KULEJEWSKI Janusz [1]
IBADOV Nabi [2]

Ocena synchronizacji czasowej dostaw i zapotrzebowania na materiały budowlane z uwzględnieniem rozmytego modelowania niepewności

Synchronizacja dostaw, zbiory rozmyte

Streszczenie

W referacie przyjęto założenie, że rozkład możliwych terminów realizacji dostaw materiałów budowlanych i preferowane terminy ich przyjęcia na placu budowy są modelowane przez liczby rozmyte. Przedstawiono metodę analityczną oceny synchronizacji dostaw i zapotrzebowania na materiały budowlane z wykorzystaniem koncepcji α–przekrojów liczby rozmytej. Zastosowanie metody zilustrowano na przykładzie liczbowym.

ASSESSMENT OF SUPPLIES' TIME SYNCHRONISATION AND DEMAND ON BUILDING MATERIALS WITH USE OF FUZZY MODELLING UNCERTAINTY

Abstract

The paper assumes that spread of possible delivery time of building materials and theirs preferable delivery schedule on building site are projected by fuzzy numbers. Authors presented an analytical assessment method of deliveries synchronisation and demand on building materials with use of fuzzy number's α -sections. The use of the method has been illustrated on a mathematical example.

1. WSTĘP

W realizacji robót budowlanych, duże znaczenie ma terminowość dostawy określonego materiału budowlanego do wykonania danej roboty. W tym celu, sporządza się harmonogramy zużycia i dostaw poszczególnych materiałów, stanowiące podstawę do synchronizacji czasowej dostaw i zapotrzebowania. Odbiorca oczekuje, że rzeczywisty termin realizacji dostawy nastąpi nie później, niż w terminie wynikającym z tego harmonogramu. Materiał, dostarczony przed terminem zapotrzebowania, może być przechowany na placu budowy do momentu planowanego użycia. Jednak, warunki realizacji przedsięwzięć budowlanych nie są w pełni przewidywalne. Każda budowa jest w dużej mierze przedsięwzięciem o unikatowych i niepewnych warunkach realizacji. Może to powodować rozbieżność pomiędzy zaplanowanym i rzeczywistym terminem zapotrzebowania na materiał do wykonania danej roboty. W tej sytuacji, wykonawcy robót łatwiej jest wskazać rozkład możliwych terminów wystąpienia zapotrzebowania na dany materiał, niż wskazać konkretny termin takiego zapotrzebowania. Z kolei, na terminowość realizacji dostaw materiałów budowlanych wpływają różne czynniki, unikatowe dla danego placu budowy. Do czynników tych należą: specyfika parametrów technicznych zamawianych materiałów, wielkość zamówienia, odległość przewozu, wymagania dotyczące warunków i sposobu transportu. Czynniki te powodują, że również doświadczony dostawca jest w stanie określić tylko przybliżony termin realizacji dostawy na potrzeby konkretnej budowy. W rezultacie, termin ten jest wyrażany nieprecyzyjnie, na przykład [1],[3]: około siedem dni lub od sześciu do ośmiu dni od dnia otrzymania zamówienia.

Dla synchronizacji czasowej dostawy i zapotrzebowania, dane o preferowanych i wykonalnych terminach realizacji dostawy można uśrednić. Oznacza to jednak rezygnację z części informacji, które mogą wpłynąć na decyzję o sposobie realizacji zobowiązań dostawcy w zakresie zaopatrzenia konkretnej budowy. Alternatywą jest wykorzystanie teorii zbiorów rozmytych do modelowania nieprecyzyjnie określonych danych terminowych. W niniejszym referacie, do oceny poziomu dotrzymania terminów preferowanych przez odbiorcę wykorzystano koncepcję α–przekrojów liczby rozmytej. Przedstawiono metodę analityczną ceny czasowej synchronizacji dostaw i zapotrzebowania na materiały budowlane z uwzględnieniem preferencji odbiorcy – wykonawcy robót. Działanie metody zilustrowano na przykładzie liczbowym.

