

Anna STELMACH¹, Jerzy MANEROWSKI²

Politechnika Warszawska, Wydział Transportu
ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa

¹ ast@it.pw.edu.pl,

² jma@it.pw.edu.pl

IDENTYFIKACJA MODELU MATEMATYCZNEGO OPERACJI LĄDOWANIA SAMOLOTU

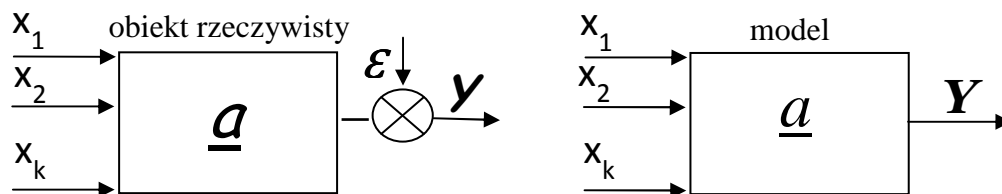
Streszczenie:

Obserwując dynamiczny wzrost ruchu lotniczego istotnym staje się zagadnienie ciągłej kontroli i monitorowania poszczególnych faz przelotu. Jedną z rozpatrywanych faz w tym procesie jest lądowanie samolotu. Na lotniskach komunikacyjnych operacje te odbywają się z częstotliwością od kilkudziesięciu sekund do kilku minut. Poprawność wykonywania tych złożonych procedur w czasie tej operacji ma istotny wpływ na przepustowość drogi startowej, liczbę operacji wykonywanych w rejonie lotniska a przede wszystkim na bezpieczeństwo pasażerów. Badanie i analiza tych procesów z przyczyn oczywistych nie mogą być wykonywane na obiektach rzeczywistych. W związku z tym dąży się do wykorzystania w analizie operacji zachodzących w rejonie lotniska narzędzi i metod komputerowych. Aby wykorzystać możliwości symulacji komputerowej konieczna jest znajomość modeli matematycznych tych operacji. Celem artykułu jest przedstawienie metody oraz wyznaczonego modelu z wykorzystaniem wyników z pokładowego rejestratora parametrów lotu samolotu. Tak opracowany model charakteryzuje się dużą dokładnością odwzorowania rzeczywistości. Zbudowane modele odwzorowujące rzeczywiste operacje samolotu w rejonie lotniska, będą mogły być wykorzystane w praktyce lotniczej

Słowa kluczowe: ruch lotniczy, komputerowa identyfikacja, modelowanie matematyczne

WPROWADZENIE

Dla badania ruchu lotniczego z wykorzystaniem metod symulacyjnych niezbędne są modele matematyczne i komputerowe o dużym stopniu dokładności odwzorowania rzeczywistych lotów. W związku z tym wymienione modele muszą być opracowane z wykorzystaniem wyników z rzeczywistych przebiegów lotu. Dane do opracowania tych modeli mogą stanowić wyniki rejestracji pokładowej. Alternatywą są modele opracowane na podstawie wyników obserwacji zewnętrznych oraz danych pozyskanych z radarów [7]. Komputerowa identyfikacja parametrów sprowadza się do wyznaczenia współczynników przyjętych postaci równań na podstawie pomiarów przeprowadzonych na rzeczywistym obiekcie [4]. Istotę identyfikacji przedstawiono na rys.1.



Rys. 1. Identyfikacja modelu rzeczywistego obiektu.

Parametrami wejściowymi modelu rzeczywistego obiektu dla*i*-tej chwili czasowej są x_1, x_2, \dots, x_k , a wyjściowymi Y .

$$Y_i = \underline{x}_i \underline{a} + \varepsilon_i \quad (1)$$

gdzie:

\underline{x} – macierz wierszowa o wyrazach $\underline{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_k]$,

\underline{a} – macierz kolumnowa parametrów równania $\underline{a}^T = [a_1, a_2, \dots, a_k]$,

ε_i – błąd pomiaru.

Dla tak zdefiniowanego modelu rzeczywistego obiektu, poszukuje się modelu jak na rys.1

$$Y_i = \underline{x}_i \underline{a} \quad (2)$$

Stosując metody komputerowej identyfikacji można wyznaczyć ilościowe i jakościowe wskaźniki dokładności odwzorowania rzeczywistości [4].

