

KUBEK Daniel<sup>1</sup>

## Wyznaczanie tras typu „robust” dla pojazdów logistyki miejskiej

### WSTĘP

Zmienność prędkości w sieci drogowej miasta w czasie jest dość wysoka. Wpływ na ten parametr ruchu ma wiele czynników m.in. godziny szczytu, lokalizacja danego odcinka drogi, zdarzenia losowe oraz incydenty drogowe. Te i inne czynniki powodują, że estymacja prędkości na danych odcinkach może być odmienna od rzeczywistej wartości i wyznaczone trasy w oparciu o te dane mogą okazać się nieoptymalnymi lub też niedopuszczalnymi. Następstwem tych zmian może być zwiększenie kosztów transportowych dla przedsiębiorstwa, które prowadzi obsługę transportową towarów danego obszaru (miasta) oraz zwiększenie kosztów dla całego systemu transportowego. Chodzi tu np. o koszty zewnętrzne transportu tj. emisja spalin, emitowany hałas, zwiększona zajętość dróg, czy też kwestie wizerunkowe danego miasta. Niniejszy artykuł przedstawia problematykę wyznaczania tras dla pojazdów logistyki miejskiej, która uwzględnienia pewien stopień niepewności (nieokreśloności) danych np. o średnich prędkościach na poszczególnych odcinkach sieci drogowej miasta. Podejście to ma na celu minimalizację wspomnianych problemów oraz zostało ono przedstawione na przykładzie opartym na rzeczywistej sieci drogowej.

### 1. PROBLEMATYKA WYZNACZANIA TRAS W MIEŚCIE

#### 1.1. Charakterystyka logistyki miejskiej

Funkcjonowanie współczesnych miast jest nierozzerwalnie związane z funkcjonowaniem transportu. Dynamiczny rozwój miast powoduje równie dynamiczny i niekontrolowany rozwój transportu. Rozwój ten generuje wiele problemów dla mieszkańców np. zatłoczenie, zanieczyszczenie powietrza, czy hałas. Współcześnie problematyka funkcjonowania miast związana jest z zastosowaniem nowoczesnych narzędzi i metod nauki oraz praktyki gospodarczej, jaką jest logistyka miejska.

Pojęcie logistyki miejskiej jest zagadnieniem funkcjonującym stosunkowo nie długo. Koncepcja logistyki miejskiej została stworzona na podstawowych założeniach logistycznych, jakimi są: koordynacja działań, podejście systemowe, orientacja na przepływy oraz analizę systemu przez pryzmat całości (holizm). Ze względu na wielo-obszarowy charakter funkcjonowania miasta, logistyka miejska prowadzi badania i generuje oddziaływania między innymi w zakresie[6]:

- Organizacji pasażerskiego transportu miejskiego oraz podmiejskiego,
- Organizacji towarowego transportu miejskiego,
- Problematyki utylizacji odpadów komunalnych,
- Organizacji sieci telekomunikacyjnej,
- Zaopatrywania w media (woda, energia elektryczna i ciepła, gaz),
- Koordynacji miejskiego transportu z transportem regionalnym (aglomeracyjnym).

Definicja logistyki miejskiej nie została określona jednoznacznie i obecnie funkcjonuje wiele definicji. Według autora artykułu najtrafniejszą definicją logistyki miejskiej jest definicja zaproponowana przez Institute for City Logistics [7]:

„Logistyka miejska (ang. City Logistics) to ogół procesów, które służą kompleksowej optymalizacji logistycznych i transportowych działalności w obszarach miejskich, uwzględniając jednocześnie warunki ruchowe, zatłoczenie oraz zużycia energii w ramach całej gospodarki miasta”.

W artykule skupiono się na jednym z zagadnień logistyki miejskiej – a mianowicie na miejskim transporcie towarowym. Zadaniem logistyki miejskiej, w zakresie transportu towarów, jest

<sup>1</sup> Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej, Instytut Zarządzania w Budownictwie i Transporcie, mail. dkubek@pk.edu.pl

koordynacja przepływów dóbr w systemie miejskim, w taki sposób, aby zrealizować optymalnie cele ekonomiczne oraz ekologiczne. Cel ekonomiczny polega na obniżaniu uogólnionych kosztów procesów logistycznych i transportowych, a cel ekologiczny polega na zmniejszaniu negatywnego oddziaływania funkcjonowania transportu na otoczenie miejskie i środowisko naturalne. W dalszej części artykułu pojęcie pojazdy logistyki miejskiej będą rozumiane, jako wszystkie pojazdy realizujące usługi transportowe na obszarze miasta w ramach zadań logistyki miejskiej.

Funkcjonowanie podmiotów gospodarczych oraz wszelkich instytucji położonych na terenie miasta jest w dużej mierze zależne od transportu towarów. Największą część tych przewozów generują przedsiębiorstwa przemysłowe, handlowe, usługowe, jak również zaopatrzenie instytucji i urzędów. Do transportu miejskiego towarów wliczają się również przewozy towarów, których źródło ma miejsce w mieście, a celem są odbiorcy zewnętrzni (towary wytworzone na terenie miast). Pozostała część przewozów towarowych w mieście nie jest związana z działalnością podmiotów znajdujących się na terenie miasta, jednak (w przypadku braku dobrze rozwiniętej infrastruktury) może znacząco wpływać na jego funkcjonowanie [13].