2. WYBRANE ELEMENTY TEORII ZBIORÓW ROZMYTYCH

Obszarem rozważań w teorii zbiorów rozmytych jest pewna niepusta przestrzeń **X**, będąca zbiorem nierozmytym. Wyodrębniony w tej przestrzeni zbiór A jest rozmyty wtedy, gdy poszczególne elementy $x \in \mathbf{X}$ należą do tego zbioru z odpowiednim stopniem przynależności μ,[5]. Liczbą rozmytą jest normalny i wypukły zbiór rozmyty $A \subseteq \mathbf{R}$, którego funkcja przynależności $\mu_A(x)$ jest przedziałami ciągła, [4]. Dla modelowania nieprecyzyjności często wykorzystuje się trapezowe liczby rozmyte. Są to uporządkowane czwórki liczb rzeczywistych $A = (a^{(1)}, a^{(2)}, a^{(3)}, a^{(4)})$,

[1] Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej, Al. Armii Ludowej 16, 00-637 Warszawa, E-mail: j.kulejewski@il.pw.edu.pl
[2] Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej, Al. Armii Ludowej 16, 00-637 Warszawa, E-mail: n.ibadov@il.pw.edu.pl

gdzie $0 \le a^{(i)} \le a^{(i+1)}$, i = 1, 2, 3. Przedział [$a^{(1)}$; $a^{(4)}$] jest nośnikiem zbioru, będącego liczbą rozmytą A. Przedział [$a^{(2)}$; $a^{(3)}$] jest rdzeniem zbioru, będącego liczbą rozmytą A. Jeżeli $a^{(2)} = a^{(3)}$, otrzymujemy trójkątną liczbę rozmytą.

Z kolei, α –przekrojem zbioru rozmytego $A \subseteq \mathbf{X}$ nazywa się następujący zbiór nierozmyty, [4]:

$$A^{\alpha} = \{x \in \mathbf{X} : \mu_A(x) \ge \alpha\}, \quad \forall_{\alpha \in [0,1]} \tag{1}$$

Każdy zbiór nierozmyty A^{α} można przedstawić w postaci liczby przedziałowej $[a_L^{\alpha}; a_U^{\alpha}]$, gdzie:

$$a_L^{\alpha} = \inf_{x \in R}(A^{\alpha}), \quad a_U^{\alpha} = \sup_{x \in R}(A^{\alpha}) \tag{2}$$

Do porównania trapezowych liczb rozmytych A i T można wykorzystać pojęcie stopnia możliwości oraz stopnia konieczności zaistnienia określonej relacji pomiędzy nieznaną jeszcze realizacją liczby rozmytej A i nieznaną jeszcze realizacją liczby rozmytej T, [2]. Niech $A^{\alpha} = [a_L^{\alpha}; a_U^{\alpha}]$, $T^{\alpha} = [t_L^{\alpha}; t_U^{\alpha}]$ będą α –przekrojami liczb rozmytych A i T, $\alpha \in [0;1]$. Stopień możliwości $\mathrm{Poss}(A \ge T)$, że realizacja liczby rozmytej A okaże się nie mniejsza od realizacji liczby rozmytej T, wyznacza się następująco, [2]:

$$\mathrm{Poss}(A \ge T) = \varepsilon \Leftrightarrow \varepsilon = \sup\{\alpha : a_U^{\alpha} \ge t_L^{\alpha}, \alpha \in [0;1]\}. \tag{3}$$

Natomiast, stopień możliwości $\mathrm{Poss}(A \le T)$, że realizacja liczby rozmytej A okaże się nie większa od realizacji liczby rozmytej T, wyznacza się przez odwrócenie zależności (3): $A \le_{\varepsilon} T \Leftrightarrow T \ge_{\varepsilon} A$. Stopień konieczności $\mathrm{Nec}(A \le T)$ oznacza w tym przypadku *stopień niemożliwości*, że realizacja liczby rozmytej A okaże się *większa* od realizacji liczby rozmytej T. Zależność pomiędzy stopniem konieczności i stopniem możliwości jest następująca:

$$\mathrm{Nec}(A \le T) = 1 - \mathrm{Poss}(A \ge T) \tag{4}$$

Na przykład, dla przypadku pokazanego na rys. 1, otrzymuje się:

