

MICHALCZYK Rafał<sup>1</sup>

## Analiza wytrzymałościowa konstrukcji nawierzchni z płyt granitowych wykonanej na placach miejskich

Nawierzchnia sztywne,  
podłoże sprężyste,  
obciążenia komunikacyjne, MES

### Streszczenie

Nawierzchnie z materiału kamiennego, stosowane bardzo często na placach miejskich, łączą walory estetyczne z funkcjonalnością, zapewniając trwałość w bardzo długim okresie eksploatacji. Obciążenia działające na tego typu nawierzchnie są nieco inne niż w przypadku typowych konstrukcji drogowych i obejmują ruch pieszy oraz ograniczony ruch pojazdów. W pracy przedstawiono analizę stanu naprężenia i przemieszczenia przykładowej konstrukcji nawierzchni sztywnej wykonanej z płyt granitowych. Sformułowano zadanie płyty spoczywającej na wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej a następnie rozwiązano je za pomocą metody elementów skończonych. Wyniki porównano z rozwiązaniem analitycznym zaproponowanym przez H. M. Westergaarda.

### STRUCTURAL ANALYSIS OF PAVEMENT MADE OF GRANITE SLABS IN PUBLIC SPACE

### Abstract

Stone material has been used very often for construction of pavement in public space, for example town squares. It combines aesthetics with functionality, providing very long performance period. Types and intensity of loads acting on this type of structure are different than for typical roads, so it should be designed individually. This paper presents a structural analysis of rigid pavement made of granite slabs on elastic base. A three-dimensional finite element model of pavement was created and tested using open source software developed at the University of Maine. The results were compared to well known analytical solution proposed by H. M. Westergaard.

### 1. WSTĘP

Przestrzeń miejska to nie tylko intensywna zabudowa, ale także zespół ulic i placów miejskich decydujących o charakterze całego miasta. Obecność w niej przestrzeni publicznych umożliwia nie tylko sprawne przemieszczanie się, ale także rozrywkę i wypoczynek. Nowe aranżacje placów miejskich bardzo często wymagają wprowadzenia nowej nawierzchni na całości założenia. Taki zabieg wymaga jednocześnie scalenia nowo powstałego placu z otaczającą go zabudową historyczną poprzez nawiązanie formą do sąsiadującej przestrzeni. Efektu takiego nie zapewnią niestety ani nawierzchnia bitumiczna, ani nawierzchnia betonowa, a uzyskuje się go poprzez zastosowanie nawierzchni z materiału kamiennego.

W obrębie placów miejskich ogranicza się ruch kołowy, ale nigdy nie można go całkowicie wykluczyć. Należy ponad to uwzględnić wyjątkowe obciążenia komunikacyjne, których przykładem jest obciążenie pojazdami służb publicznych. Przykładem połączenia aspektów estetycznych z funkcjonalnością może być nawierzchnia z płyt granitowych zapewniająca trwałość eksploatacyjną dla danych obciążeń i warunków środowiskowych. Jej konstrukcja pod względem charakteru współpracy z gruntem jest najbardziej zbliżona do nawierzchni betonowych typu sztywnego.

Nawierzchnie typu sztywnego przenoszą obciążenie w sposób równomierny na grunt, ponieważ duża sztywność płyt pozwala na rozłożenie nacisku na podłoże poprzez całą powierzchnię płyty. Nie występuje zatem lokalna koncentracja nacisku na grunt pod kołem pojazdu. Jeżeli podparcie (podbudowa) pod płytami jest właściwa i nie ulega zmianom np. pod wpływem złego odwodnienia, trwałość nawierzchni sztywnej jest bardzo duża i sięga nawet kilkudziesięciu lat. W przypadku złego (niejednorodnego) podparcia następuje pękanie płyt i stopniowe zniszczenie nawierzchni. Najważniejszymi parametrami wpływającymi na trwałość nawierzchni sztywnych są więc sposób i trwałość podparcia płyty oraz ich wytrzymałość.