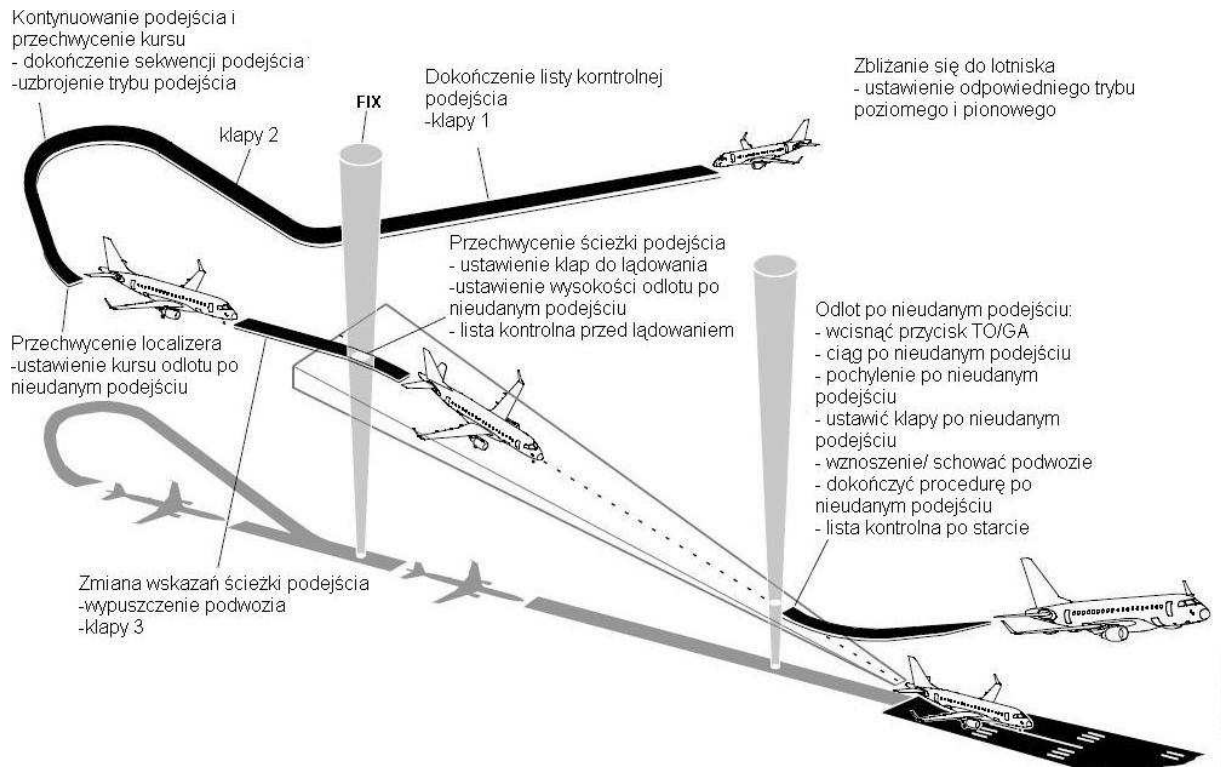
1. PRZYGOTOWANIE DANYCH DO IDENTYFIKACJI

Parametry lotu samolotu wykorzystywane do opracowania modelu zostały zarejestrowane na pokładowym rejestratorze eksploatacyjnym samolotu Embraer 170 [9]. Do parametrów tych należą m.in.: prędkość przyrządowa oraz względem ziemi, wysokość barometryczna, współrzędne geograficzne, kurs, kąt pochylenia i przychylenia, przyspieszenie podłużne i normalne, liczba Macha lotu, ciąg, położenie klap/podwozia, masę całkowitą samolotu. Wykorzystane do stworzenia modelu przebiegi czasowe parametrów lotu zarejestrowano w lotach do i z Lotniska Chopina w Warszawie, dla lądowania na drodze startowej 33 i przy wykorzystaniu tej samej procedury standardowego dolotu. Uwzględniono dane zarejestrowane od chwili osiągnięcia przez samolot prędkości 220 węzłów przy podejściu do lądowania. W ten sposób zdefiniowano początek fazy lądowania na potrzeby modelowania zależne od konfiguracji (położenia podwozia, klap, mechanizacji skrzydeł). Poszukiwany model uwzględnia segmenty fazy lądowania samolotu przedstawione w tab. 1. Na rys. 2 w formie graficznej przedstawiono schemat lądowania samolotu z wyróżnieniem charakterystycznych segmentów.

