H_0^0$ zbiory relacji wydzielonych (dopuszczalnych), a przez $\bar{H}^0 = \bar{H}_0^0$ – zbiór relacji zabronionych w danym etapie eliminacji.

Należy podkreślić, że zbiór relacji sąsiednich H^S powstaje w etapie eliminacji, dlatego też zachodzi następująca relacja: $H^S \leq H^0 \leq H_V^k (k \geq 1, V = 1 \div n(k))$.

W procesie podziału „najbardziej perspektywiczny” podzbiór $Q_{V(k)}^k$ dzieli się na podzbiory $\{Q_{V(k),1}^k, Q_{V(k),2}^k, \dots, Q_{V(k)V(k)}^k\}$.

Dowolny podzbiór $Q_{V(k)V}^k (V = 1 \div \theta(k))$ powstaje poprzez dołączenie do zbioru relacji wydzielonych $H_{V(k)}^k$, zawierającego „najbardziej perspektywiczny” podzbiór $Q_{V(k)}^k$, dodatkowej relacji obowiązkowej (r, l) , tj. $x_{rl} = 1$.

Tak więc, $H_{V(k),V}^k = H_V^{k+1} = H_{V(k)}^k \cup (r, l)$. Wybór relacji (r, l) dołączonej do zbioru $H_{V(k)}^k$ dokonywany jest jedynie z odpowiedniego zbioru relacji perspektywicznych $\bar{H}_{V(k)}^k$. Zbiór $\bar{H}_{V(k)}^k$ powstaje następująco. Funkcja celu (8) dotyczy jedynie zbioru relacji wydzielonych. Można zatem przyjąć, że może ona dotyczyć również zbioru relacji obowiązkowych $H_{V(k)}^k$:

$$F_{V(k)}^k = F(H_{V(k)}^k) = \sum_{i,j} ((cm)_{ij} x_{ij}(H_{V(k)}^k) + N_{ij} y_{ij}(H_{V(k)}^k)) \quad (10)$$

Relacja (r, l) jest relacją perspektywiczną w zbiorze $H_{V(k)}^k$, jeżeli

$$F(H_{V(k)}^k) - F(H_{V(k)}^k \cup (r, l)) = \Delta F_{V(k)}^k(r, l) > 0 \quad (11)$$

tj. dowolna relacja ze zbioru relacji perspektywicznych $\bar{H}_{V(k)}^k$ jest dopuszczalną w zbiorze relacji obowiązkowych $H_{V(k)}^k$.

Z wyrażenia (11) wynika, że relacja (r, l) jest perspektywiczna, jeżeli $(r, l) \notin (H_{V(k)}^k \cup \bar{H}^0)$.

Formalnie zbiór relacji perspektywicznych spełnia zależność:

$$\bar{H}_{V(k)}^k = \left(\{r, l\} : \Delta F_{V(k)}^k(r, l) > 0; (r, l) \notin (H_{V(k)}^k \cup \bar{H}^0) \right) \quad (12)$$

W celu określenia granicy dolnej (oceny) $A(Q_V^k)$ funkcji celu F w podzbiore $Q_V^k (k \geq 1, V = 1 \div n(k), n(0) = 0)$ rozważmy dwa zbiory relacji H_V^k i $\bar{H}_V^k = (H_V^k \cup \bar{H}_V^k)$. Pierwszy zbiór relacji obowiązkowych H_V^k jest incydentny z grafem relacji $H_V^k(\{i\}, \{i, j\})$, zaś drugi \bar{H}_V^k , powstały z dołączenia do zbioru relacji obowiązkowych H_V^k zbioru relacji perspektywicznych \bar{H}_V^k , jest incydentny z grafem $H_V^k(\{i\}, \{i, j\})$, nazywanym grafem przeróbek perspektywicznych.