Począwszy od lat 20-tych XX wieku projektowanie konstrukcji nawierzchni sztywnych przeprowadza się korzystając z rozwiązań analitycznych opartych na założeniach teorii sprężystości przyjmując, że podbudowa i podłoże gruntowe są ośrodkami sprężystymi. Pierwsze wyniki badań w tej dziedzinie podane zostały przez H. M. Westergaarda w pracach [1, 2, 3].

W latach późniejszych pojawiły się prace, w których wykorzystano modele płyty o skończonych wymiarach w planie ułożonej na wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej obciążonej kołem samochodu. Ponadto uwzględniono inne zjawiska jak na przykład wpływ temperatury. W celu określenia naprężeń w płycie, podbudowie lub podłożu

<sup>1</sup> Warsaw University of Technology, Faculty of Civil Engineering, POLAND; Warsaw 00-637; Al. Armii Ludowej 16. Phone: + 48 22 825-35-72, 234-65-43, Fax: + 48 22 825-89-46, E-mail: r.michalczyk@il.pw.edu.pl

wykorzystano różne metody przybliżone rozwiązywania równań różniczkowych - Metodę Różnic Skończonych [4] lub rozwijająca się bardzo intensywnie w ostatnich latach Metodę Elementów Skończonych (MES) [5].

Przedmiotem niniejszego opracowania jest analiza nośności przykładowej konstrukcji nawierzchni wykonanej z płyt granitowych. W pracy podano przyjęty układ warstw konstrukcyjnych, a następnie przedstawiono główne założenia modelu obliczeniowego nawierzchni oraz wyniki obliczeń uzyskane Metodą Elementów Skończonych i porównano je z formułami Westergaarda.

## 2. OPIS KONSTRUKCJI NAWIERZCHNI

W opracowaniu przyjęto następującą konstrukcję nawierzchni z płyt granitowych:

- Płyty granitowe o wymiarach w planie 1m x 1m i grubości 8cm lub 10cm,
- Podsypka cementowo-piaskowa o grubości 10cm lub 16 cm,
- Podbudowa z kruszywa łamanego o uziarnieniu 0-31,5mm, warstwa grubości 20cm,
- Pospółka o grubości 15cm,
- Wzmocnienie podłoża poprzez stabilizację cementem o  $R_m=2,5$  MPa, warstwa o grubości 25cm.

## 3. PŁYTA NA SPRĘŻYSTYM PODŁOŻU. WZORY WESTERGAARDA

Projektowanie grubości płyt betonowych przeprowadza się od lat 20-tych XX wieku na podstawie teorii sprężystości przyjmując, że podbudowa i podłoże gruntowe są ośrodkami sprężystymi. Formuluje się zadanie polegające na wyznaczeniu stanu naprężenia i przemieszczenia w płycie spoczywającej na sprężystym podłożu Winklera. Rozwiązanie analityczne tak postawionego problemu zostało po raz pierwszy podane przez H. M. Westergaarda w pracach [1, 2, 3]. Wyniki uzyskujemy w ramach następujących założeń:

- rozpatrujemy jednorodną płytę cienką o grubości i własnościach materiałowych stałych w każdym punkcie,
- krawędzie płyty są swobodne,
- płyta spoczywa na podłożu sprężystym Winklera, reakcja pionowa jest proporcjonalna do ugięcia płyty,
- obciążenie jest rozłożone równomiernie na powierzchni kołowej,

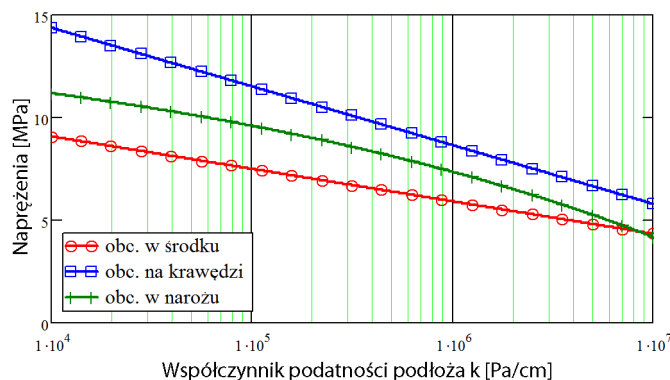
Westergaard podał wzory na największe naprężenia w płycie dla trzech typowych przypadków obciążenia: w środku płyty, na krawędzi oraz w narożu.

