

Tomasz PIĄTKOWSKI¹

ANALIZA PROCESU POZYCJONOWANIA ŁADUNKÓW JEDNOSTKOWYCH UKŁADEM PRZECIWBIEŻNYCH PÓL SIŁ TARCIA

W referacie przedstawiono wyniki badań numerycznych i eksperymentalnych procesu pozycjonowania translacyjnego ładunków jednostkowych (np. paczek pocztowych) za pomocą układu dwóch przeciwbieżnie napędzanych taśm. Badania numeryczne prowadzone są na podstawie opisu teoretycznego procesu pozycjonowania, w którym wykorzystano statyczny model tarcia Karnoppa oraz model dynamiczny LuGre. W modelu Karnoppa zastosowano dwa klasyczne współczynniki tarcia (opisane jednym i dwoma parametrami) oraz nieliniowy współczynnik tarcia opisany krzywą B-sklejaną trzeciego stopnia (wyznaczoną na podstawie badań eksperymentalnych). Na podstawie analizy uzyskanych danych wynika, że decydujący wpływ na efektywność procesu pozycjonowania ma nieliniowość przebiegu charakterystyki współczynnika tarcia kinetycznego manipulowanych ładunków.

ANALYSIS OF POSITIONING PROCESS OF UNIT LOADS BY A SYSTEM OF INVERSELY-ORIENTED FIELDS OF FRICTION FORCES

In the paper the results of numerical simulation and experimental examination of unit loads positioning process (e.g. postal packages) by a system of two inversely-driven belts are presented. In numerical investigations, one applied theoretical description of the positioning process based on the Karnopp's model of static friction and the dynamic friction model developed by LuGre. In the Karnopp's model, two classic friction coefficients were used (based on one or two parameters, respectively) and a nonlinear coefficient defined by a B-spline curve of third order (determined on the basis of experimental results). The analyses of numerical and experimental results indicated that the effectiveness of the positioning process is mostly influenced by nonlinearity of friction coefficient of the transported loads.

1. WSTĘP

Jednym z istotniejszych elementów modeli opisujących przebieg procesu manipulowania (np. pozycjonowania, sortowania) ładunkami jednostkowymi transportowanymi na przenośnikach jest identyfikacja tarcia suchego [4], [5], [6]. Obecnie

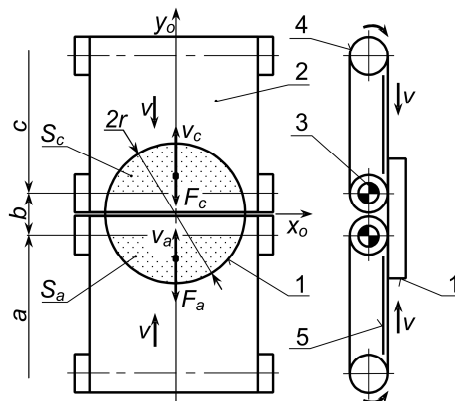
¹ Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, Zakład Inżynierii Poczty, POLSKA;
Bydgoszcz 85-796; ul. Kaliskiego 7. tel: + 48 52 340-81-45, E-mail: topiat@utp.edu.pl

w literaturze dotyczącej teorii tarcia suchego proponowanych jest wiele modeli. Różnią się one przede wszystkim podejściem w opisie procesów występujących w warunkach tarcia statycznego [1], [3], [7]. Ponadto, w stanie tarcia kinetycznego wykorzystywane są charakterystyki współczynników tarcia (w funkcji prędkości poślizgu ciał), które różnią się między sobą liczbą parametrów [2]. Wraz ze wzrostem złożoności współczynników tarcia i modeli tarcia zwiększają się trudności w wyznaczaniu większej liczby parametrów oraz wydłuża się czas symulacji numerycznych ruchu badanych układów mechanicznych.