Macierz incydencji dla grafu relacji $H_V^k(\{i\}, \{i, j\})$ oznaczmy przez $X_V^k = \|X_V^k(i, j)\|$, przy czym

$$x_{\tilde{H}_V^k}^k(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli relacja } (i, j) \in \tilde{H}_V^k; \\ 0, & \text{jeżeli relacja } (i, j) \notin \tilde{H}_V^k. \end{cases}$$

Macierz incydencji dla grafu przeróbek $\tilde{H}_V^k(\{i\}, \{i, j\})$ oznaczmy przez $\tilde{H}_V^k = \|\tilde{H}_V^k(i, j)\|$, przy czym

$$\tilde{x}_{\tilde{H}_V^k}^k(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli relacja } (i, j) \in \tilde{H}_V^k; \\ 0, & \text{jeżeli relacja } (i, j) \notin \tilde{H}_V^k. \end{cases}$$

Dla planu zestawiania pociągów ocena funkcji celu F w podzbiorze Q_V^k wynosi:

$$A_V^k = A(Q_V^k) = \sum_{i, j} (cm)_{ij} x_{ij}(H_V^k) + \sum_{i, j} N_{ij} y_{ij}(\tilde{H}_V^k) \quad (13)$$

Pierwszą składową oceny, związaną z akumulacją wagonów oznaczamy przez

$$\sum_{i, j} (cm)_{ij} x_{ij}(H_V^k) = \alpha_V^k$$

Druga składowa oceny, oznaczana przez

$$\sum_{i, j} N_{ij} y_{ij}(\tilde{H}_V^k) = \tilde{\alpha}_V^k$$

określona jest pod warunkiem dołączenia do zbioru H_V^k wszystkich relacji perspektywicznych.

Wtedy $A_V^k = \alpha_V^k + \tilde{\alpha}_V^k$.

Po dołączeniu relacji perspektywicznej $(r, l) \in \tilde{H}_V^k$ do H_V^k pierwsza składowa α_V^k zwiększy się o wartość $(cm)_{r,l}$, zaś druga składowa $\tilde{\alpha}_V^k$ w najlepszym przypadku nie zmieni się. Dlatego też, uzyskana wartość funkcji celu F dla $\tilde{H}_V^k \neq \emptyset$ zawsze będzie większa niż A_V^k . Jeżeli zbiór $\tilde{H}_V^k = \emptyset$ to wartość funkcji celu F będzie równa ocenie A_V^k . Tak więc, wyrażenie (13) spełnia wszelkie wymogi stawiane granicy dolnej (ocenie).

Ocenę A_V^k nie należy obliczać za każdym razem podziału. Wystarczy określić zmianę oceny $\Delta A_V^k(r, l)$ po dołączeniu do H_V^k relacji (r, l) . Metodyka obliczania tej zmiany jest następująca.

Niech do zbioru H_V^k dołączana jest relacja perspektywiczna (r, l) i $H_V^{k+1} = H_V^k \cup (r, l)$.

Wtedy α_V^k zwiększy się o $\Delta \alpha_V^k(r, l) = (cm)_{r,l}$. Dlatego też

$$\alpha_V^{k+1} = \alpha_V^k + \Delta \alpha_V^k(r, l) = \alpha_V^k + (cm)_{r,l} \quad (14)$$

Po przyłączeniu relacji (r, l) , w zbiorze relacji perspektywicznych \tilde{H}_V^k pojawi się podzbiór relacji $\tilde{H}_V^k \setminus \tilde{H}_V^{k+1}$ nie spełniający warunku koniecznego. Ocena $\tilde{\alpha}_V^{k+1}$ określona jest dla relacji