$$\sigma_s = \frac{0.316P}{h^2} \left( 4 \log \left( \frac{l}{b} \right) + 1.069 \right) \quad (1)$$

$$\sigma_k = \frac{0.572P}{h^2} \left( 4 \log \left( \frac{l}{b} \right) + 0.359 \right) \quad (2)$$

$$\sigma_n = \frac{3P}{h^2} \left( 1 - \left( \frac{a\sqrt{2}}{l} \right)^{0.6} \right) \quad (3)$$

gdzie:  $h$  - grubość płyty,  $a$  - promień styku opony z nawierzchnią,  $P$  - obciążenie,  
 $l$  - względna sztywność płyty, zależna między innymi od współczynnika  $k$ ,  
 $b$  - równoważny promień rozkładu naprężeń w dolnej części płyty

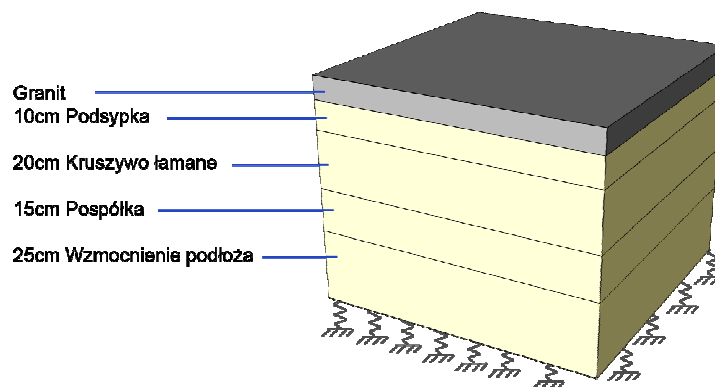


Rys.1. Zależność naprężeń od przyjętego współczynnika podatności podłoża  $k$

Podstawową wadą hipotezy Winklera jest to, że współczynnik podatności  $k$  nie jest stałą gruntu, lecz zależy od kształtu i wymiaru powierzchni obciążającej oraz od jej sztywności. Wartość współczynnika ma jednocześnie bardzo duży wpływ na wartości naprężeń w płycie. Na rys. 1 przedstawiono zależność pomiędzy największym naprężeniem rozciągającym w płycie, a współczynnikiem podatności podłoża. Do obliczeń przyjęto płytę granitową grubości 10 cm obciążoną kolejno w trzech miejscach siłą o wartości 50 kN. Niestety wyznaczenie odpowiedniego współczynnika podatności dla konkretnego układu warstw samo w sobie jest już nietrywialnym zadaniem.

#### 4. PŁYTA NA WARSTWACH SPRĘŻYSTYCH

Obecnie przy wykorzystaniu wysokiej klasy komputerów i coraz bardziej rozwiniętych programów metody elementów skończonych (MES) możliwa jest dokładniejsza analiza nawet skomplikowanych układów konstrukcyjnych. W ramach zadania określenia wyteżenia konstrukcji nawierzchni stworzony został odpowiedni model matematyczny opisujący zachowanie płyty spoczywającej na warstwach sprężystych stanowiących konstrukcję podbudowy. Wyniki badań modelu odzwierciedlają statyczne zachowanie się konstrukcji pod wpływem obciążeń eksploatacyjnych. Na rys. 2 przedstawiono geometrię modelu.