Celem określenia wpływu przyjętego opisu sił tarcia na przebieg symulacji procesu manipulowania ciał przeprowadzono badania numeryczne i eksperymentalne. Na podstawie uzyskanych wyników badań możliwe będzie rozstrzygnięcie, który z modeli tarcia jest wystarczający do identyfikacji rozpatrywanego procesu bez utraty jego istotnych cech. Weryfikacja wyników badań numerycznych tarcia prowadzona jest na specjalnie skonstruowanym stanowisku laboratoryjnym przystosowanym do pozycjonowania ładunków jednostkowych układem dwóch przeciwbieżnie napędzanych taśm. Proces pozycjonowania odbywa się w warunkach zapewniających duży zakres zmian prędkości poślizgu ładunku względem powierzchni nośnej przenośnika – tj. warunkach typowych dla wysokowydajnych systemów przenośnikowych stosowanych w centrach logistycznych (transportujących ładunki z prędkością do 2,5 m/s).

2. MODEL RUCHU POZYCJONOWANEGO OBIEKTU UKŁADEM DWÓCH PRZECIWBIEŻNYCH PÓL SIŁ TARCIA

Na ruch obiektu transportowanego przenośnikiem składającym się z dwóch sekcji przeciwbieżnie napędzanych taśm (rys. 1) wpływ mają trzy strefy: strefy *a* i *c* związane z oddziaływaniem ciernym taśm oraz znajdująca się pomiędzy nimi neutralna strefa *b* pozbawiona powierzchni nośnej. W zależności od wymiarów i położenia ładunków oraz długości strefy *b* ładunek może znajdować się w kontakcie z jedną, dwiema lub jednocześnie ze wszystkimi strefami.



Rys. 1. Schemat sił działających na obiekt pozycjonowany układem przeciwbieżnych pól sił tarcia: 1 – badany obiekt, 2 – taśma przenośnika, 3 – układ napędzanych rolek, 4 – rolka napinająca, 5 – łoże; v – prędkość liniowa, F_a i F_c – siła tarcia wywierana na obiekt w strefie *a* i *c*, v_a i v_c – prędkość poślizgu obiektu w strefie *a* i *c*,

S_a i S_c – powierzchnia kontaktu obiektu w strefie a i c , r – promień obiektu,
 b – długość strefy przenośnika pozbawiona powierzchni nośnej

W modelu fizycznym procesu pozycjonowania ładunków założono, iż:

- przebieg procesu pozycjonowania obiektu rozpatrywany jest jako ruch o jednym stopniu swobody – wzdłuż osi y_o (w prostokątnym układzie odniesienia $Ox_o y_o$),
- ładunek w rzucie prostokątnym na płaszczyznę przenośnika posiada kształt okręgu; kształt okręgu minimalizuje tendencję obiektu do wykonywania ruchu obrotowego wokół własnej osi (podczas pozycjonowania),
- strefy tarcia przenośnika a i c leżą w jednej płaszczyźnie, rolki przenośnika pozbawione są błędu bicia promieniowego,
- wymiar b określający odległość pomiędzy osiami napędzanych rolek jest znacznie mniejszy od wymiarów pozycjonowanych obiektów,
- ładunek traktowany jest jako ciało sztywne o równomiernie rozłożonej masie i posiada jednorodne właściwości cierne na całej powierzchni,
- pominięty jest wpływ zakłóceń przypadkowych,
- tarcie ślizgowe suche opisywane jest zgodnie z modelem Karnoppa [2] i LuGre [3],
- uwzględniono istnienie tarcia statycznego i kinetycznego, które może wystąpić w następujących konfiguracjach:
 - tarcie kinetyczne obiektu w strefie a oraz statyczne w strefie c ,
 - tarcie kinetyczne w strefie c oraz statyczne w strefie a .
 - jednoczesne tarcie kinetyczne obiektu we wszystkich strefach.

Na podstawie wyżej przyjętych ustaleń ruch obiektu powodowany układem dwóch przeciwnych sił tarcia (F_a i F_c – rys. 1) można opisać równaniem:

$$\ddot{y} = -\frac{F_a + F_c}{m} \quad (1)$$

gdzie:

F_a, F_c – siła tarcia wywierana na obiekt w strefie a i c ,
 m – masa obiektu.

Siły tarcia F_a, F_c zdefiniowano za pomocą statycznego modelu tarcia Karnoppa [2] i dynamicznego LuGre [3] w dwóch kolejnych podzdziałach.