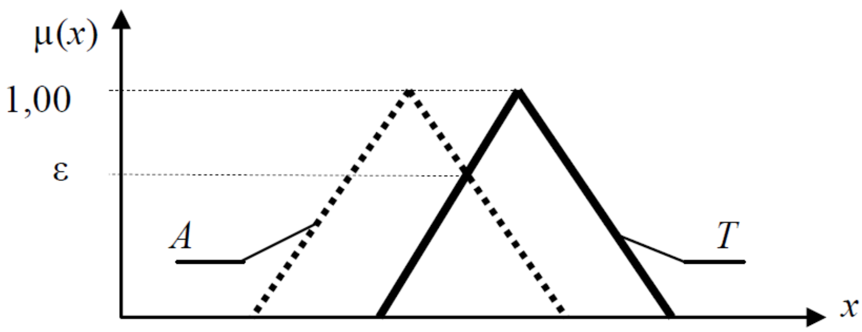
$$\mathrm{Poss}(A \le T) = 1;\ \mathrm{Poss}(A \ge T) = \varepsilon;\ \mathrm{Nec}(A \le T) = 1 - \mathrm{Poss}(A \ge T) = 1 - \varepsilon.$$

Stopień konieczności oraz stopień możliwości interpretuje się jako pesymistyczną i optymistyczną ocenę możliwości zajścia relacji $A \le T$:

$$\mathrm{Nec}(A \le T) \le \mathrm{P}(A \le T) \le \mathrm{Poss}(A \le T) \tag{5}$$

gdzie $\mathrm{P}(A \le T)$ jest prawdopodobieństwem zajścia relacji $A \le T$.

Z podanych wyżej zależności wynika, że relacja możliwości $\mathrm{Poss}(A \le T)$ nie jest komplementarna. To znaczy, że $\mathrm{Poss}(A \le T)$ nie musi być równe $1 - \mathrm{Poss}(A \ge T)$.



Rys.1. Przykład porównywanych liczb rozmytych A i T.

W przypadku, kiedy podjęcie decyzji wymaga porównania liczb rozmytych A i T, można ocenić stopień zdominowania liczby rozmytej A przez liczbę rozmytą T:

$$\mathrm{St}(A \prec T) = w_1\,\mathrm{Poss}(A \le T) + w_2\,\mathrm{Nec}(A \le T); w_1, w_2 \in [0;1]; w_1 + w_2 = 1. \tag{6}$$

Współczynniki w_1 i w_2 są wagami, odzwierciedlającymi znaczenie nadawane ocenie optymistycznej i ocenie pesymistycznej zajścia relacji $A \leq T$:

$0 \leq w_1 < 0{,}5$ oznacza nadanie większej wagi ocenie pesymistycznej;

$w_1 = 0{,}5$ oznacza równorzędne traktowanie oceny pesymistycznej i oceny optymistycznej;

$0{,}5 < w_1 \leq 1$ oznacza nadanie większej wagi ocenie optymistycznej.

Nadając jednakową wagę ocenie pesymistycznej i ocenie optymistycznej zajścia relacji $A \leq T$, otrzymujemy:

$$\mathrm{St}(A \prec T) = \frac{1}{2}[\mathrm{Poss}(A \leq T) + \mathrm{Nec}(A \leq T)]. \tag{7}$$