Dystrybucja towarów do odbiorców (miejsc przeznaczenia) znajdujących się w miastach napotyka na wiele specyficznych (miejskich) utrudnień. Problemy te są związane z następującymi czynnikami:

- Czas,
- Dostępność,
- Usuwanie zużytych opakowań (recykling),
- Załadunek i rozładunek na terenie miasta,
- Parkowanie pojazdów,
- Dostawy realizowane w strefach dla pieszych,
- Możliwość współpracy z różnymi podmiotami w celu usprawnienia procesów przewozów ładunków w miastach.

Pierwszym miejskim problemem jest wzmożony ruch w miastach, który wymusza przy planowaniu dystrybucji, uwzględnienia wydłużonych czasów dostaw. Dodatkowo czynnik czasu w dostawach jest najistotniejszy – w ramach powiedzenia „czas to pieniąż”. Obecnie wzrasta liczba klientów, którzy żądają dostawy w jak najkrótszym czasie. Nastęcza to wiele problemów dla firm kurierskich, które często są ograniczane obligatoryjnymi oknami czasowymi narzucanymi przez administrację miast.

Kolejnym problemem jest fakt, iż transport towarów na terenie miast charakteryzuje się mniejszą elastycznością dostaw. Szybkie wykonanie usługi transportowej jest możliwe tylko w wybranych porach doby (głównie poza szczytem drogowym). Jednak owe pory dostaw mogą być niedogodne dla odbiorców. Następnym utrudnieniem realizacji dostaw w mieście są trudności w wyborze alternatywnej trasy przewozu. Liczne ograniczenia wagowe, czasowe, związane z kierunkiem jazdy powodują, że zbiór alternatywnych tras jest bardzo wąski. Również specyfika miejskiej infrastruktury drogowej bardzo mocno wpływa na realizację dostaw – ograniczone są czynności manewrowe związane z załadunkiem i wyładunkiem. Wszystkie te trudności wzrastają wraz z zbliżaniem się do ścisłego centrum miasta, gdzie zlokalizowanych jest wielu odbiorców dostaw (m.in. podmioty handlowo – usługowe), co dodatkowo potęguje problem.

Oprócz zwiększonej emisji spalin, samochody ciężarowe emitują również więcej hałasu, zarówno podczas jazdy, jak również podczas postoju. Dodatkowo większy opór, jaki muszą pokonać samochody ciężarowe, potęguje natężenie emitowanego hałasu. Przykładowo hałaśliwość samochodu osobowego przy prędkości 50 km/h w odległości 7,5 metra od jezdni wynosi 60 – 80 dB, a samochodu ciężarowego w tych samych warunkach 80 – 95 dB [12].

Przewozy towarowe mają również wpływ na płynność ruchu w mieście. Zwiększająca się liczba pojazdów ciężarowych i dostawczych, powoduje znaczący wzrost zapotrzebowania na powierzchnię dróg. Wynika to z faktu, że pojazdy ciężarowe zajmują nawet pięciokrotnie więcej powierzchni niż pojazdy osobowe – w konsekwencji szybciej zwiększa się zatłoczenie na ulicach. Dodatkowo w większości miast rozładunek towarów odbywa się wprost na ulicach miasta, co wpływa na tworzenie się zatorów ulicznych.

Przewozy towarowe wpływają również na bezpieczeństwo. Duże gabaryty pojazdów dostawczych zmniejszają widoczność kierowcom pojazdów osobowych, którzy mogą mieć przez to kłopoty z oceną sytuacji na drodze lub problem z odpowiednio wczesnym zauważeniem znaków drogowych. Również znacznie większa masa pojazdów dostawczych, w stosunku do samochodów osobowych, powodują szybsze zniszczenia infrastruktury drogowej.

Ostatnią istotną cechą dystrybucji towarów w miastach, które opierają swoją gospodarkę na turystyce, rekreacji oraz kulturze, to negatywny wpływ na wizerunek miasta. Zwiększona liczba pojazdów wymaga zwiększonej powierzchni infrastruktury, co zazwyczaj odbywa się kosztem terenów zielonych. Z kolei przeładunek powoduje, że pojazdy nie jednokrotnie zajmują znaczącą przestrzeń ulicy bądź też chodnika. Również emisja spalin negatywnie wpływa na architekturę (często zabytkową) miasta i nie jednokrotnie ma skutki niszczące.

Wszystkie wymienione powyżej czynniki skłaniają się do jednego wniosku - należy minimalizować ilość pojazdów logistyki miejskiej w systemie transportowym miasta przy jednoczesnym minimalizowaniu czasu przebywania tych pojazdów w tym systemie. W celu uzyskania tego efektu autor pracy proponuje zastosowanie wyznaczania tras pojazdom logistyki miejskiej uwzględniając pewien stopień nieokreśloności parametrów ruchu, przede wszystkim prędkości.