2.1 Statyczny model tarcia Karnoppa

Równania opisujące siły tarcia F_a, F_c wywierane na obiekt (wg rys. 1 oraz [2]):

$$F_a = \begin{cases} F_{kin_a} \operatorname{sgn}(v_a) & \text{if } |v_a| > \varepsilon \\ \left. \begin{cases} -F_{kin_c} & \text{if } F_{stat_a} > F_{kin_c} \\ -F_{stat_a} \operatorname{sgn}(v_c) & \text{otherwise} \end{cases} \right\} \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$F_c = \begin{cases} F_{kin_c} \operatorname{sgn}(v_c) & \text{if } |v_c| > \varepsilon \\ \left. \begin{cases} -F_{kin_a} & \text{if } F_{stat_c} > F_{kin_a} \\ -F_{stat_c} \operatorname{sgn}(v_a) & \text{otherwise} \end{cases} \right\} \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

v_a, v_c – prędkość poślizgu obiektu względem taśmy przenośnika w strefie a i c :

$$v_a = -v + \dot{y}, \quad v_c = v + \dot{y} \quad (4)$$

v – prędkość taśmy przenośnika,

F_{stat_a}, F_{stat_c} – siła tarcia statycznego wywierana na obiekt w strefie a i c :

$$F_{stat_a} = \mu_{stat} \frac{mg}{S_a + S_c} S_a, \quad F_{stat_c} = \mu_{stat} \frac{mg}{S_a + S_c} S_c \quad (5)$$

F_{kin_a}, F_{kin_c} – siła tarcia kinetycznego wywierana na obiekt w strefie a i c :

$$F_{kin_a} = \mu_{kin} \frac{mg}{S_a + S_c} S_a, \quad F_{kin_c} = \mu_{kin} \frac{mg}{S_a + S_c} S_c \quad (6)$$

g – przyspieszenie ziemskie,

ε – prędkości progowa, poniżej której prędkość poślizgu traktowana jest jako zero,

μ_{stat}, μ_{kin} – współczynnik tarcia statycznego i kinetycznego,

S_a, S_c – powierzchnia kontaktu ładunku ze strefą tarcia a i c .

2.2 Dynamiczny model tarcia LuGre

Równania opisujące siły tarcia $F_{(i)}$ wywierane na obiekt w strefach tarcia $i=a,c$ (wg rys. 1 oraz [3]):

$$F_{(i)} = \sigma_{0(i)} z_{(i)} + \sigma_{1(i)} \dot{z}_{(i)} + \sigma_{2(i)} v_{(i)} \quad (7)$$

gdzie:

$$s_{(i)}(v_{(i)}) = \begin{cases} \frac{F_{kin_ (i)} + (F_{stat_ (i)} - F_{kin_ (i)}) \exp\left(-\left(v_{(i)}/v_s\right)^2\right)}{\sigma_{0(i)}} & \text{if } S_{(i)} > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

$$\dot{z}_{(i)} = \begin{cases} v_{(i)} - \frac{|v_{(i)}|}{s_{(i)}(v_{(i)})} z_{(i)} & \text{if } S_{(i)} > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

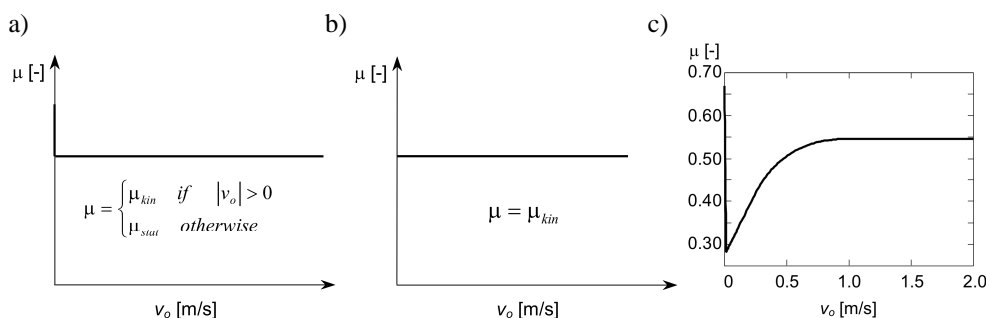
$$\sigma_{0(i)} = \sigma_0 \frac{S_{(i)}}{S_a + S_c}, \quad \sigma_{1(i)} = \sigma_1 \frac{S_{(i)}}{S_a + S_c} \quad (10)$$

Opis wielkości $F_{kin}, F_{stat}, v_a, v_c, S_a$ i S_c występujących w powyższych równaniach pokrywa się z opisem podanym w poprzednim podrozdziale.