Tabela. 1. Opis poszczególnych segmentów fazy lądowania samolotu

Segment	Początek segmentu	Koniec segmentu
I	Prędkość przyrządowa 220 kt	Prędkość przyrządowa 180 kt
II	Prędkość przyrządowa stale równa 180 kt	
III	Prędkość przyrządowa równa 179 kt i stale się zmniejsza	Prędkość przyrządowa równa 160 kt
IV	Prędkość przyrządowa równa 159 kt i stale się zmniejsza	Prędkość przyrządowa równa 130 kt
V	Prędkość przyrządowa stale równa 130 kt	
VI	Prędkość przyrządowa równa 129 kt i stale się zmniejsza	Prędkość przyrządowa zmniejsza się do wartości 30 kt

Źródło: opracowanie własne



Rys. 2. Schemat lądowania samolotu.

Źródło: opracowanie własne na podstawie [8].

Z punktu widzenia celu modelowania matematycznego w tym artykule interesujące są przebiegi czasowe prędkości lotu. Model odwzorowujący zmianę prędkości lotu V_{i+1} w chwili $i+1$ ma postać:

$$V_{i+1} = \underline{x}_i \underline{a} \quad (3)$$

gdzie:

\underline{x}_i – wierszowa macierz wejść dla i -tej chwili czasowej o wyrazach,

$$\underline{x}_i = [x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, \dots, x_{7i}] = [1, t_i, t_i^2, s_i, t_i s_i, V_{i-1}, V_i] \quad (4)$$

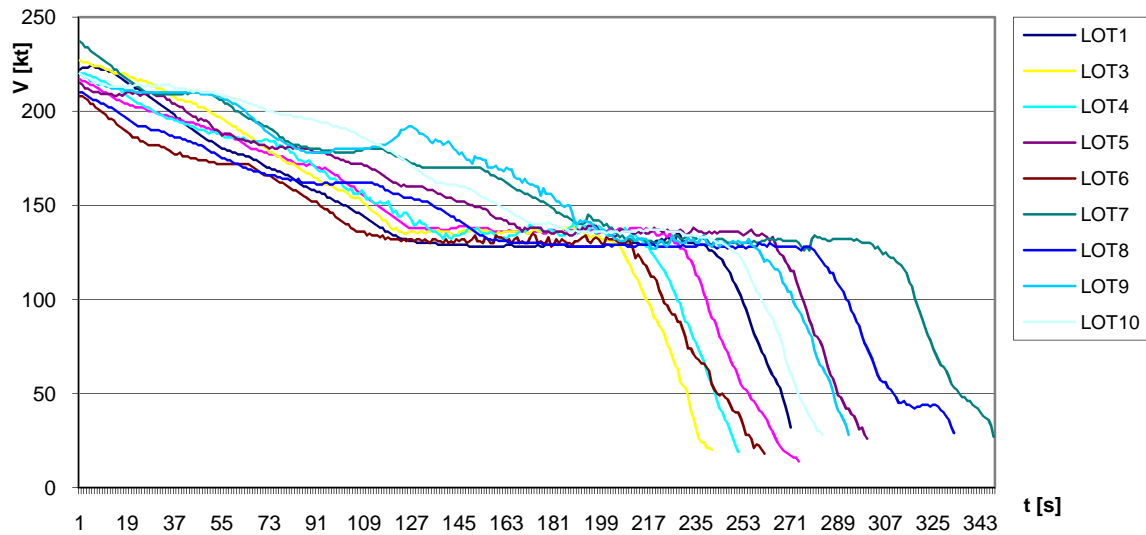
\underline{a} – poszukiwany wektor parametrów modelu (3) postaci;

$$\underline{a}^T = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_7] \quad (5)$$

t_i – i -ta chwila czasowa lotu [s],

s_i – numer segmentu dla i -tej chwili czasowej ; $s = 1, 2, \dots, 6$; $i = 1, 2, \dots, N$.

Przykładowe przebiegi czasowe zmian prędkości lotu zarejestrowanej przez przyrządy pokładowe podczas lądowania danego typu samolotu przedstawiono na rys. 3 i 4.