W związku z tym, że logistyka zwrotna ma istotne znaczenia w systemie transportowym miasta, w niniejszym artykule przedstawiono model wyznaczania tras z uwzględnieniem popytu generowanego przez logistykę zwrotną.

## 2. ODPORNY PROBLEM WYZNACZANIA TRAS

Problematyka wyznaczania tras (ang. Vehicle Routing Problems - dalej VRP) jest bardzo popularnym problemem z dziedziny badań operacyjnych, którego celem jest wyznaczenie optymalnych tras dla floty pojazdów. Dotychczas większość prac naukowych o tematyce VRP zakłada, że:

- koszty są stałe (deterministyczne modele),
- koszty są zmienne w czasie (dynamiczne modele),
- koszty są przyjmowane z pewnym prawdopodobieństwem (modele stochastyczne).

Ostatnie podejście zakłada, że koszty mogą być określone z pewną dozą niepewności. Niepewność ta jest określona przez prawdopodobieństwo wystąpienia pewnej wartości kosztu, np. czasu podróży na danym odcinku drogi. Modele stochastyczne przejmują, że niepewność (tu prawdopodobieństwo wystąpienia kosztu) występuje zgodnie z przyjętym rozkładem prawdopodobieństwa, który jest znany. Ostatni warunek jest założeniem nie do końca poprawnym, ponieważ nie ma całkowitej pewności, że przyjęty rozkład prawdopodobieństwa kosztów odpowiada dokładnie rzeczywistym zmianą na odcinkach sieci drogowej.

Z tą niedogodnością radzi sobie czwarte nowe podejście do problematyki VRP - tzw. optymalizacja odporna (ang. Robust Optimization). Zakłada ona, że pewne dane mogą zmieniać się, jednak zmiany te nie są opisane przez konkretny rozkład prawdopodobieństwa, tylko przez rodzinę rozkładów. Dodatkową przewagą tego podejścia w stosunku do podejścia stochastycznego jest mniejsze zapotrzebowanie na moce obliczeniowe komputera [5].

### Problematyka wyznaczania tras

Problem wyznaczania tras dla jednoczesnego rozwożenia i zbierania towarów (ang. Simultaneous Pickup and Delivery Vehicle Routing Problem - dalej SPDVRP) można sformułować następująco [10].

Dany jest skierowany graf  $G = (V, A)$ , gdzie  $V = \{0, 1, \dots, n\}$  oznacza zbiór punktów, a  $A = \{(i, j) : i \wedge j \in V, i \neq j\}$  oznacza zbiór skierowanych łuków. Każdy łuk  $(i, j)$  ze zbioru  $A$  charakteryzuje się kosztem przejazdu  $T_{ij}$ ,  $\forall (i, j) \in A$ , który w dalszej części artykułu oznacza czas przejazdu pomiędzy poszczególnymi punktami. Punkt  $V_{\{0\}}$  oznacza magazyn, z którego mają wyruszyć i powrócić pojazdy, obsługujące klientów określonych zbiorem  $C = V \setminus \{0\}$ . Każdy klient

cechuje się popytem  $d_i, \forall(i) \in V, d_0 = 0$  oraz podażą na towary  $p_i, \forall(i) \in V, p_0 = 0$ . Podaż może być tutaj rozumiana, jako aktywności wynikające z logistyki zwrotnej miasta, np. zbiórka opakowań zwrotnych. Magazyn dysponuje homogeniczną flotą pojazdów  $K = \{1, 2, \dots, m\}$ , których ładowność jest oznaczona, jako  $Q$ . Możliwe jest przyjęcie, że pojazdy są heterogeniczne, wtedy pojemność musiała by być oznaczona, jako  $Q_m$ .

Poniżej przedstawiono matematyczny model w postaci programowania mieszanego całkowitoliczbowego dla problemu SPDVRP.

### Zmienne problemu

- $D_{ij}, P_{ij}, \forall(i, j) \in A$  - zmienna określająca przepływ towarów popytu/podaży,  
 $X_{ij} = \{0, 1\}, \forall(i, j) \in A$  - zmienna określająca czy dany łuk  $(i, j)$  jest w rozwiązaniu,

### Funkcja kryterialna

Problem SPDVRP sprowadza się do minimalizacji łącznych czasów przejazdów dla wszystkich użytych pojazdów, wyrażoną przez (1):

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} T_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

### Ograniczenia

$$\sum_{j \in V} X_{ij} = 1 \quad \forall(i) \in C \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} X_{ji} = 1 \quad \forall(i) \in C \quad (3)$$

$$\sum_{j \in C} X_{0j} \leq m \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} D_{ji} - \sum_{j \in V} D_{ij} = d_i \quad \forall(i) \in C \quad (5)$$

$$\sum_{j \in V} P_{ij} - \sum_{j \in V} P_{ji} = p_i \quad \forall(i) \in C \quad (6)$$

$$D_{ij} + P_{ij} \leq Q \cdot X_{ij} \quad \forall(i, j) \in A \quad (7)$$

$$D_{ij}, P_{ij} \geq 0; \quad X_{ij} = \{0, 1\}, \quad \forall(i, j) \in A \quad (8)$$