Rys.2. Geometria modelu płyty na podbudowie sprężystej. Wymiary w planie 1x1 [m]

Podstawowe założenia modelu:

- zarówno płyta, jak i warstwy na których spoczywa, modelowane są jako odkształcalne i sprężyste,
- nacisk spowodowany obciążeniem przekazywany jest poprzez płytę na podbudowę,
- nie występuje rozciąganie pomiędzy płytą a podbudową, tzn. płyta ma możliwość oderwania się np. w narożach,
- naprężenia styczne pomiędzy płytą a podsypką cementowo-piaskową są pomijalnie małe,
- warstwy podbudowy spoczywają na podłożu sprężystym Winklera,

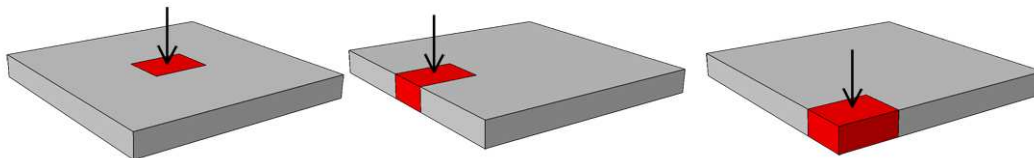
W obliczeniach uwzględniono obciążenie statyczne. Obciążenie normowe wynosiło 100 kN na oś, przyjęto obciążenie statyczne równe 50 kN (obciążenie jednego koła). Rozpatrywano trzy przypadki ustawienia obciążenia: środek płyty, środek jednej z krawędzi, naroże płyty.

Obliczenia z zastosowaniem metody elementów skończonych obejmują określenie stanu naprężeń i odkształceń w płycie oraz warstwach podbudowy dla różnych wariantów grubości płyty, grubości warstw podbudowy oraz punktu przyłożenia siły.

W celu uwzględnienia sprężystych właściwości granitu oraz warstw podbudowy zastosowano model konstytutywny zakładający liniową zależność pomiędzy naprężeniami i odkształceniami. Wartości charakterystyczne parametrów materiałowych przedstawiono w Tabeli 1. Układ warstw gruntu w analizowanym modelu MES przedstawiono na rys. 2.

Tab. 1. Stałe materiałowe warstw konstrukcyjnych

Materiał	$E$ [MPa]	$\nu$ [1]
Granit	37000	0.2
Podsypka cementowo-piaskowa	4500	0.25
Kruszywo łamane	400	0.3
Pospółka	170	0.25
Wzmocnione podłoże	4500	0.25



Rys.3. Przypadki obciążenia: a) środek płyty, b) krawędź, c) naroże

## 5. WYBRANE WYNIKI OBLICZEŃ KOMPUTEROWYCH

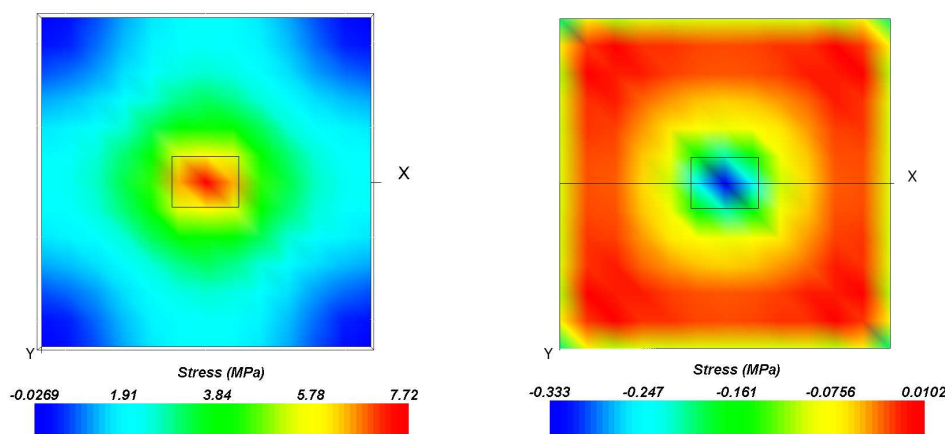
Obliczenia przeprowadzono za pomocą programu EverFE, rozwijanego przez University of Maine w Stanach Zjednoczonych, dla dwóch wariantów grubości płyty - 8 i 10cm. Sprawdzano także, jaki wpływ na wyężenia płyty ma zmiana grubości lub parametrów niektórych warstw podbudowy.