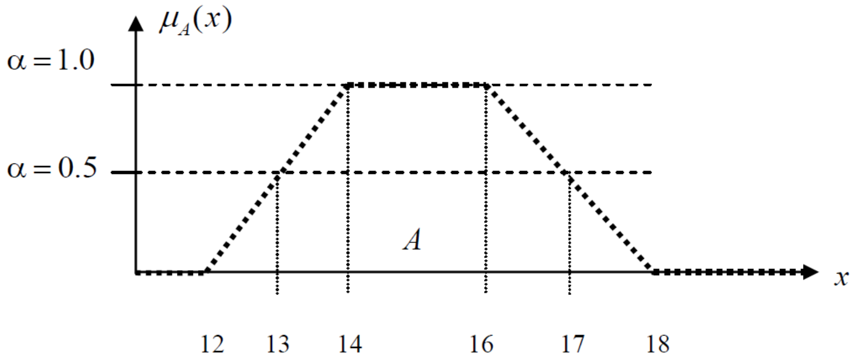
Wykorzystując zależność (7), możemy wyeliminować wpływ optymizmu lub pesymizmu decydenta na ocenę stopnia zdominowania liczby rozmytej *A* przez liczbę rozmytą *T*.

Łatwo sprawdzić, że w tym (i tylko w tym) przypadku, ocena stopnia zdominowania liczby rozmytej *A* przez liczbę rozmytą *T* jest komplementarna:

$$\mathrm{St}(A \prec T) + \mathrm{St}(T \prec A) = 1 \tag{8}$$

3. ROZMYTE MODELOWANIE DANYCH O PREFEROWANYCH I WYKONALNYCH TERMINACH REALIZACJI DOSTAWY

Niech $A = (12,\ 14,\ 16,\ 18)$ będzie liczbą rozmytą, modelującą rozkład możliwych terminów realizacji dostawy w ocenie dostawcy, rys. 2.



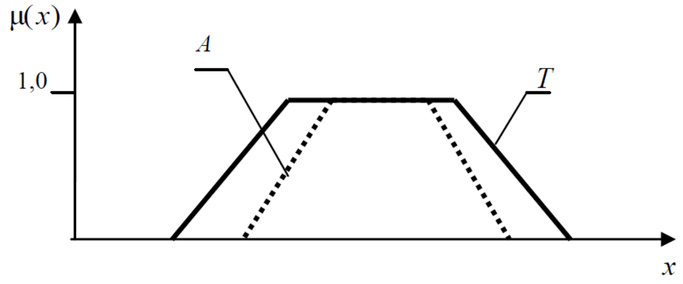
Rys.2. Interpretacja nieprecyzyjnie określonego terminu realizacji dostawy

Przedział [12; 18] jest nośnikiem zbioru rozmytego, będącego liczbą *A*. Przedział [14; 16] jest rdzeniem zbioru rozmytego, będącego liczbą *A*. Oznacza to, że w ocenie dostawcy, termin realizacji dostawy będzie dłuższy od 12 dni, ale krótszy od 18 dni ($\alpha > 0.0$) od dnia otrzymania zamówienia i wyniesie najpewniej od 14 do 16 dni ($\alpha = 1.0$). W mniejszym stopniu jest możliwe, że dostawa zostanie zrealizowana w terminie od 13 do 17 dni ($\alpha \geq 0{,}5$). Na przykład, stopień możliwości, że dostawa zostanie zrealizowana w terminie wynoszącym 13 lub 17 dni, wynosi już tylko $\alpha = 0.5$, jakkolwiek pozostałe wartości z przedziału [13; 17] mają większą możliwość rzeczywistego zaistnienia. W podobny sposób można przedstawić liczbę rozmytą *T*, opisującą rozkład preferowanych przez odbiorcę terminów realizacji dostawy.

4. ANALITYCZNA METODA OCENY SYNCHRONIZACJI CZASOWEJ DOSTAW I ZAPOTRZEBOWANIA NA MATERIAŁY BUDOWLANE

Ocena synchronizacji czasowej dostaw i zapotrzebowania na materiały budowlane sprowadza się do oceny stopnia konieczności i stopnia możliwości zaistnienia relacji $A \leq T$. Zaistnienie tej relacji informuje, że dostawa nastąpi nie później, niż w terminie preferowanym przez odbiorcę. Na rys. 3 przedstawiono przykładową relację pomiędzy rozmytym terminem możliwej realizacji zamówienia w ocenie dostawcy, a rozmytym terminem zapotrzebowania na dostawę, wynikającym z oceny odbiorcy.

