

MAJKUT Leszek¹
OLSZEWSKI Ryszard²

WYKORZYSTANIE KURTOGRAMU DO DETEKЦИИ USZKODZEŃ PRZEKŁADNI ZĘBATYCH

W pracy opisano możliwości wykorzystania kurtogramu do detekcji uszkodzeń przekładni zębatych.

Analizowany sygnał pochodzi z modelu analitycznego przekładni zębatej o stałych osiach. W modelu uwzględniono odkształcalność zębów przekładni. Modelowanymi uszkodzeniami są: uszkodzenie powierzchni zęba i pęknięcie (w efekcie końcowym wylamanie) zęba. Uszkodzenie powierzchni modelowane jest przez zwiększenie luzu międzyzębego, pęknięcie przez procentowe zmniejszenie sztywności uszkodzonego zęba. Takie uszkodzenie przekładni w niewielkim stopniu wpływa na przenoszenie momentu skręcającego, powoduje natomiast zmianę wymuszeń poprzecznych działających na wały przekładni. Pomiar i analiza sygnałów od wymuszeń poprzecznych (tj. reakcji dynamicznych) pozwala na diagnostykę tego rodzaju uszkodzeń przekładni zębatych.

GEARS DRIVES FAULTS DETECTION USING KURTOGRAM

The work deals with utilization of the kurtogram to detection of the local defects in gears which manifest themselves in vibration signals as a series of impulsive events. Kurtosis is a measure of the impulsiveness of a signal, and kurtogram as well as spectral kurtosis give an indication of how the kurtosis varies with frequency. The kurtogram is a fourth-order spectral analysis recently introduced for detecting and characterizing non-stationarities in signal. The efficiency of the kurtogram is showed on signal which based on simulation of gear model.

1. WSTĘP

Przekładnia zębata stanowi nieodłączny element łańcucha kinematycznego układu przeniesienia mocy od silnika do odbiornika energii. Założeniem podstawowym dla przekładni jest zmiana przenoszonego momentu i prędkości obrotowej przy zachowaniu minimalizacji zaburzeń dynamicznych i maksymalnej sprawności. Zatem z punktu

¹Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Katedra Mechaniki i Wibroakustyki, Kraków 30-059,

Al. Mickiewicza 30. email: majkut@agh.edu.pl

²jw. email: olszewsk@agh.edu.pl

widzenia eksploatacji istotna jest ocena aktywności drganiowej przekładni, która pozwoli ocenić jej techniczny.

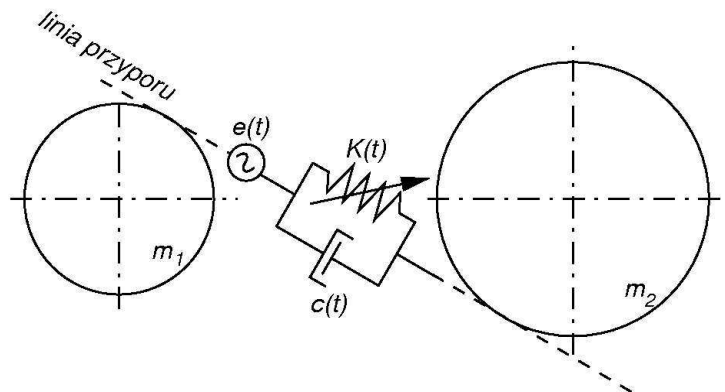
Metody wykrywania uszkodzenia lokalnego (np.: pęknięcie u podstawy zęba) to jedno z najbardziej istotnych zagadnień w diagnostyce. O ile w przypadku uszkodzeń rozłożonych (zużycie pittingiem, zacieraniem, ścieranie) czas pomiędzy diagnozą stwierdzającą określony poziom zużycia a maksymalnym czasem życia zużywającego się elementu może sięgać nawet kilkunastu miesięcy (w zależności od warunków eksploatacyjnych) o tyle uszkodzenie lokalne może w krótkim czasie doprowadzić do kompletnego zniszczenia przekładni, jeśli złamana część zęba dostanie się między współpracujące zęby.

W przekładniach zębatych proces inicjacji i dalszej propagacji zmęczeniowego pęknięcia zęba u podstawy do wylamania jest nadal przedmiotem badań wiodących ośrodków w kraju i za granicą. W świetle powyższych uwag niezwykle istotną wydaje się kwestia rozróżniania tego typu uszkodzenia tj. uszkodzenia lokalnego.

W pracy opisano możliwości wykorzystania kurtogramu do monitoringu i wczesnej detekcji uszkodzenia zęba. Modelowanym uszkodzeniem było pęknięcie u podstawy zęba, którego skutkiem jest procentowa zmiana sztywności uszkodzonego zęba.