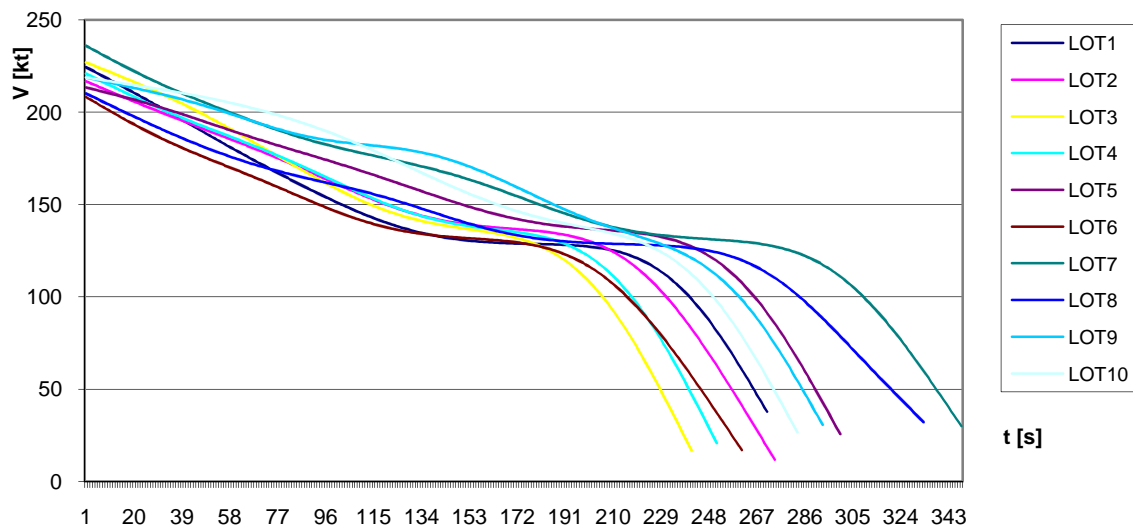


Rys.3 Przykładowe przebiegi czasowe prędkości przyrządowej lotu samolotu podczas lądowania dla wybranych lądowań samolotu.

Źródło: opracowanie własne.

Niżej przedstawiono kolejne etapy przygotowania danych do identyfikacji.

1. Wygładzanie przebiegów czasowych prędkości lotu



Rys.4. Wygładzone przebiegi czasowe prędkości przyrządowej lotu samolotu podczas lądowania dla wybranych lądowań samolotu.

Źródło: opracowanie własne.

Zastosowano tu wygładzanie wielomianowe. Parametry wielomianu wyznaczono na podstawie danych z rejestracji, wielomianu 2 stopnia w kolejnych 100 wygładzeniach (wartość wielomianu w połowie przedziału uznaje się za wartość przebiegu wygładzonego). Następnie buduje się kolejny wielomian przesunięty o 1 punkt pomiarowy powtarzając operację jak wyżej.

2. Normalizacja

Ze względów numerycznych korzystne jest zastosowanie do modelowania przebiegów parametrów znormalizowanych (sprowadzonych do przebiegów o wartościach z przedziału (0-1)). Przedstawiają to niżej podane wzory.

Wartość unormowana przebiegów \bar{x}_{li} w poszczególnych chwilach lotu określona jest następująco:

$$\bar{x}_{li} = \frac{x_{li} - x_{1min}}{\Delta x_1} \quad (6)$$

gdzie:

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$\Delta x_1 = x_{1max} - x_{1min}$$

Zależność odwrotna ma wzór

$$x_{li} = \Delta x_i \cdot \bar{x}_{li} + x_{1min}$$

Analogiczne zależności określają pozostałe unormowane wyrazy macierzy (4) i unormowane prędkości lotu.