Wykorzystując zależność (6), uwzględniamy preferencje dostawcy co do optymistycznej i pesymistycznej oceny zajścia relacji $A \leq T$. Jednak, pozbawiamy ocenę stopnia zdominowania liczby *A* przez liczbę *T* waloru komplementarności z oceną stopnia zdominowania liczby *T* przez liczbę *A*. Natomiast, wykorzystując zależność (7), uzyskujemy $\mathrm{St}(A \prec T) = 0{,}5$ oraz $\mathrm{St}(T \prec A) = 0{,}5$.



Rys. 3. Przykładowa relacja pomiędzy rozmytym terminem możliwej realizacji dostawy w ocenie dostawcy (A), a rozmytym terminem zapotrzebowania na dostawę w ocenie odbiorcy (T)

Mogą zatem zaistnieć przypadki, w których badanie stopnia zaistnienia określonej relacji pomiędzy porównywanymi liczbami rozmytymi okazuje się mało użyteczne do oceny zgodności terminu realizacji dostawy z preferencjami odbiorcy. Powyższą niedogodność można wyeliminować, wykorzystując koncepcję α–przekrojów liczb rozmytych *A* i *T* do wyznaczenia prawdopodobieństwa $\mathrm{P}(A \le T)$.

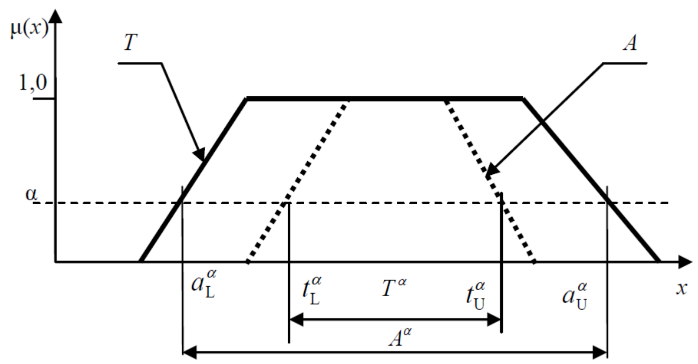
Rozpatrywane zagadnienie można przedstawić następująco:

– dane są dwie liczby rozmyte: liczba *A* , przedstawiająca rozkład możliwych terminów realizacji dostawy w ocenie dostawcy oraz liczba *T*, modelująca rozkład możliwych terminów wystąpienia zapotrzebowania na zamówiony materiał budowlany,
– należy wyznaczyć prawdopodobieństwo $\mathrm{P}(A \le T)$, że dowolna realizacja liczby rozmytej *A* nie okaże się większa od nieznanej jeszcze realizacji liczby rozmytej *T*.

Istotą przedstawionej niżej metody wyznaczenia prawdopodobieństwa $\mathrm{P}(A \le T)$, jest wykorzystanie koncepcji α–przekrojów liczby rozmytej *A* i liczby rozmytej *T* do wyznaczenia liczb przedziałowych A^α i T^α. Porównując wyznaczone liczby przedziałowe, wyznacza się prawdopodobieństwo $\mathrm{P}(A^\alpha > T^\alpha)$. Agregując prawdopodobieństwa $\mathrm{P}(A^\alpha > T^\alpha)$ wyznaczone dla skończonej ilości α–przekrojów liczb rozmytych *A* i *T*, wyznacza się prawdopodobieństwo P(*A* > *T*). Prawdopodobieństwo, że dostawa zostanie zrealizowana w terminie nie dłuższym od preferowanego rzez odbiorcę, wynosi:

$$\mathrm{P}(A \le T) = 1 - \mathrm{P}(A > T). \tag{9}$$

Przykład utworzenia przedziałów A^α i T^α dla pewnego α–przekroju liczb rozmytych *A* i *T* przedstawiono na rys.4.