Przeprowadzono obliczenia uwzględniając następujące zmiany w konstrukcji podbudowy nawierzchni:

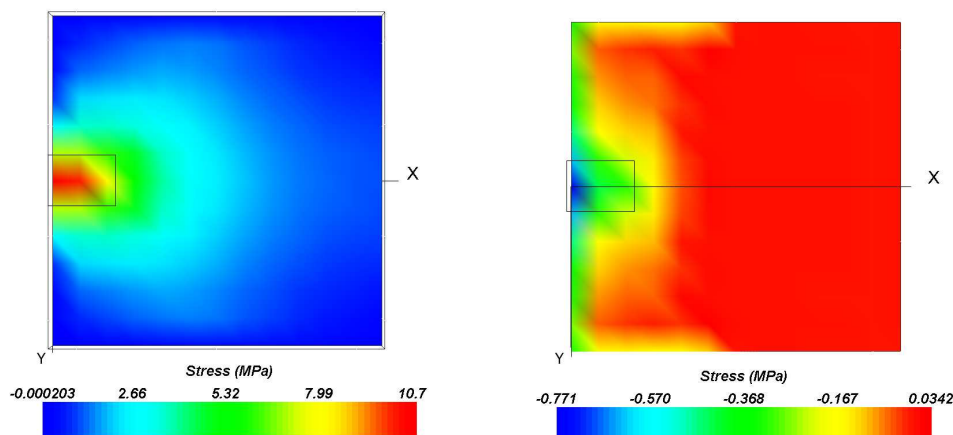
- zwiększenie grubości warstwy pospółki o 6 cm (warstwa 3)
- zwiększenie grubości warstwy podsypki cementowo-piaskowej (warstwa 1).
- zwiększenie grubości warstwy pospółki o 6 cm (warstwa 3) oraz zwiększeniem sztywności warstwy pierwszej poprzez zastosowanie np. chudego betonu

Dodatkowe obliczenia wykazały, że zwiększenie grubości pospółki (warstwa 3) nie wpływa na zmniejszenie powstających w płycie naprężeń. Zwiększenie grubości podsypki cementowo-piaskowej z 10 do 16 cm (warstwa 1) powoduje spadek naprężeń rozciągających w dolnej części płyty o około 8%. Zwiększenie sztywności warstwy podbudowy wpływa natomiast bardzo korzystnie, redukując naprężenia rozciągające w płycie granitowej o około 20% (por. rys. 7).

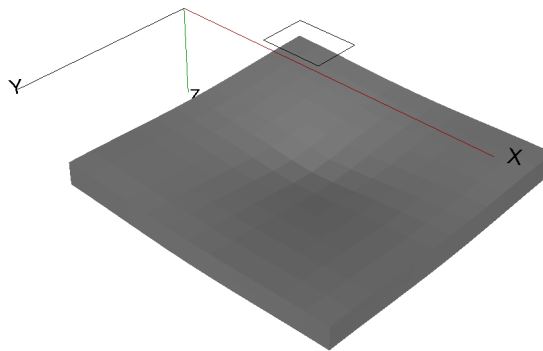
Na rysunkach poniżej przedstawiono niektóre wyniki obliczeń w postaci map warstwicowych naprężeń oraz przemieszczeń.