3. SYMULACJA PRZEBIEGU PROCESU POZYCJONOWANIA

W badaniach symulacyjnych zastosowany jest dynamiczny model tarcia LuGre oraz statyczny Karnoppa. W modelu Karnoppa wykorzystane są dwa klasyczne opisy współczynnika tarcia definiowane dwoma i jednym parametrem (rys. 2a i b) oraz krzywoliniowy współczynnik tarcia określony krzywą B-sklejaną trzeciego stopnia (wyznaczony na podstawie badań eksperymentalnych – rys. 2c, przeprowadzonych na stanowisku laboratoryjnym przedstawionym na rys. 1). Na potrzeby opisu prowadzonych badań przyjęto, że model tarcia LuGre oraz Karnoppa uwzględniający opis współczynnika tarcia wg rys. 2a i rys. 2b identyfikowane są odpowiednio jako: model 1, model 2 i model 3. Występujące w tych modelach parametry wynoszą: $\mu_{stat}=0.15$, $\mu_{kin}=0.1$, $\varepsilon=10^6$ m/s, $v_s=0,001$ m/s, $\sigma_0=10^5$ N/m, $\sigma_1=(10^5)^{0.5}$ Ns/m [1], $\sigma_2=0$ Ns/m, $m=1$ kg, $r=0.15$ m,

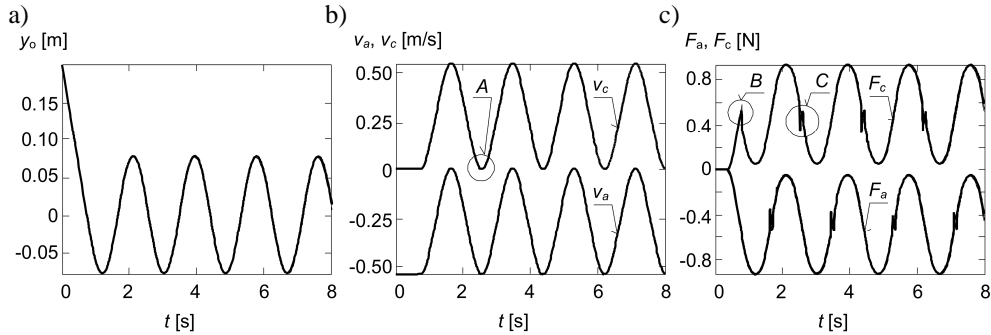
$b=0.06$ m, $v=0.26$ m/s, $y_{o(0)}=0.2$ m, $\dot{y}_{o(0)}=-v$. Wyniki symulacji numerycznej uwzględniającej w modelu Karnoppa krzywoliniowy współczynnik tarcia (wg rys. 2c) przedstawione są w rozdziale 4.



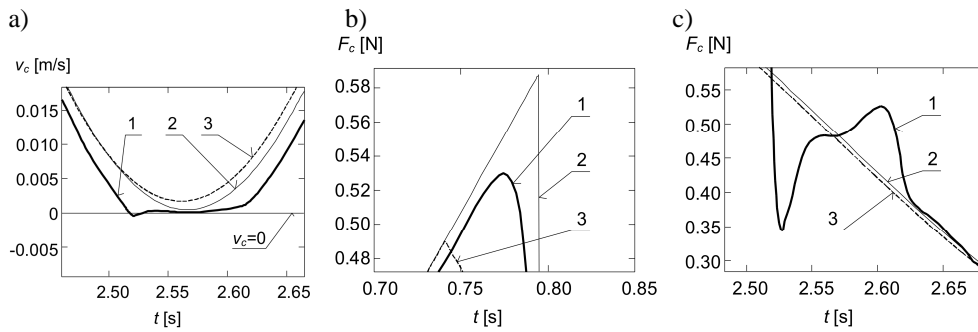
Rys. 2. Współczynnik tarcia suchego w funkcji prędkości poślizgu: a) zależny od dwóch parametrów, b) zależny od jednego parametru, c) modelowany krzywą B-sklejaną trzeciego stopnia; współrzędne punktów kontrolnych krzywej sklejaney: $P=[0 \ 0.014 \ 0.015 \ 0.465 \ 1.5 \ 2.0; 0.670 \ 0.282 \ 0.282 \ 0.545 \ 0.545 \ 0.545]$