Ograniczenia (2) oraz (3) przyporządkowują tylko jeden pojazd do jednego klienta. W problemie możliwe jest wykorzystanie, co najwyżej  $m$  pojazdów (4). Ograniczenia (5) i (6) gwarantują zachowanie równowagi pomiędzy przepływami wchodzącymi i wychodzącymi z danego punktu odpowiednio dla popytu oraz podaży. Łączna ilość towarów rozwożonych i zbieranych przez pojazd nie może przekroczyć dopuszczalnej pojemności pojazdu - ograniczenie (7). Ostatnie ograniczenie (8) określa naturę zmiennych wykorzystanych w problemie. Przestrzeń poszukiwań rozwiązania można zawęzić przez zamianę ograniczeń (5), (6) oraz (7) na bardziej wąskie - szczegółły przedstawiono w artykule [10].

### Ogólny model odpornych dyskretnych problemów

Pierwsze propozycje modeli odpornych dla optymalizacji liniowej pojawiły się już w latach 70-tych ubiegłego wieku m.in. Soyster [9] zaproponował metodykę, w której dane mogły przyjmować wartości z pewnego przedziału wartości. Podejście to prowadziło jednak do znajdowania rozwiązania cechującego się zbyt dużym poziomem konserwatyizmu. Konserwatyzm rozwiązania określa na ile dane rozwiązanie jest odporne na zmiany danego parametru. Im większy jest poziom konserwatyizmu rozwiązania, tym to rozwiązanie pozwala na większe wahania wartości danych, czyli staje się bardziej odporne na zmiany. Jednak odporność ta jest osiągnięta przez zwiększenie kosztów, tu kosztów

podrózowania pojazdów. Propozycja Soyster'a prowadziła do wyboru najlepszego rozwiązania z najgorszych scenariuszy (optymalizacja minmax). Problem z osiągnięciem ponad konserwatywnego rozwiązania, został rozwiązany przez propozycję zawartą w pracach [3], która dopuszczała, że nieokreślone zbiory danych problemu przyjmowały formę elipsoidalną. Tak sformułowane problemy wypukłe były rozwiązywane przy pomocy stożków drugiego rzędu. Możliwość zastosowania tych modeli ograniczało się do problemów ciągłych.

Rozwiązywanie problemów dyskretnych typu robust, zostało zaproponowane w [4], które było osiągane przez zamianę oryginalnego problemu na korespondujący mu odpowiednik sformułowany, jako problem programowania liniowego. Zaletą wspomnianej propozycji jest wprowadzenie parametru  $\Gamma$ , który odpowiada za kontrolę poziomu konserwatywności rozwiązania. W dalszej części artykułu autor wykorzystał to podejście w wyznaczaniu tras dla pojazdów logistyki miejskiej w mieście.

Ogólny problem optymalizacji liniowej można sformułować następująco (9):

$$\begin{aligned} \min \quad & c'x \\ & Ax \leq b \\ & l \leq x \leq u \\ & x_j \in \mathbb{Z}, \quad j=1,2,\dots,N \end{aligned} \tag{9}$$

W tak sformułowanym problemie nieokreśloność danych może wystąpić w trzech przypadkach:

- w wektorze kosztów  $c$  - każda wartość  $c_j, j \in N$ , może przyjmować wartości z przedziału  $[c_j, c_j + d_j]$ , gdzie  $d_j$  określa możliwą dewiację współczynnika  $c_j$ ,
- w macierzy ograniczeń  $A$  - każda wartość  $a_{ij}, j \in N$ , jest zmienną losową o nieznanym rozkładzie i może przyjmować wartości z zakresu  $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ , gdzie  $\hat{a}_{ij}$  oznacza dewiację każdego wpisu macierzy  $A$ ,
- jednocześnie w wektorze kosztów  $c$  oraz macierzy ograniczeń  $A$ ,

W problemie wyznaczania tras SPDVRP, nieokreśloność może wystąpić jedynie w wektorze kosztów. Wektor ten określa koszty na poszczególnych odcinkach sieci drogowej miasta. Wobec tego, zgodnie z metodologią przedstawioną przez [5], odpowiednik typu "robust" problemu (9) będzie wyglądał następująco:

$$\begin{aligned} \min \quad & c'x + \max_{\{S|S \subseteq J, |S| \leq \Gamma\}} \left\{ \sum_{j \in S} d_j |x_j| \right\} \\ & Ax \leq b \\ & l \leq x \leq u \\ & x_j \in \mathbb{Z}, \quad j=1,2,\dots,N \end{aligned} \tag{10}$$

Jak już wspomniano wcześniej, w modelu (10) występuje nowy parametr -  $\Gamma$ , który odpowiada za kontrolę stopnia konserwatywności osiągniętego rozwiązania. W praktyce oznacza on, dla jakiej ilości współczynników wektora  $c$ , występują odchylenia  $d_j$  od wartości przeciętnej  $c_j$ . Jeśli przez  $J$  oznaczymy długość wektora  $c$ , to parametr  $\Gamma$  będzie przyjmował wartości z zakresu  $[0, |J|]$ . Dla  $\Gamma = 0$ , model sprowadzi się do deterministycznej wersji, jeśli z kolei  $\Gamma = |J|$ , model prowadzi się do modelu Soyster'a, czyli do wyboru scenariusza najlepszego z najgorszych.