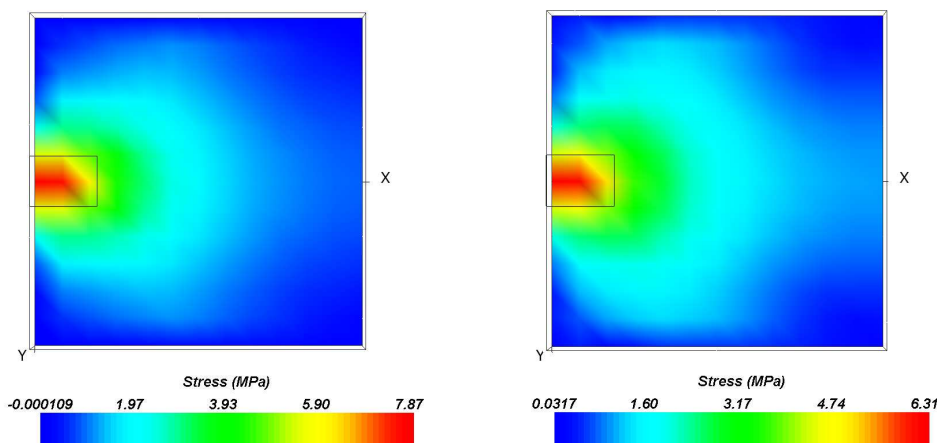
Rys.4. Największe naprężenia główne na spodzie płyty granitowej grubości 8cm (po lewej) oraz naprężenia pionowe w górnej warstwie podbudowy (po prawej), obciążenie w środku płyty



Rys.5. Największe naprężenia główne na spodzie płyty granitowej grubości 8cm (po lewej) oraz naprężenia pionowe w górnej warstwie podbudowy (po prawej), obciążenie na krawędzi płyty



Rys.6. Deformacja płyty grubości 8cm, obciążenie w środku płyty, przemieszczenia przeskalowane 300 razy



Rys.7. Największe naprężenia główne na spodzie płyty granitowej grubości 10cm, po prawej przypadek zwiększonej sztywności podbudowy, obciążenie na krawędzi płyty

## 6. WNIOSKI

Jak wynika z przeprowadzonej analizy zadania metodą elementów skończonych, najniebezpieczniejszym przypadkiem obciążenia jest najechanie na krawędź płyty. Powstają wtedy największe naprężenia rozciągające w dolnej warstwie płyty granitowej. Naprężenia rozciągające występujące w płycie grubości 8 cm pod obciążeniem działającym na krawędzi są bliskie wytrzymałości granitu na rozciąganie (por. rys. 5)

Naprężenia rozciągające występujące w płycie grubości 10 cm pod obciążeniem działającym na krawędzi są prawie o 30% mniejsze niż w przypadku płyty grubości 8 cm i znajdują się po stronie bezpiecznej (por. rys. 7)

Naprężenia pionowe występujące w górnej warstwie podbudowy są niewielkie. Należy jednak zaznaczyć, że powtarzające się cyklicznie obciążenia mogą po pewnym czasie doprowadzić do powstania efektów zmęzeniowych w postaci spękań i zmniejszenia sztywności podbudowy, co wpłynie niekorzystnie na wytrzymałość płyt granitowych. Rozwiązaniem wpływającym korzystnie na konstrukcje nawierzchni jest zwiększenie sztywności warstwy na której ułożone są płyty granitowe.

Proponowane rozwiązanie konstrukcyjne polegające na wykonaniu warstwy ścieralnej z płyt granitowych grubości 10 cm jest poprawne i zapewnia nieprzekroczenie dopuszczalnych stanów przemieszczeń, odkształceń i naprężeń wywołanych ruchem pieszych oraz sporadycznym ruchem pojazdów.

W opracowaniu zaprezentowano metodykę obliczeń komputerowych z wykorzystaniem MES. Otrzymane rezultaty wskazują na przydatność stosowania takiego podejścia przy analizie wytrzymałości konstrukcji nawierzchni sztywnych.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] Westergaard H. M.: Stress in concrete pavements computed by theoretical analysis. Public Roads, 1926, pp. 25-35.
- [2] Westergaard H. M.: Analytical tools for judging results of structural tests of concrete pavements. Public Roads, 1933, pp. 129-151.
- [3] Westergaard H. M.: New formulas for stresses in concrete pavements of airfields. Transactions of ASCE, 113, 1948, pp. 425-444.
- [4] Ionides A. M.: Finite difference solution of plate on elastic solid, Journal of Transportation Engineering, 114, 1, 1998, pp. 57-75
- [5] Zienkiewicz O.C.: *The finite element method*. Vol. I-III. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.
- [6] Davis B.: *EverFE Theory Manual*. University of Maine 2003.