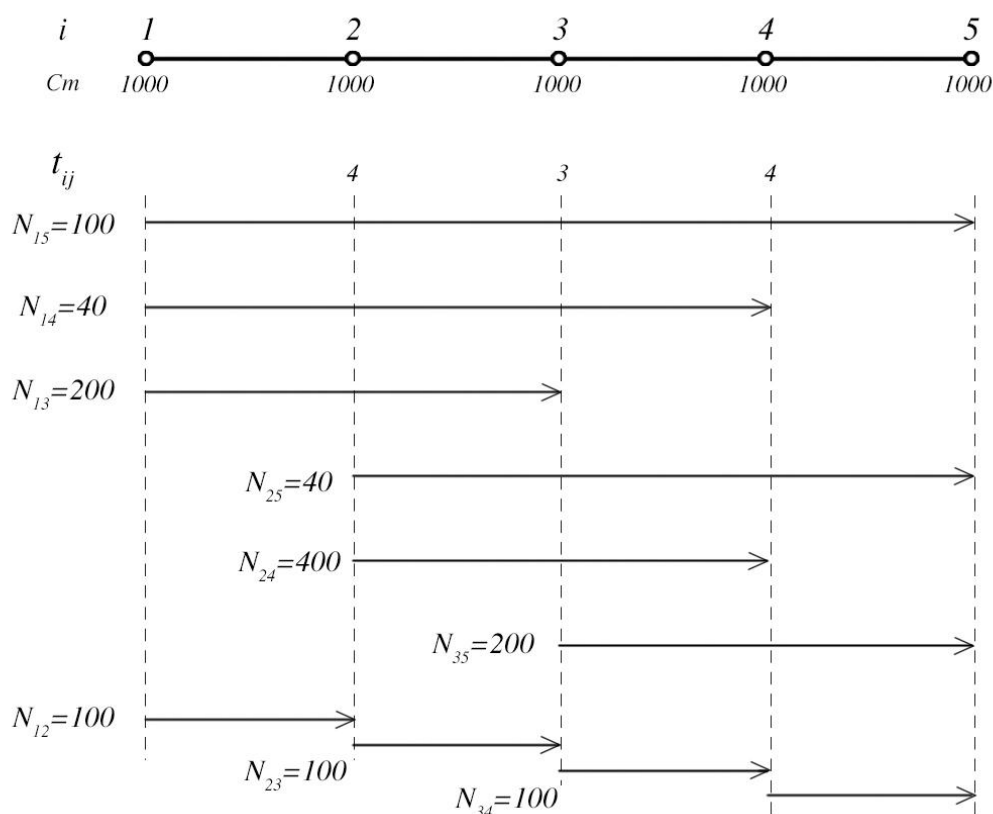
$H_V^{k+1} = H_V^k \cup (r, l)$ i tych relacji ze zbioru $\tilde{H}_V^k \cap \tilde{H}_V^{k+1}$, które spełniają warunek konieczny. Zmiana oceny $\Delta\alpha_V^k(r, l)$ po dołączeniu (r, l) wynosi