Wyniki symulacji procesu pozycjonowania (wg modeli 1, 2 i 3) przedstawione są na rys. 3 i rys. 4. Linia ciągłą grubą oznaczono dane odnoszące się do modelu 1, cienką do modelu 2, a przerywaną – do modelu 3. Na rys. 3 linie te niemalże się pokrywają i są trudne do zidentyfikowania. Istotne różnice pomiędzy poszczególnymi liniami ujawniają się dopiero po powiększeniu wybranych szczegółów – przedstawionych są na rys. 4. Z analizy rys. 3 oraz powiększeń szczegółów prezentowanych na rys. 4 wynika, że podczas symulacji procesu pozycjonowania obiektu na podstawie modelu 1 zjawisko stick-slip występuje cyklicznie – naprzemiennie na poszczególnych taśmach. Świadczą o tym zaburzenia przebiegów sił tarcia F_a i F_c przedstawione na rys. 3c i rys. 4c oraz przebieg prędkości poślizgu – na rys. 4a. W przypadku symulacji uwzględniającej modele 2 i 3 ruch pozycjonowanego obiektu odbywa się w warunkach tarcia kinetycznego. Prędkość poślizgu ładunku (rys. 4a) nigdy nie osiąga wartości poniżej wartości prędkości progowej ε (traktowanej jako brak poślizgu). Powyższe stwierdzenie nie dotyczy oczywiście początkowego przebiegu symulacji, gdy tarcie statyczne wywołane jest warunkami początkowym, np. przyjmując: $y_{o(0)}=0.2$ m, $\dot{y}_{o(0)} = -v$.

W przypadku przechodzenia obiektu ze stanu tarcia statycznego w kinetyczne (występującego w początkowym przebiegu symulacji) każdy z badanych modeli wykazuje inną wartość maksymalnej siły tarcia statycznego i w innej chwili (rys. 4b). Zgodnie z oczekiwaniami, największa osiągnięta wartość siły tarcia statycznego odnosi się do modelu 2, najmniejsza do modelu 3, a pośrednia do modelu 1. Wartość siły tarcia statycznego charakteryzująca model 1 uzależniona jest od prędkości narastania siły zewnętrznej (*efekt of break-away force* – [1]).



Rys. 3. Symulacja procesu pozycjonowania obiektu: a) tor ruchu, b) prędkość poślizgu v_a i v_c , c) siła tarcia F_a i F_c ; $\mu_{kin}=0.1$, $\mu_{stat}=0.15$, $v_s=0,001$ m/s, $\sigma_0=10^5$ N/m, $\sigma_1=(10^5)^{0.5}$ Ns/m [1], $\sigma_2=0$ Ns/m, $m=1$ kg, $r=0.15$ m, $b=0.06$ m, A, B, C – szczegóły przedstawione na rys. 4



Rys. 4. Symulacja ruchu ciała z tarciem suchym: a) szczegół A z rys. 3b w powiększeniu, b) szczegół B z rys. 3c w powiększeniu, c) szczegół C z rys. 3c w powiększeniu; 1 – model LuGre, 2 – model Karnoppa ze wsp. tarcia wg rys. 2a, 3 – model Karnoppa ze wsp. tarcia wg rys. 2b

Przedstawione różnice pomiędzy wynikami symulacji badanych modeli tarcia nie mają wpływu na uzyskanie wspólnego efektu końcowego: pozycjonowany obiekt nie wykazuje tłumienia w ruchu oscylacyjnym. Brak wygasania ruchu oscylacyjnego wskazywałby na porażkę zastosowanej idei pozycjonowania obiektów.