2. MODEL PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

Model matematyczny zazębienia współpracujących ze sobą kół zębatych oparto na modelu fizycznym układu drgającego o jednym stopniu swobody przedstawionego na rys. 1



Rys. 1 Model fizyczny zazębienia przekładni

wyrażony jest następującą zależnością:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c(t) \frac{dx(t)}{dt} + F_d = F_s \quad (1)$$

gdzie $x(t)$ wyraża przemieszczenie wzdłuż linii przyporu, m jest proporcjonalne do masy zazębionych kół, $c(t)$ jest zmiennym tłumieniem, F_d jest siłą dynamiczną, zaś F_s wyraża obciążenie statyczne.

Siła dynamiczna F_d może być modelowana z wykorzystaniem nieliniowej funkcji luzu BL , która wyrażona jest iloczynem współczynnika sztywności zazębienia $K(t)$ i wartości odkształcenia zębów w sposób następujący:

$$F_d = \begin{cases} K(t)[x(t) + e(t)] & \text{dla } x + e \geq 0 \\ 0 & \text{dla } -BL \leq x + e < 0 \\ K(t)[x(t) + e(t) + BL] & \text{dla } x + e \leq -BL \end{cases} \quad (2)$$

W modelu siły dynamicznej uwzględniono funkcję przenoszenia błędu $e(t)$, która opisuje błąd powstający przy obrocie koła zębatego jako niedokładność wykonania każdego z zębów wchodzących w przypór. Może ona być opisana szeregiem różnych zależności. Jako jeden z możliwych sposobów jej określenia przyjęto postać sumy szeregu Fouriera:

$$e = a_1 \cos(2\pi f_{01} t) + a_2 \cos(2\pi f_{02} t) + \sum_{i=1}^n b_i \cos(2\pi f_m t) \quad (3)$$

gdzie f_m jest częstotliwością zazębienia, zaś f_{01} i f_{02} odpowiednio częstotliwością związaną z obrotem koła zębatego i częstotliwością obrotu zębownika.

Zmienna sztywność w funkcji czasu, a tym samym zazębienia, stanowi podstawę modelu i ma bezpośredni wpływ na jego jakość. Sztywność zazębienia może być modelowana w funkcji obrotu i wyrażona jako:

$$K(t) = \begin{cases} K_a(1 + \alpha) & \text{dla } (k-1)T \leq t < (C_r - 2 + k)T \\ K_a(1 - \alpha) & \text{dla } (C_r - 2 + k)T \leq t < kT \end{cases} \quad (4)$$

dla $k=1, 2, \dots, n_t$, gdzie n_t oznacza liczbę zębów. K_a wyraża średnią sztywność, α określa zmianę średniej wartości sztywności, zaś $T=1/f_m$ jest okresem zazębienia, zaś C_r oznacza wskaźnik przyporu czołowego współpracujących kół.

Współczynnik tłumienia $c(t)$ może być wyrażony przez tłumienie krytyczne zależne od zmiennej sztywności $K(t)$:

$$c(t) = C_l \sqrt{K(t)} \quad (5)$$

gdzie C_l jest współczynnikiem tłumienia krytycznego zależnym od momentu bezwładności i sztywności $K(t)$ określonej równaniem (4).

Uszkodzenie przekładni zębatej było modelowane jako zmiana sztywności zęba będącego w przyporze dla jednego z kół zębatych – zębownika. Zmiana sztywności w tym wypadku oznacza procentowe zmniejszenie sztywności wynikającej z osłabienia zęba wskutek uszkodzenia, polegającego na przykład na pęknięciu w strefie jego stopy.

3. KURTOGRAM

W przypadku diagnozowania uszkodzeń lokalnych jakim jest pęknięcie zęba u podstawy, sygnał drganiowy rejestrowany na obudowie przekładni często modelowany jest jako mieszanina sygnału informacyjnego, szumu oraz wysokoenergetycznych zakłóceń o charakterze deterministycznym.

Problem filtracji sygnału informacyjnego rozwiązać można wykorzystując wiedzę o właściwościach sygnałów w dziedzinie częstotliwości. Intuicyjnie, chodzi o to, aby te zakresy częstotliwości, w których sygnał informacyjny jest zdominowany przez zakłócenia lub szum wyłumić, a tam gdzie sygnał informacyjny posiada większą energię niż pozostałe źródła zachować.