$$\Delta A_V^k(r, l) = \Delta\alpha_V^k(r, l) + \Delta\tilde{\alpha}_V^k(r, l)$$

$$\text{i } A_V^{k+1} = A_V^k + \Delta A_V^k(r, l)$$

3. PRZYKŁAD [3]

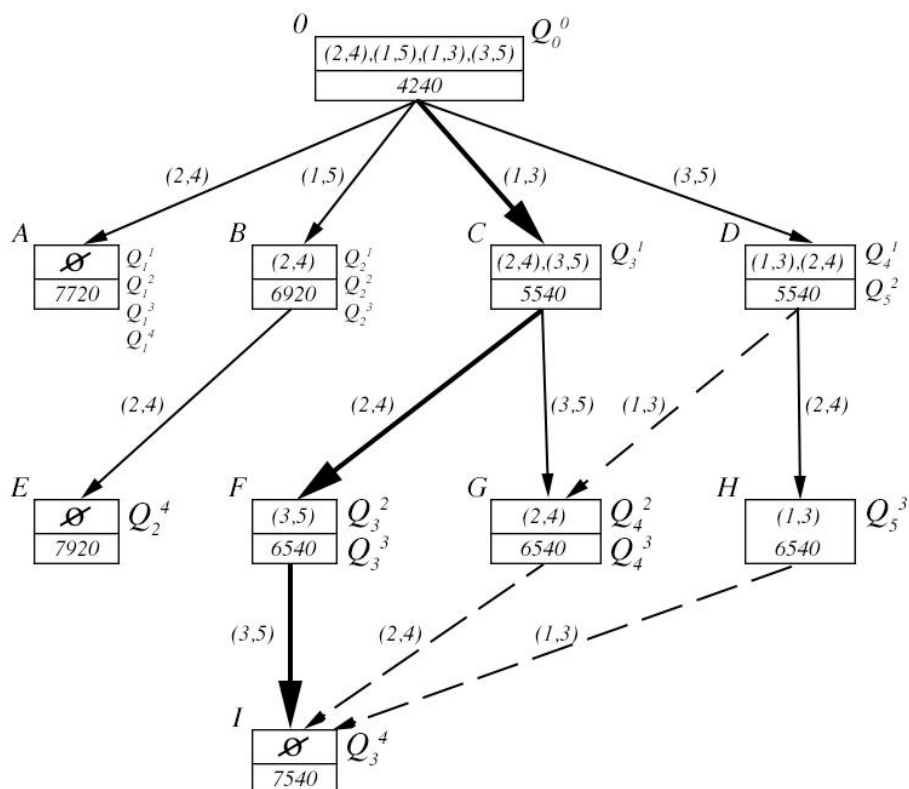
Rozważmy przykład wyznaczania optymalnego planu zestawienia pociągów metodą podziału i ograniczeń dla potoków wagonów przedstawionych na rys. 1.



Rys. 1. Potoki wagonów

Drzewo rozwiązań (rys. 2) posiada strukturę tabelaryczną.

Tabela każdego jej wierzchołka ma dwa wiersze. W wierszu górnym pokazane są wszystkie relacje perspektywiczne \tilde{H}_V^k , a w wierszu dolnym ocena A_V^k . Na łuku wchodzącym do wierzchołka zapisuje się dołączoną relację perspektywiczną $(r, l) \in \tilde{H}_V^{k-1}$. Wszystkie łuki, które wychodzą z wierzchołka początkowego i wchodzą do wierzchołka uzyskanego w k -tym kroku podziału opisane są relacjami. Dla wierzchołka uzyskanego w danym kroku podziału relacje te są obowiązkowe, gdyż były dołączone w poprzednich krokach podziału do zbioru relacji obowiązkowych H_0^0 , zbudowanym w etapie eliminacji.



Rys. 2. Drzewo rozwiązań

Krok zerowy. Zbiór relacji obowiązkowych składa się jedynie z relacji sąsiednich, zaś zbiór relacji zabronionych jest pusty, tj. $H_0^0 = H^S$, $\bar{H}_0^0 = \emptyset$. Tak więc, $\alpha_0^0 = \sum_{i,j} (cm)_{ij} x_{ij}(H^S) = 4000$.

Dla określenia zbioru relacji perspektywicznych \bar{H}_0^0 (tj. spełniających warunek konieczny) określmy $\Delta F_0^0(i,j) = F(H_0^0) - F(H_0^0 \cup (i,j))$, przy czym relacje (i,j) wylicza się ze zbioru wszystkich możliwych przelotowych potoków wagonów $\{N_{ij}\}$. Wyniki tych obliczeń przedstawiono w tabeli 1.

Relacje (1,4) i (2,5) nie spełniają warunku koniecznego. Relacjami perspektywicznymi są: (2,4), (1,5), (1,3), (3,5). Potoki wagonów N_{14} i N_{25} w najlepszym przypadku będą przerobione na stacji 3.

Z tego wynika, że $\tilde{\alpha}_0^0 = \sum_{i,j} N_{ij} y_{ij}(H_0^0 \cup \bar{H}_0^0) = 40 \cdot 2 \cdot 3 = 240$ i ocena $A_0^0 = \alpha_0^0 + \tilde{\alpha}_0^0 = 4000 + 240 + 4240$ (rys. 2, wierzchołek 0).