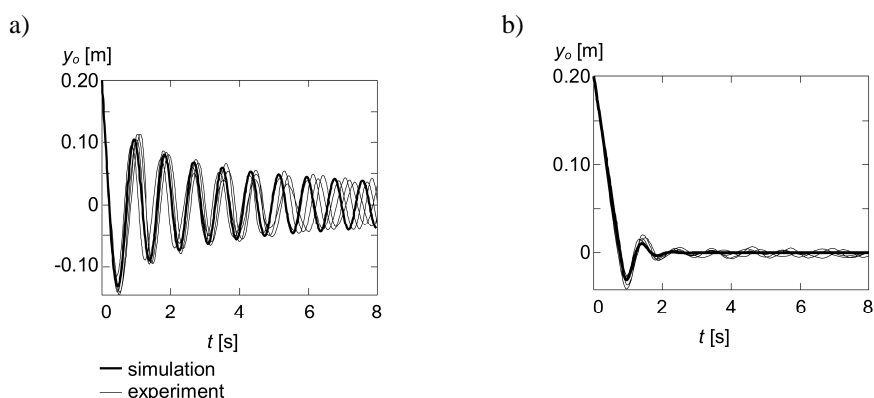
Uzyskanie odpowiedzi na pytanie, jak w rzeczywistości przebiega ruch obiektu pozycjonowanego układem przeciwbieżnych pól sił tarcia, wymaga przeprowadzenia badań eksperymentalnych – przedstawionych w następnym rozdziale.

4. WYNIKI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

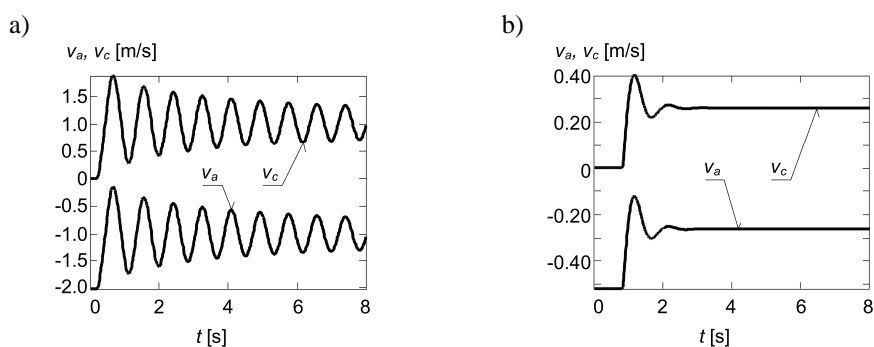
Na rys. 5 przedstawione są tory ruchu ładunku pozycjonowanego układem dwóch przeciwbieżnie napędzanych taśm przenośnika wyznaczone na podstawie badań eksperymentalnych i symulacji modelu Karnoppa (uwzględniającego wsp. tarcia wg rys. 2c). Dane dotyczące badań numerycznych reprezentowane są za pomocą linii grubej, a prób eksperymentalnych (pięciu) – za pomocą linii cienkich. Z analizy uzyskanych

wykresów wynika, iż wskutek oddziaływania układu przeciwbieżnych pól sił tarcia obiekt poddawany jest procesowi pozycjonowania realizując tłumiony ruch oscylacyjny. W przypadku zastosowania małej prędkości v taśm przenośnika obiekt realizuje szybko gasnący ruch oscylacyjny (rys. 5b) a w przypadku przyjęcia prędkości o większej wartości – występujący ruch oscylacyjny jest tłumiony znacznie mniej intensywnie (rys. 5a). Efekt tłumienia ruchu oscylacyjnego spowodowany jest znaczną nieliniowością przebiegu współczynnika tarcia kinetycznego występującą przy małych prędkościach poślizgu obiektu (rys. 2c). Podczas realizacji procesu pozycjonowania dominują warunki tarcia kinetycznego (rys. 6). Tarcie statyczne występuje tylko w początkowym przebiegu tego procesu.