Rys. 4. Przykład utworzenia przedziałów A^α i T^α

Wybierając liczbę rzeczywistą *a* z przedziału A^α i liczbę rzeczywistą *t* z przedziału T^α, otrzyma się parę liczb rzeczywistych (*a*, *t*). Z rys.4 wynika, że:

– liczba rzeczywista *a* może przyjąć wartość z jednego z podprzedziałów $A^\alpha_{(1)} = [a^\alpha_L ; t^\alpha_L]$, $A^\alpha_{(2)} = [t^\alpha_L ; t^\alpha_U]$ lub $A^\alpha_{(3)} = [t^\alpha_U ; a^\alpha_U]$,
– liczba rzeczywista *t* zawsze przyjmie wartość z przedziału $T^\alpha = [t^\alpha_L ; t^\alpha_U]$.

W rezultacie, może wystąpić jedno ze zdarzeń Z_q takich, że $Z_q = (a \in A^{\alpha}_{(q)},\ t \in T^{\alpha}),\ q = 1,\ 2,\ 3.$ Zdarzenia $a \in A^{\alpha}_{(q)}$ oraz $t \in T^{\alpha}$ są niezależne, ponieważ:

$$\mathrm{P}(Z_q) = \mathrm{P}(a \in A^{\alpha}_{(q)})\,\mathrm{P}(t \in T^{\alpha}). \tag{10}$$

Liczba rzeczywista t jest zawsze zawarta w przedziale T^{α}, dlatego $\mathrm{P}(t \in T^{\alpha}) = 1.$

Z kolei, prawdopodobieństwo $\mathrm{P}(a \in A^{\alpha}_{(q)})$ można wyznaczyć geometrycznie, porównując długości podprzedziałów $A^{\alpha}_{(q)}$ i przedziału A^{α}. Na tej podstawie, otrzymuje się:

$$\mathrm{P}(Z_1) = \frac{t^{\alpha}_{\mathrm{L}} - a^{\alpha}_{\mathrm{L}}}{a^{\alpha}_{\mathrm{U}} - a^{\alpha}_{\mathrm{L}}};\ \mathrm{P}(Z_2) = \frac{t^{\alpha}_{\mathrm{U}} - t^{\alpha}_{\mathrm{L}}}{a^{\alpha}_{\mathrm{U}} - a^{\alpha}_{\mathrm{L}}};\ \mathrm{P}(Z_2) = \frac{t^{\alpha}_{\mathrm{U}} - t^{\alpha}_{\mathrm{L}}}{a^{\alpha}_{\mathrm{U}} - a^{\alpha}_{\mathrm{L}}}. \tag{11}$$

Prawdopodobieństwo, że liczba rzeczywista a wybrana z przedziału $[a^{\alpha}_{\mathrm{L}}; a^{\alpha}_{\mathrm{U}}]$, okaże się większa od liczby rzeczywistej t wybranej z przedziału $[t^{\alpha}_{\mathrm{L}}; t^{\alpha}_{\mathrm{U}}]$, jest prawdopodobieństwem warunkowym $\mathrm{P}(A^{\alpha} > T^{\alpha} | Z_q)$. Zdarzenie Z_2 polega na wybraniu liczby rzeczywistej a i liczby rzeczywistej t z tego samego podprzedziału $A^{\alpha}_{(2)} = [t^{\alpha}_{\mathrm{L}}; t^{\alpha}_{\mathrm{U}}]$. Można zatem przyjąć, że prawdopodobieństwo, iż w przypadku zajścia zdarzenia Z_2, wybrana liczba rzeczywista a okaże się większa od wybranej liczby rzeczywistej t, wynosi $\mathrm{P}(A^{\alpha} > T^{\alpha} | Z_2) = 0{,}5.$ W przypadku zajścia zdarzenia Z_1, liczba rzeczywista a będzie zawsze mniejsza od liczby rzeczywistej t. Zatem, $\mathrm{P}(A^{\alpha} > T^{\alpha} | Z_1) = 0.$ Natomiast, w przypadku zajścia zdarzenia Z_3, liczba rzeczywista a będzie zawsze większa od liczby rzeczywistej t. Zatem, $\mathrm{P}(A^{\alpha} > T^{\alpha} | Z_3) = 1.$