Wyznaczanie tras z uwzględnieniem nieokreśloności w kosztach jest dziedziną dość nową w nauce światowej. Jak dotąd, z wiedzy autora, powstały tylko cztery artykuły naukowe w tej tematyce - trzy pojawiły się w czasopiśmie międzynarodowym [1][2][11], jeden w czasopiśmie polskim [8]. W pracy [11] zaproponowane rozwiązanie prowadziło do osiągnięcia rozwiązania z ponad konserwatywnością. W pracach [1][2] poruszany problem dotyczył wyznaczania tras z oknami czasowymi dla transportu morskiego, gdzie pominięto ograniczenie pojemnościowe pojazdów. W artykule polskim [8] tematyka

jest związana z problemem komiwojażera dla pewnej piekarni, gdzie założono, że odległości pomiędzy klientami są bezpośrednie. To założenie pomija istotny fakt, że połączenie pomiędzy dwoma punktami może się składać z całego szeregu odcinków sieci drogowej, na których niepewność może występować niezależnie.

Żadna z wspomnianych prac nie rozważała problemu VRP wraz z jednoczesnym rozwożeniem i zbieraniem towarów. Dzięki takiemu podejściu możliwa jest integracja tradycyjnej logistyki z logistyką rewersyjną.

Zaproponowany model nieokreśloności został wykorzystany w problematyce wyznaczania tras dla SPDVRP. Aby rozwiązać problem (10) konieczne jest przeformułowanie tego modelu na  $n+1$  nominalnych problemów programowania mieszanego całkowitoliczbowego lub przy pomocy teorii dualności - przez stworzenia problemu prymalno - dualnego. Metody te szczegółowiej opisana są w [5].

W następnym podrozdziale autor artykułu przedstawia możliwe do uzyskania efekty, gdyby firmy transportowe obsługujące obszary miejskie uwzględniały możliwość wystąpienia nieoczekiwanych wahań w prędkościach na odcinkach sieci drogowej.

### 3. PRZYKŁADY OBLICZENIOWE

Poniżej zostały przedstawione dwa przykłady obliczeniowe ilustrujące, jakie korzyści można uzyskać wykorzystując modele odporne przy planowaniu tras pojazdom dla SPDVRP. Obliczenia zostały wykonane przy pomocy środowiska optymalizującego ILOG CPLEX.

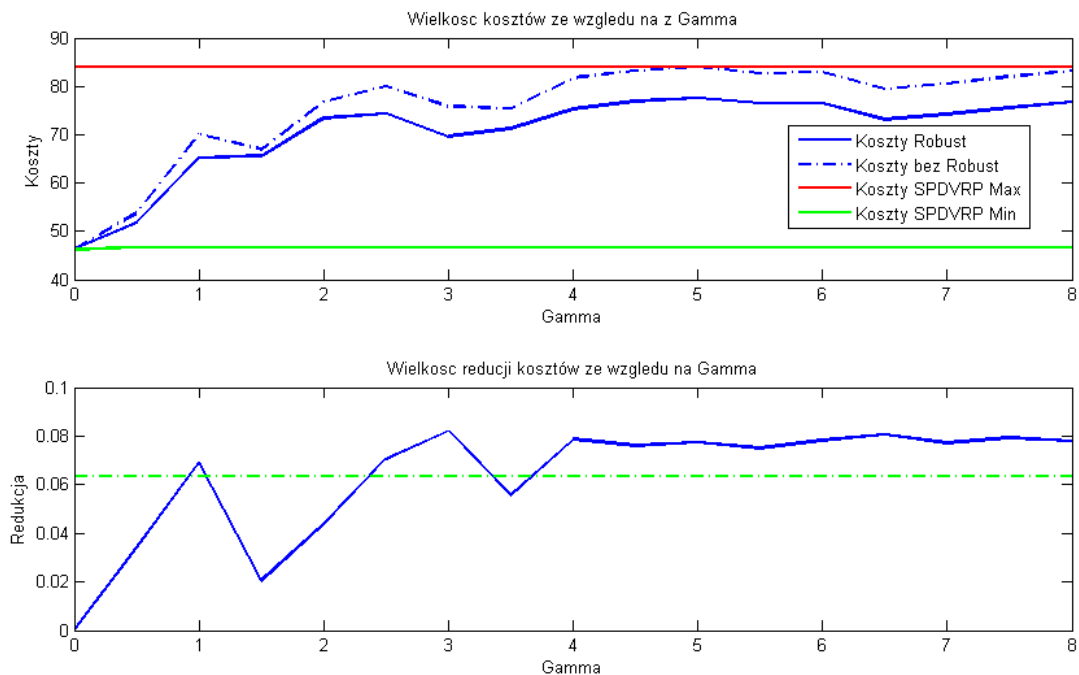
#### Przykład laboratoryjny

W poniższym przykładzie zostanie zbadany wpływ parametru  $\Gamma$  na rozwiązanie. Analiza została przeprowadzona na zbiorze kilku przypadków, które zostały utworzone w następujący sposób:

- Losowo wybrane punkty o współrzędnych XY z zakresu [1, 100]
- Liczba klientów:  $n = 7 - 17$ ,
- Pojemność pojazdu  $Q=60$  jednostek;
- Popyt/Podaż  $d_i / p_i$  i-tego klienta na towary - wybrane losowo z zakresu [1,20] jednostek,
- Koszt na łukach  $C_{ij}$  został wyznaczony z rozkładu Gamma:
  - średni koszt dowolnego odcinka to odległość pomiędzy punktami -  $C_{ij}$ ,
  - odchylenie standardowe  $d_{ij}$  zostało wyznaczone losowo z zakresu  $[0.1C_{ij} - 0.9C_{ij}]$ .

Dla takich założeń uzyskano wyniki, które prezentuje **Rys. 1** oraz **Tab. 1**. Wykresy poniżej przedstawiają koszty w zależności od parametru  $\Gamma$ , jakie zostały osiągnięte przy zastosowaniu modelu SPDVRP typu "robust" (niebieska linia), klasycznego modelu SPDVRP z założeniem, że nie występują dewiacje w średnich czasach podróży (zielona linia) oraz klasycznego modelu SPDVRP z założeniem, że występują maksymalne dewiacje w średnich czasach podróży (czerwona linia). Dla porównania linia niebieska przerywana przedstawia sytuację, gdy trasy pojazdom zostały wyznaczone przy użyciu klasycznego podejścia SPDVRP, a czasy podróży przyjęto wraz z dewiacją występującą na poszczególnych na odcinkach sieci drogowej. Informacja ta mówi o zyskach, jakie mogą zostać osiągnięte, jeśli przy wyznaczaniu tras pojazdom zostałyby uwzględniona niepewność danych. Wykres poniżej prezentuje uzyskaną redukcję w procentach.

Dodatkowo można zaobserwować, że od pewnej wartości  $\Gamma$ , wartość kosztów nie wzrasta i oscyluje w okolicach maksymalnej możliwej wartości, która reprezentuje najgorszy scenariusz dla danego przypadku. Dla analizowanego przypadku wartość graniczna wynosi  $\Gamma \geq 4$ .



**Rys. 1.** Wpływ parametru  $\Gamma$  na koszty w problemie SPDVRP typu "robust" oraz redukcja kosztów

Dodatkowo **Tab. 1** prezentuje średnią oraz maksymalną redukcję dla poszczególnych przypadków z klientami od 7 do 17 oraz dla wariantów z jednym użytym pojazdem  $k=1$  oraz z dwoma użytymi pojazdami  $k=2$ . Jak można łatwo zaobserwować możliwy zysk do uzyskania może wynieść prawie 12%.

**Tab. 1.** Wartości redukcji kosztów w problemie SPDVRP dla testowych przypadków

Liczba pojazdów							
k=1	n08k1	n10k1	n12k1	n14k1	n16k1	n18k1	Średnia
redukcja średnia	4,98%	4,71%	6,97%	6,81%	6,72%	4,09%	5,71%
redukcja max	11,62%	9,60%	11,84%	10,98%	10,80%	9,28%	10,69%

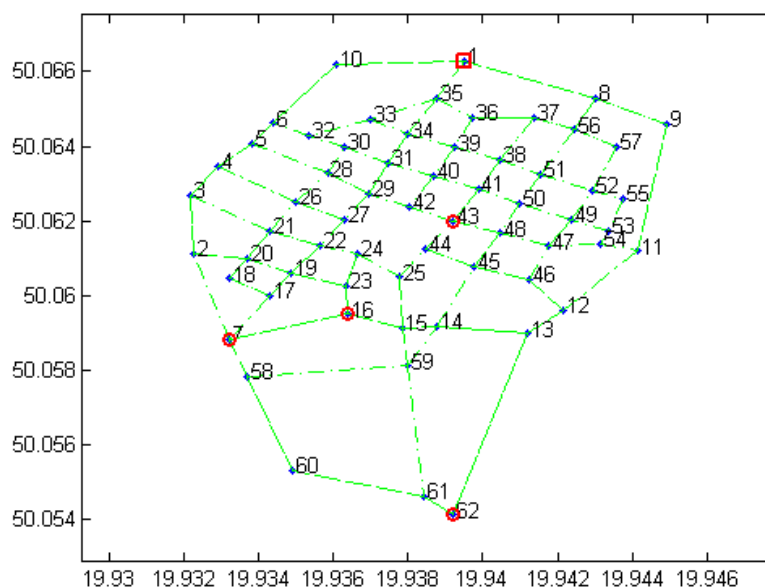
k=2	n08k2	n10k2	n12k2	n14k2	n16k2	n18k2	Średnia
redukcja średnia	4,40%	7,78%	3,27%	4,77%	6,33%	5,70%	5,38%
redukcja max	7,36%	13,31%	11,81%	8,22%	8,21%	10,50%	9,90%