Podstawą do identyfikacji pożądanego sygnału impulsowego może być kurtoza. Kurtoza to parametr opisujący parametry procesu losowego przedstawionego w postaci histogramu. Kurtoza jest miarą spłaszczenia rozkładu, wystąpienie impulsów w sygnale a zatem wartości skrajnych (względem średniej) o dowolnym znaku powoduje gwałtowny wzrost wartości kurtozy. Niestety sygnał informacyjny jest maskowany przez zakłócenia o wielokrotnie wyższych amplitudach zatem wyznaczanie kurtozy bezpośrednio z sygnału w dziedzinie czasu jest nieuzasadnione. Na potrzeby diagnostyki uszkodzeń lokalnych Antoni i Randall [1-3] zaproponowali rozszerzenie pojęcia kurtozy do tzw. kurtozy widmowej (ang. *spectral kurtosis*, *SK*). Idea jest dokładnie taka sama ale kurtoza wyznaczana jest wielokrotnie dla sygnału odfiltrowanego filtrem pasmowo-przepustowym o różnych częstotliwościach środkowych tak, aby przy zadanej rozdzielczości częstotliwościowej (szerokości pasma) wyznaczyć rozkład kurtozy w funkcji częstotliwości.

Kurtoza widmowa jest zdefiniowana jako unormowany moment czwartego rzędu:

$$K_x(f) = \frac{S_{4,x}(f)}{S_{2,x}(f)^2} - 2, \quad (6)$$

$$S_{n,x}(f) = \langle |X(t, f)|^n \rangle \quad (7)$$

$\langle \rangle$ oznacza operator uśredniania, $X(t, f)$ zespolona obwiednia sygnału $x(t)$, $X(t, f)$ może być wyznaczone na podstawie krótkoterminowej Transformaty Fouriera STFT:

$$X(t, f) = \sum_{n=t}^{t+N_w-1} h(n-t)x(n)e^{-i2\pi fn} \quad (8)$$

gdzie $h(t)$ oznacza okno o długości N_w .

Kurtoza widmowa SK może być interpretowana jako miara zmienności energii sygnału w czasie wyrażonej na mapie spektrogramu dla poszczególnych częstotliwości f . SK może być także wykorzystana jako miara niestacjonarności sygnału która może być podstawą do zaprojektowania filtru do separacji niestacjonarnego, impulsowego sygnału $s(t)$ i gausowskiego sygnału $n(t)$

$$K_x(f) = \frac{S_{4,x}\{s(t) + n(t)\}}{S_{2,x}\{s(t) + n(t)\}} = \frac{S_{4,x}\{s(t)\}}{S_{2,x}\{s(t)\} + S_{2,x}\{n(t)\}} \quad (9)$$

Kurtoza jest niewrażliwa na sygnał stacjonarny, gaussowski zatem $S_{4,x}\{n(t)\}=0$. Po prostym przekształceniu uzyskujemy:

$$K_x(f) = \frac{K_s(f)}{[1 + \rho(f)]^2} \quad (10)$$

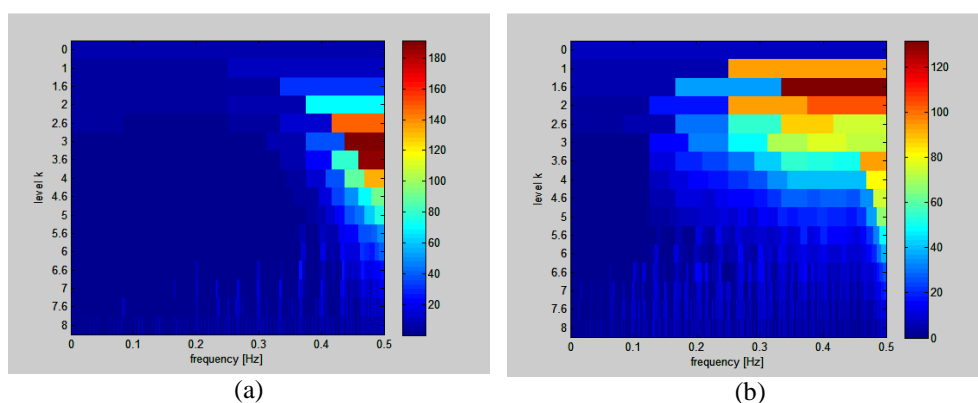
gdzie

$$\rho(f) = \frac{S_n(f)}{S_s(f)} \quad (11)$$

oznacza iloraz widmowej gęstości mocy sygnałów $n(t)$ i $s(t)$, zatem reprezentuje lokalny stosunek sygnału do szumu dla poszczególnych częstotliwości f .