Tab. 1. Zbiór relacji perspektywicznych

| (i,j) | $\Delta F_0^0(i,j)$ |
|---------|---------------------------------|
| (2,4) | $580 \cdot 3 - 10^3 = 740 > 0$ |
| (1,5) | $100 \cdot 11 - 10^3 = 100 > 0$ |
| (1,4) | $140 \cdot 7 - 10^3 = -20 < 0$ |
| (1,3) | $340 \cdot 4 - 10^3 = 360 > 0$ |
| (2,5) | $140 \cdot 7 - 10^3 = -20 < 0$ |
| (3,5) | $350 \cdot 4 - 10^3 = 360 > 0$ |

Krok pierwszy. Budujemy wszystkie możliwe podzbiory $H_V^1 = H_0^0 \cup (r, l)$, przy czym $(r, l) \in \bar{H}_0^0$.

Rozważmy $H_1^1 = H_0^0 \cup (2,4)$, wtedy $\Delta\alpha_0^0(2,4) = 1000$.

Wartości $\Delta F_1^1(i, j)$ przedstawiono w tabeli 2, z której wynika, że dołączenie do zbioru H_0^0 relacji $(2,4)$ powoduje nieperspektywiczność wszystkich relacji pozostałych i $\bar{H}_1^1 = \emptyset$. Wartość $\tilde{\alpha}_1^1 = 100 \cdot 8 + 40 \cdot 4 + 200 \cdot 4 + 40 \cdot 4 + 200 \cdot 4 = 2720$, a $A_1^1 = 4000 + 1000 + 2720 = 7720$ (patrz rys. 2 wierzchołek A).

Tab. 2. Wartości $\Delta F_1^1(i, j)$

| (i, j) | $\Delta F_1^1(i, j)$ |
|----------|---------------------------------|
| (1,5) | $100 \cdot 8 - 10^3 = -200 < 0$ |
| (1,3) | $940 - 10^3 = -60 < 0$ |
| (3,5) | $940 - 10^3 = -60 < 0$ |

Dołączamy do zbioru H_0^0 relację perspektywiczną $(1,5)$ ze zbioru \bar{H}_0^0 , tj. tworzymy zbiór $H_2^1 = H_0^0 \cup (1,5)$. Wtedy $\Delta\alpha_0^0(1,5) = (cm)_{15} = 1000$.

Aby wyznaczyć zbiór relacji perspektywicznych H_2^1 należy wyznaczyć $\Delta F_2^1(i, j)$, gdzie $(i, j) \in \bar{H}_0^0, (i, j) \neq (1,5)$ (patrz tabela 3).

Tab. 3. Wartości $\Delta F_2^1(i, j)$

| (i, j) | $\Delta F_2^1(i, j)$ |
|----------|--------------------------------|
| (1,3) | $240 \cdot 4 - 10^3 = -40 < 0$ |
| (2,4) | $480 - 10^3 = 440 > 0$ |
| (3,5) | $240 \cdot 4 - 10^3 = -40 < 0$ |

Z tabeli 3 wynika, że dołączenie relacji $(1,5)$ czyni relacje $(1,3)$ i $(3,5)$ nieperspektywnymi.

I dalej $\bar{H}_2^1 = (2,4)$, wtedy $\tilde{\alpha}_2^1 = 40 \cdot 4 + 200 \cdot 4 + 40 \cdot 4 + 200 \cdot 4 = 1920$, zaś $A_2^1 = 4000 + 1000 + 1920 = 6920$ (rys. 2, wierzchołek B).