Całkowite prawdopodobieństwo, że w przypadku przedstawionym na rys.10, liczba rzeczywista a wybrana z przedziału A^{α} okaże się większa od liczby rzeczywistej t wybranej z przedziału T^{α}, wynosi:

$$\mathrm{P}(A^{\alpha} > T^{\alpha}) = \sum_q \mathrm{P}(Z_q)\,\mathrm{P}(A^{\alpha} > T^{\alpha} | Z_q) = 0{,}5\frac{t^{\alpha}_{\mathrm{U}} - t^{\alpha}_{\mathrm{L}}}{a^{\alpha}_{\mathrm{U}} - a^{\alpha}_{\mathrm{L}}} + \frac{a^{\alpha}_{\mathrm{U}} - t^{\alpha}_{\mathrm{U}}}{a^{\alpha}_{\mathrm{U}} - a^{\alpha}_{\mathrm{L}}}. \tag{12}$$

Agregując prawdopodobieństwo $\mathrm{P}(A^{\alpha} > T^{\alpha})$, wyznaczone dla skończonej liczby wprowadzonych α–przekrojów liczb A i T, otrzymujemy:

$$\mathrm{P}(A > T) = \frac{\sum_i \alpha_i\,\mathrm{P}(A^{\alpha_i} > T^{\alpha_i})}{\sum_i \alpha_i}, \tag{13}$$

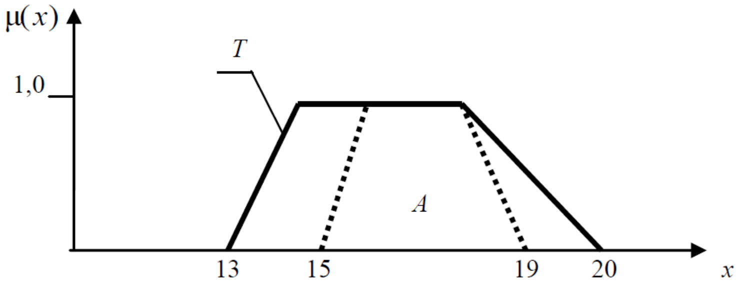
gdzie symbol i jest indeksem kolejnego poziomu α–przekroju.

5. PRZYKŁAD

Przyjmijmy następujące założenia:

- odbiorca ocenia, że zapotrzebowanie na dany materiał wystąpi najpewniej w terminie od 14 do 17 dni, a w każdym razie nie wcześniej, niż po 13 dniach i nie później, niż po 20 dniach od dnia złożenia zamówienia,
- dostawca ocenia, że może zrealizować dostawę w terminie wynoszącym najpewniej od 16 do 17 dni, a w każdym razie nie krócej, niż 15 dni i nie dłużej, niż 19 dni od dnia otrzymania zamówienia.

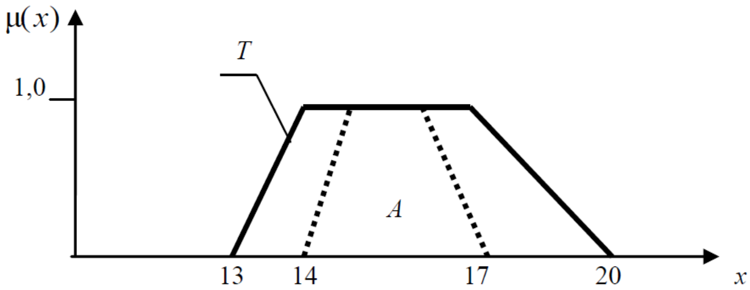
Tak określone preferencje terminu realizacji dostawy modeluje liczba rozmyta T = (13, 14, 17, 20), a rozkład możliwych terminów realizacji – liczba rozmyta A = (15, 16, 17, 19), rys. 5.