**Przykład rzeczywisty**

Drugi przykład ilustrujący zalety proponowanej metody został wykonany dla rzeczywistej sieci drogowej. **Rys. 2** przedstawia wybrany obszar - jest to centrum miasta Krakowa. Założenia przyjęte do obliczeń w przykładzie:

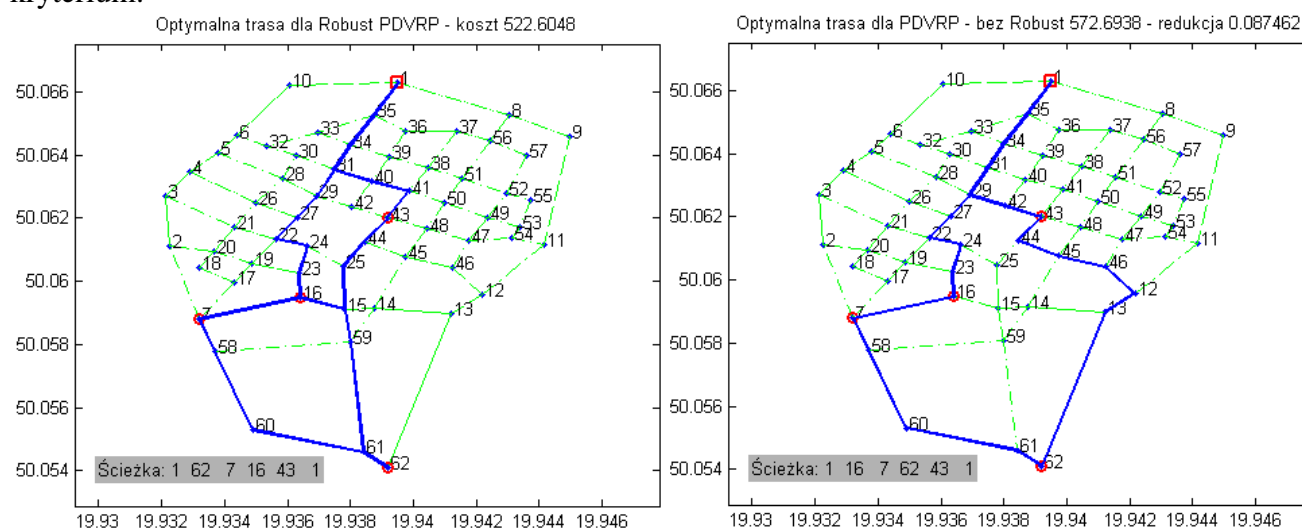
- Czas na łukach został losowo wybrany z rozkładu Gamma na podstawie obliczonych parametrów rozkładu  $(n,m)$ ,
- Parametry rozkładu  $(n,m)$  dla każdego łuku zostały wyznaczone ze wzorów na wartość średnią oraz wariancję rozkładu,
- Wartość średnia została obliczona na podstawie odległości euklidesowej pomiędzy punktami oraz średniej prędkości równej 35 km/h,
- Wariancja została wyznaczona losowo (z rozkładu normalnego) z zakresu  $[0.1C_{ij} - 0.9C_{ij}]$ ,
- Potencjalni klienci są reprezentowani przez punkty  $\{7,16,43,62\}$  - zaznaczono w czerwonych okręgach,

- Magazyn reprezentowany jest przez punkt 1 - kwadratowy czerwony znacznik na rysunku poniżej,
- Liczba pojazdów jest równa 1,
- Parametr poziomu konserwatywności przyjęto  $\Gamma = 2$ .



Rys. 2. Analizowany obszar - centrum miasta Krakowa

Otrzymane rozwiązanie przedstawia Rys. 3. Jak można zauważyć uwzględnienie możliwych odchyłeń w prędkościach na etapie planowania tras pojazdów może dać inne rozwiązanie nie tylko pod względem wyboru innej trasy czy mniejszych kosztów, ale również pod względem kolejności odwiedzanych klientów. Ten ostatni efekt ma szczególnie ważne znaczenie dla firm transportowych i kurierskich, gdzie często oprócz kryterium kosztów, jakość obsługi klienta jest najważniejszym kryterium.



Rys. 3. Rozwiązanie dla SPDVRP typu "robust" (po lewej) oraz rozwiązanie dla SPDVRP (po prawej)

W rozpatrywanym przypadku uzyskano zysk czasu operacyjnego na poziomie 8,7%. Perspektywa uzyskiwanych zdecydowanie lepszych efektów jest obiecująca. W przytoczonym przykładzie wzięto pod uwagę niewielki obszar (odległości były nieznaczące), zbiór alternatywnych ścieżek nie był duży, natomiast liczba klientów wynosiła zaledwie 4. W rzeczywistych problemach przed jakimi stoją firmy



transportowe parametry te są zdecydowanie większe, więc można przypuszczać że zyski będą zdecydowanie większe.