Budujemy H_3^1 poprzez dołączenie relacji $(1,3)$ do H_0^0 , tj. $H_3^1 = H_0^0 \cup (1,3)$, wtedy $\Delta\alpha_0^0(1,3) = 1000$. Obliczenia \bar{H}_3^1 przedstawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Wartości $\Delta F_3^1(i, j)$

| (i, j) | $\Delta F_3^1(i, j)$ |
|----------|---------------------------------|
| (2,4) | $440 \cdot 3 - 10^3 = 320 > 0$ |
| (1,5) | $100 \cdot 7 - 10^3 = -300 < 0$ |
| (3,5) | $340 \cdot 4 - 10^3 = 360 > 0$ |

$\Delta F_3^1(1,5) < 0$, zatem relacja (1,5), staje się nieperspektywiczną i zbiór $\bar{H}_3^1 = \{(2,4), (3,5)\}$, a $\alpha_3^1 = 100 \cdot 3 + 40 \cdot 3 + 40 \cdot 3 = 540$, zaś $A_3^1 = 4000 + 1000 + 540 = 5540$ (rys. 2, wierzchołek C).

Budujemy dalej H_4^1 poprzez dołączenie relacji (3,5) do H_0^0 , wtedy $\Delta \alpha_0^0(3,5) = 1000$, zaś wartość $\Delta F_1^1(i,j)$ przedstawiono w tabeli 5.

Tab. 5. Wartości $\Delta F_4^1(i,j)$

| (i,j) | $\Delta F_4^1(i,j)$ |
|---------|---------------------------------|
| (1,5) | $100 \cdot 7 - 10^3 = -300 < 0$ |
| (1,3) | $1360 - 10^3 = 360 > 0$ |
| (2,4) | $1320 - 10^3 = 320 > 0$ |

Z tabeli 5 wynika, że $\bar{H}_4^1 = \{(1,3), (2,4)\}$ i $\alpha_4^1 = 100 \cdot 3 + 40 \cdot 3 + 40 \cdot 3 = 540$, zaś $A_4^1 = 4000 + 1000 + 540 = 5540$ (rys. 2, wierzchołek D).

Krok drugi. Dokonujemy podziału zbioru $Q_3^1 = Q_3^2 \cup Q_4^2$, który ma najniższą ocenę. Obliczamy oceny podzbioru Q_3^2 : $H_3^2 = H_3^1 \cup (2,4)$, zaś $\Delta \alpha_3^1(2,4) = (cm)_{2,4} = 1000$. Sprawdźmy, czy relacja (3,5) jest perspektywiczna: $\Delta F_3^2(3,5) = 1240 - 10^3 = 240 > 0$. A więc $\bar{H}_3^2 = (3,5)$. Składowa oceny $\tilde{\alpha}_3^2 = 100 \cdot 3 + 40 \cdot 3 + 40 \cdot 3 = 540$, zaś ocena $A_3^2 = 5000 + 1000 + 540 = 6540$ (rys. 2, wierzchołek F).

Podobnie, dołączenie relacji (3,5) do H_3^1 pozostawia relację (2,4) perspektywiczną i ocena przeróbki się nie zmieni: $\tilde{\alpha}_3^1 = \tilde{\alpha}_3^2 = \tilde{\alpha}_4^2 = 540$ (rys. 2, wierzchołek G).

Krok trzeci. Dołączając relację (1,3) do zbioru H_5^2 otrzymamy wierzchołek, dla którego zbiór relacji obowiązkowych jest identyczny ze zbiorem relacji obowiązkowych dla zbudowanego już wierzchołka G. Takie wierzchołki będziemy łączyć ze sobą (na rys. 2 linia przerywana pomiędzy wierzchołkami D i G). dołączając relację (2,4) do zbioru relacji H_5^2 otrzymujemy wierzchołek F z oceną $A_5^3 = 6540$.

Krok czwarty. Budowa zbiorów Q_3^3, Q_4^3, Q_5^3 prowadzi do wierzchołka I z oceną $A_3^4 = 7540$. Dołączając jedyną relację perspektywiczną (2,4) do zbioru H_2^3 otrzymujemy wierzchołek E z oceną $A_2^4 = 7920$.

Ocena wierzchołka I jest minimalną oceną wszystkich wierzchołków. Optymalny plan zestawiania pociągów zawarty jest w zbiorze $H_3^4 = H^5 \cup \{(1,3), (2,4), (3,5)\}$ (na rys. 2 zaznaczono go łukami pogrubionymi).