Rys.5. Porównywane liczby rozmyte A = (15, 16, 17, 19) i T = (13, 14, 17, 20).

Dla oceny prawdopodobieństwa $P(A \leq T)$, wyznaczamy α –przekroje liczb A i T na poziomach od α = 0.1 do α = 1.0, ze stopniowaniem na przykład co 0,1. Dla poszczególnych α –przekrojów, ustalamy prawdopodobieństwo $P(A^{\alpha_i} > T^{\alpha_i})$ z wykorzystaniem zależności (12). Uzyskane wyniki agregujemy zgodnie z zależnością (13). Prawdopodobieństwo realizacji dostawy w terminie zgodnym z preferencjami odbiorcy wyznaczamy na podstawie zależności (9). W przedstawionym przykładzie, otrzymujemy $P(A \leq T)$ = 0,28.

Uzyskany wynik oceny powinien skłonić dostawcę do zaplanowania i wdrożenia działań, poprawiających synchronizację czasową dostawy z zapotrzebowaniem na zamówiony materiał budowlany. Załóżmy, że wprowadzone zmiany w sposobie realizacji dostawy powodują, iż rozkład możliwych terminów realizacji dostawy modeluje liczba rozmyta A = (14, 15, 16, 17), rys. 6. Prawdopodobieństwo realizacji dostawy w terminie zgodnym z preferencjami odbiorcy wynosi $P(A \leq T)$ = 0,56. Zatem, uzyskano wyraźną poprawę czasowej synchronizacji dostaw z zapotrzebowaniem.



Rys.6. Porównywane liczby rozmyte A = (14, 15, 16, 17) i T = (13, 14, 17, 20)

6. WNIOSKI

Niepowtarzalność warunków realizacji przedsięwzięć budowlanych utrudnia precyzyjne planowanie terminów zapotrzebowania i dostaw na materiały do wykonania robót. Teoria zbiorów rozmytych ułatwia modelowanie tych terminów i rozwiązywanie zagadnienia czasowej synchronizacji dostaw i zapotrzebowania na materiały budowlane. Dlatego, może stanowić narzędzie pomocne w zarządzaniu łańcuchem dostaw w przedsięwzięciu budowlanym. Należy wskazać, że sposób rozmytego modelowania niepewności (liczby trapezowe, trójkątne lub inne) istotnie wpływa na wynik oceny czasowej synchronizacji dostaw i zapotrzebowania.

7. BIBLIOGRAFIA

[1] Ibadov N., Kulejewski J.: *Scheduling of construction Works under fuzzy time constraint*. 11th International Scientific Conference VSU „Construction management, Architectural Engineering". Higher School of Civil Engineering "Lyuben Karavelov", Sofia, Bulgaria, 2-3 June 2011.
[2] Kuchta D.: *Miękka matematyka w zarządzaniu. Zastosowanie liczb przedziałowych i rozmytych w rachunkowości zarządczej*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2001.
[3] Kulejewski J., Ibadov N.: *Ocena harmonogramu w warunkach rozmytego modelowania danych planistycznych*. XIX Konferencja Polsko-Ukraińska „Teoretyczne podstawy inżynierii lądowej". Wydział Inżynierii Lądowej PW i Państwowa Naddnieprzańska Akademia Budownictwa i Architektury w Dniepropietrowsku. Warszawa 19-24.09.2011.
[4] Rutkowski L.: *Metody i techniki sztucznej inteligencji*. PWN, Warszawa 2006.
[5] Zadeh L.A.: *Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility*. Fuzzy Sets and Systems, 1, 1978, s. 3–28.