## WNIOSKI

Przedstawiona problematyka wyznaczania tras uwzględniająca nieokreśloność czasów podróży daje bardzo dobre perspektywy na wykorzystanie w praktyce. W prawdzie zaproponowany model nie odpowiada wszystkim rodzajom usług transportowych prowadzonych w obszarach miejskich, jednak dla usług takich jak dostawy z hurtowni do punktów handlowych, gdzie nie występuje reżim czasowy w postaci okien czasowych, może zostać z powodzeniem zastosowana. Dodatkowym atutem proponowanego metody jest fakt integracji przepływów towarów w przód (ang. forward logistic) z logistyką rewersyjną (ang. reverse logistic).

Dalsze prace nad metodami wyznaczania tras dla pojazdów logistyki miejskiej będą obejmowały uwzględnienie okien czasowych u klientów oraz zmienności kosztów podróży w czasie.

### Streszczenie

*Zmienność prędkości w sieci drogowej miasta w czasie jest dość wysoka. Wpływ na ten parametr ruchu ma wiele czynników m.in. godziny szczytu, lokalizacja danego odcinka drogi, zdarzenia losowe oraz incydenty drogowe. Te i inne czynniki powodują, że estymacja prędkości na danych odcinkach może być odmienna od rzeczywistej wartości i wyznaczone trasy w oparciu o te dane mogą okazać się nieoptymalnymi lub też niedopuszczalnymi. Następstwem tych zmian może być zwiększenie kosztów transportowych dla przedsiębiorstwa, które prowadzi obsługę transportową towarów danego obszaru (miasta) oraz zwiększenie kosztów dla całego systemu transportowego. Chodzi tu np. o koszty zewnętrzne transportu tj. emisja spalin, emitowany hałas, zwiększona zajętość dróg, czy też kwestie wizerunkowe danego miasta. Niniejszy artykuł przedstawia problematykę wyznaczania tras dla pojazdów logistyki miejskiej, która uwzględnienia pewien stopień niepewności (nieokreśloności) danych np. o średnich prędkościach na poszczególnych odcinkach sieci drogowej miasta. Proponowany model łączy również aspekty logistyki rewersyjnej. Podejście to ma na celu minimalizację wspomnianych problemów oraz zostało ono przedstawione na przykładzie opartym na rzeczywistej sieci drogowej.*

## Robust vehicle routing problem for city logistic vehicles

### Abstract

*The speed changeability in road network is highly dynamic. The rush hours, localization of road section or traffic incidents are small number of factors which influence on the speed section. These and other factors can make speed section estimation to be different from the real value. In consequence the designated routes of vehicle based on uncorrected data may be non-optimal or even infeasible. Such situation may lead to increase in transportation costs for the delivery company that carries goods services in urban area and also to increase costs of the entire transportation system. The transportation system costs mainly include the external transportation costs, e.g. the noise and fumes emission, roads occupancy increasing or touristic image of the city. The article presents the vehicle routing problem for logistics vehicles with uncertain section costs, e.g. speed. Proposed approach aims to minimize these problems and integrates reverse logistic with forward logistic. It has been also shown in the illustrative example based on a real road network.*

### BIBLIOGRAFIA

1. Agra A., Christiansen M., Figueiredo R., Magnus Hvattum L., Poss M., Requejo C., The robust vehicle routing problem with time windows, *Computers & Operations Research*, Volume 40, Issue 3, 2013, str. 856-866
2. Agra A., Christiansen M., Figueiredo R., Magnus Hvattum L., Poss M., Requejo C., Layered formulation for the robust vehicle routing problem with time windows. *Lecture Notes in Computer Science*, vol.7422, 2012, str. 249–60.
3. Ben-Tal A., Nemirovski A., Robust solutions of Linear Programming problems contaminated with uncertain data, *Mathematical Programming*, vol. 88, 2000, str. 411-424
4. Bertsimas D., Sim M., Price of Robustness. *Operations Research*, 52(1), 2004, str. 35-53

5. Bertsimas D., Sim M., Robust discrete optimization and network flows, [w:] Mathematical Programming , Vol. 98, 2003, str.49-71
6. Chwesiuk K., *Wybrane aspekty logistyki miejskiej*. [w:] Prace Naukowe Transport z. 60, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2007
7. Institute for City Logistics – Uniwersytet Kyoto: <http://www.citylogistics.org/>
8. Przybysławski B., Sposoby wyznaczania odpornych tras komiwojażera w przedsiębiorstwie, Zarządzanie i Finanse, 2013, nr 1, cz. 2, s. 277-292.
9. Soyster A., Convex programming with set-inclusive constraints and application to inexact linear programming, [w:] Operation Research, vol. 21, str. 1154-1157
10. Subramanian A., Uchoa E., Ochi L.S., New Lower Bounds for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery [w:] Experimental Algorithms, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 6049, 2010, str. 276-287
11. Sungur I., Ordonez F., Dessouky M., A robust optimization approach for the capacitated vehicle routing. IIE Transactions 2008; vol. 40, str.509–23.
12. Szołtysek J, *Logistyczne aspekty zarządzania przepływami osób i ładunków w miastach*. Wydanie 2, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach 2009
13. Szymczak M., *Logistyka miejska*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu 2008