Przedstawiony algorytm łączy również w sposób optymalny potoki wagonów z relacjami. Dla powyższego przykładu, potok N_{14} będzie włączony do relacji (1,3) i będzie przerabiany na stacji 3, gdzie $t_{ij} = 3$ godz.

Włączenie tego potoku do relacji (2,4) jest rozwiązaniem gorszym, gdyż powoduje przeróbkę na stacji 2, gdzie $t_{ij} = 4$ godz. Podobnie, potok N_{25} włącza się do relacji (3,5), a potok N_{15} do relacji (1,3) i (1,5). To pozwala obliczyć wagonogodziny przeróbki dla każdej stacji i całej sieci: $\tilde{\alpha}_2^3 = \tilde{\alpha}_3^3 = 540$. Uwzględniając akumulację pociągów 7 relacji (4 sąsiednich i 3 przelotowych), koszty ogólne wyniosą: $540 + 7 \cdot 10^3 = 7540$ wagonogodzin (wierzchołek I na rys. 2) i pokrywają się z jego oceną.

PODSUMOWANIE

Metoda podziału i ograniczeń, stosowana w optymalizacji planu zestawienia pociągów, w odróżnieniu od metod opartych na kolejnym łączeniu relacji najbardziej opłacalnych, charakteryzuje się strukturalną zależnością relacji. Ogólna idea tej metody, oparta na stopniowym przejściu od pełnego przeglądu wariantów rozwiązań do przeglądu ograniczonego w pełni uwzględnia specyfikę tego zadania. Momentem najtrudniejszym i decydującym o wyborze planu optymalnego jest określenie ocen granic funkcji celu i ograniczeń dodatkowych, związanych z zasobami. Zaprezentowany algorytm bazowy uwzględnia ograniczenia dowolnego typu, przy czym jego zaletą jest to, że czym więcej ograniczeń tym szybciej uzyskuje się rozwiązanie optymalne.

Jego praktyczna realizacja [3] na sieci kolejowej o różnej strukturze i wielkości stacji rozrządowych pokazała wysoką wydajność i uniwersalność.

Streszczenie

W artykule przedstawiono organizację przewozów ładunków w pojedynczych wagonach lub grupach wagonów. Autorzy zaprezentowali optymalną organizację tych przewozów, opartą na metodzie podziału i ograniczeń. Pokazali model matematyczny oraz algorytm budowy optymalnego planu zestawienia pociągów, bazując na tej metodzie. Przytoczyli przykład wyznaczania optymalnego planu zestawienia pociągów metodą podziału i ograniczeń dla rzeczywistych potoków wagonów. W podsumowaniu podkreślili zalety stosowanej organizacji przewozów drobnicy przy występowaniu ograniczeń, związanych z zasobami.

Railway transport general cargo

Abstract

An organization of general cargo transportation in the individual cars or in the groups of cars has been described in the paper. The authors have presented a method of the optimal organization of these transport based on the division and limitation method. The mathematical model as well as the algorithm of the optimal plan of the trains forming basing on this method has been shown. An example of the determining of the optimum plan of composition of trains using the methods of division and the limitation for real streams of cars has been presented. In the recapitulation the authors underlined the advantage of the proposed organization of transport of the general cargo under condition of the limitations connected with supplies.

BIBLIOGRAFIA

1. W. Wyrzykowski. *Ruch kolejowy. Organizowanie ruchu kolejowego*, t. 2, WK i Ł, Warszawa, 1967
2. А. В. Кутыркин, Сотников Е. А., Левин Д. Ю., Василев В. И. *Методика организации вагонопотоков*, Ж-д Транспорт, 1982, № 4
3. А. В. Кутыркин, Василев В. И. *Расчет оптимального плана формирования одногруппных поездов методом ветвей и границ*, М. «Транспорт», «Вестник ВНИИЖТ», 1980, № 7
4. Дувалян С. В. *Методы и алгоритмы решения задач планирования и учета на ж-д транспорте*, Труды МИИТа, вып. 229, 1966