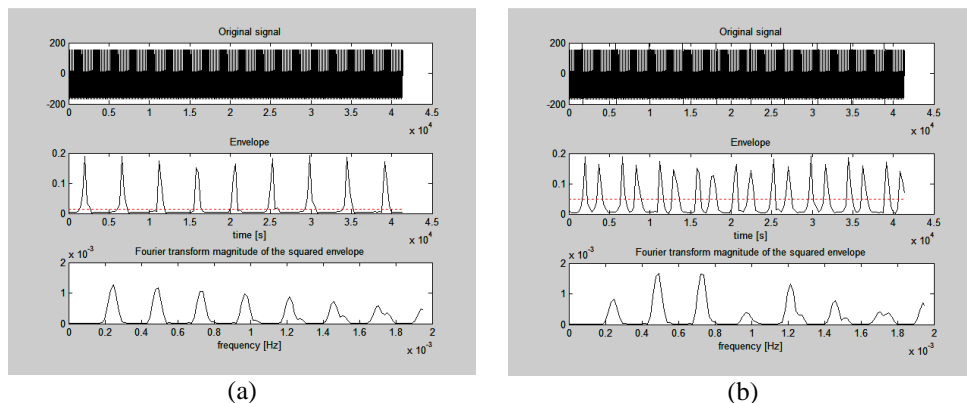
4. ANALIZA SYGNAŁU Z MODELU PRZEKŁADNI

Wyznaczone, na podstawie opisanego w punkcie 2 modelu przekładni zębatej, przebiegi drgań poddano analizie z wykorzystaniem kurtogramu. Na rys. 2 pokazano przebiegi kurtogramu powstałego w wyniku analizy sygnału uzyskanego z przekładni nieuszkodzonej (rys. a) i modelu przekładni uszkodzonej (5% redukcja sztywności pękniętego zęba – rys. b). Kurtogram przedstawia rozkład kurtozy względem częstotliwości.



Rys. 2 Kurtogramy przekładni nieuszkodzonej (a) i uszkodzonej (b)

Na rys. 3 pokazano nieprzetworzony (oryginalny) sygnał drganiowy, przebieg obwiedni w zakresie obejmującym rezonans zazębienia i transformatę Fouriera kwadratu obwiedni. Na rys. 3a wyniki dla przekładni nieuszkodzonej, a na 3b z przekładni uszkodzonej.



Rys. 3 Wyniki analizy dla sygnału z modelu

5. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono możliwości wykorzystania kurtogramu do detekcji uszkodzeń lokalnych. W przypadku diagnozowania uszkodzeń lokalnych sygnał drganiowy jest mieszaniną sygnału informacyjnego, szumu oraz wysokoenergetycznych zakłóceń o charakterze deterministycznym.

Podstawą do identyfikacji pożądanego sygnału impulsowego może być kurtoza. Kurtoza to parametr opisujący parametry procesu losowego przedstawionego w postaci histogramu. Kurtoza jest miarą spłaszczenia rozkładu, wystąpienie impulsów w sygnale a zatem wartości skrajnych (względem średniej) o dowolnym znaku powoduje gwałtowny wzrost wartości kurtozy. Kurtogram natomiast przedstawia rozkład kurtozy względem częstotliwości.

Z obserwacji przebiegów pokazanych na rys. 2 kurtogramów wynika, że ich analiza pozwala na detekcję uszkodzenia przekładni zębatej. W pracy modelowanym uszkodzeniem było pęknięcie u podstawy zęba. Podobnie detekcji uszkodzenia dokonać można na podstawie obserwacji przebiegu obwiedni sygnału w zakresie częstotliwości obejmującym rezonans ząbień.

Dalsze prace autorów zmierzają do definicji skalarnych współczynników uszkodzenia, które pozwolą nie tylko na detekcję uszkodzenia, ale również na monitoring jego propagacji.

Pracę wykonano w ramach badań statutowych 11.11.130.885

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Antoni J., Randall R.B., The spectral kurtosis: application to the vibratory surveillance and diagnostics of rotating machines, *Mechanical Systems and Signal Processing* 20 (2006), pp.308–331.
- [2] Antoni J., The spectral kurtosis: a useful tool for characterizing non-stationary signals, *Mechanical Systems and Signal Processing* 20 (2006), pp. 282–307

-
- [3] Antoni J., Fast computation of the kurtogram for the detection of transient faults, *Mechanical Systems and Signal Processing* 21 (2007), pp. 108–124
 - [4] Sawalhi N., Randall R.B. The application of spectral kurtosis to bearing diagnostics, *Proceedings of Acoustics 2004*, 3-5 November 2004, Gold Coast, Australia
 - [5] Majkut L., *Diagnostyka wibroakustyczna uszkodzeń elementów konstrukcyjnych*, Wydawnictwo ITE, Radom, 2010
 - [6] Majkut L., Marczuk R., Olszewski R. Detekcja uszkodzeń przekładni zębatach z wykorzystaniem dekompozycji empirycznej, *Logistyka* 2010 nr6 s. 1–8
 - [7] Majkut L., Marczuk R., Olszewski R. Wykorzystanie transformaty falkowej do diagnostyki przekładni zębatach, *Logistyka* 2010 nr6 s. 1–9