Tor ruchu wyznaczony na podstawie symulacji modelu teoretycznego wykazuje zgodność z przebiegami torów rzeczywistych tylko w przypadku pierwszych cykli oscylacji (rys. 5). Brak pełnej zgodności pomiędzy torami ruchu obiektu rzeczywistymi i symulowanymi wynika z probabilistycznego charakteru współczynnika tarcia – właściwości cierne obiektu i taśmy mają charakter losowy, nie deterministyczny.



Rys. 5. Tor ruchu pozycjonowanego obiektu: a) dla $v=1.01$ m/s, b) dla $v=0.26$ m



Rys. 6. Prędkość poślizgu pozycjonowanego obiektu (wyznaczona na podstawie symulacji modelu Karnoppa uwzględniającego współczynnik tarcia wg rys. 2c): a) dla $v=1.01$ m/s, b) dla $v=0.26$ m

5. PODSUMOWANIE

W wyniku prowadzonych badań numerycznych i eksperymentalnych tarcia ładunków jednostkowych przemieszczanych na przenośnikach taśmowych sformułowano następujące uwagi końcowe:

- w opisie przebiegu procesu pozycjonowania obiektów (układem przeciwbieżnych pól sił tarcia) wystarczy zastosować klasyczny nieciągły model tarcia (np. Karnoppa [2]); rozpatrywany proces pozycjonowania przebiega głównie w warunkach tarcia kinetycznego, dzięki czemu ewentualne efekty przedpoślizgowe (uwzględniane w ciągłych modelach tarcia, np. LuGre [3] – bardziej skomplikowanych od modeli klasycznych) są mało znaczące,
- decydujący wpływ na symulowany tor ruchu pozycjonowanego obiektu ma krzywoliniowość charakterystyki współczynnika tarcia; klasyczne współczynniki tarcia opisane jednym lub dwoma parametrami nie są w stanie odtworzyć charakteru tłumionego ruchu oscylacyjnego obiektu uzyskiwanego podczas badań eksperymentalnych (przemieszczania ładunku układem przeciwbieżnych pól sił tarcia),
- silny charakter nieliniowy współczynnika tarcia (rys. 2c) w zakresie małych prędkości poślizgu powoduje, że podczas symulacji pozycjonowania obiektu układem przeciwbieżnych pól sił tarcia przebiegającego przy niewielkiej prędkości poślizgu występuje silne tłumienie ruchu oscylacyjnego obiektu, a przy większej prędkości poślizgu – tłumienie ruchu oscylacyjnego jest mniej intensywne.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2010 jako projekt badawczy.

6. LITERATURA

- [1] Canadus de Wit C., Olson H., Åström K.J., Lischinsky P., A new Model for control of systems with friction, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40/3, 1995, 419-425.
- [2] Kikuuwe R., Takesue N., Sano A., Mochiyama H., Fujimoto H., Fixed-step friction simulation: from classical Coulomb model to modern continuous models, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Edmonton, 2-6 Aug., Canada, 2005, 3910-3917.
- [3] Padthe A.K., Oh J., Bernstein D.S., On the LuGre model and friction-induced hysteresis, *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, Minneapolis, Minnesota, USA, June 14-16, 2006, 3247-3252.
- [4] Piątkowski T., Sempruch J.: Model of the process of load unit stream sorting by means of flexible active fence. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, doi:10.1016/j.mechmachtheory.2007.05.004, vol. 43/5, 2008, 549-564.
- [5] Piątkowski T., Sempruch J.: Proces pozycjonowania ładunków jednostkowych układem kierunkowo zorientowanych sił tarcia – propozycja modelu. W pracy zbiorowej pod redakcją prof. J. Wojnarowskiego, *Teoria maszyn i mechanizmów*, tom 1. Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra 2006, s.381-386.
- [6] Piątkowski T.: Identyfikacja dynamiczna procesu sortowania potoku ładunków jednostkowych zastawą aktywną o ruchu postępowym. *Logistyka* 6/2008, 281-286.
- [7] Tjahjowidodo T., Al-Bender F., Van Brussel H., Symens W., Friction characterization and compensation in electro-mechanical systems, *Journal of Sound and Vibration*, 308, 2007, 632-636.