2. IDENTYFIKACJA MODELU

Parametry modelu dla danych normowanych wyznaczyć można z zależności poniższego równania [4,6]

$$\underline{a} = (\underline{U}^T \underline{U})^{-1} \underline{U}^T \underline{Y} \quad (7)$$

gdzie przez \underline{U} oznaczono macierz, która w kolejnych wierszach zawiera parametry \underline{x}_i lotu w kolejnych chwilach czasowych (1, 2..., N), przy czym przez N oznaczono liczbę rozpatrywanych chwil czasowych [4]

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} 1, \bar{t}_1, \bar{t}_1^2, \bar{s}_1, \bar{t}_1 s_1, \bar{V}_0, \bar{V}_1 \\ 1, \bar{t}_2, \bar{t}_2^2, \bar{s}_2, \bar{t}_2 s_2, \bar{V}_1, \bar{V}_2 \\ \dots \\ 1, \bar{t}_i, \bar{t}_i^2, \bar{s}_i, \bar{t}_i s_i, \bar{V}_{i-1}, \bar{V}_i \\ \dots \\ 1, \bar{t}_{N-1}, \bar{t}_{N-1}^2, \bar{s}_{N-1}, \bar{t}_{N-1} s_{N-1}, \bar{V}_{N-2}, \bar{V}_{N-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$Y^T = [V_2, V_3, \dots, V_N]$$

Z uwagi na sposób wyznaczania współczynników równań modelu traktuje się je jako zmienne losowe. Interesujące informacje o dokładności odwzorowania przez model rzeczywistego lotu dają wyznaczone ilościowe i jakościowe wskaźniki. Podstawą ich określania są różnice pomiędzy wyjściami modelu i obiektu. Wyrażenia określające wskaźniki jakości identyfikacji wyznaczone przy założeniu, że zakłócenia charakteryzują się: rozkładem normalnym, zerową wartością średnią, są stochastycznie niezależne i mają stałą wariancję.

Tabela 2. Wyniki identyfikacji dla wybranych lądowań samolotów.

Lp.	stała	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	t_n	Uogólniony współczynnik korelacji ρ	Wariancja resztkowa σ^2
Lot1	-0,19360E+00	-0,63944E+00	0,24331E+01	0,65867E+00	-0,18038E+01	-0,41821E-02	0,12228E+01	7,7143E-01	0,9785E+00	0,34591414E-01
Lot2	-0,31563E+00	-0,43502E+00	0,29905E+01	0,59395E+00	-0,22073E+01	0,68773E-01	0,13664E+01	7,8000E-01	0,9849E+00	0,33328801E-01
Lot3	-0,29011E+00	-0,23829E+00	0,27611E+01	0,43177E+00	-0,18611E+01	0,42092E-01	0,13200E+01	6,8571E-01	0,9947E+00	0,20677626E-01
Lot4	-0,38425E+00	-0,15282E+00	0,27969E+01	0,44323E+00	-0,19549E+01	0,46542E-01	0,14351E+01	7,1429E-01	0,9928E+00	0,22255119E-01
Lot5	0,56486E-01	-0,50534E+00	0,20579E+01	0,48007E+00	-0,17837E+01	0,53377E-01	0,93819E+00	8,5429E-01	0,9679E+00	0,42939603E-01
Lot6	-0,26092E+00	-0,49293E+00	0,28868E+01	0,54066E+00	-0,19927E+01	0,69118E-01	0,13167E+01	7,4286E-01	0,9865E+00	0,29032834E-01
Lot7	0,21944E+00	-0,28378E+00	0,50813E+00	0,18839E+00	-0,53056E+00	0,60079E-02	0,76849E+00	9,9143E-01	0,9681E+00	0,45871466E-01
Lot8	0,62845E-01	-0,33708E+00	0,10217E+01	0,34678E+00	-0,98239E+00	0,29819E-01	0,92692E+00	9,4857E-01	0,9599E+00	0,45469336E-01
Lot9	-0,25992E+00	-0,34563E+00	0,20892E+01	0,94577E-01	-0,11915E+01	0,57317E-01	0,12968E+01	8,3429E-01	0,9790E+00	0,37198767E-01
Lot10	-0,22138E+00	-0,56601E+00	0,26666E+01	0,55232E+00	-0,19790E+01	0,68337E-01	0,12557E+01	8,0571E-01	0,9818E+00	0,36470737E-01

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Przedziały ufności dla wybranych lądowań samolotów.

Lp.	Δ stała	Δa_1	Δa_2	Δa_3	Δa_4	Δa_5	Δa_6
Lot1	0,10125E+00	0,16807E+00	0,27722E+00	0,10126E+00	0,23790E+00	0,76799E-01	0,13461E+00
Lot2	0,69316E-01	0,14366E+00	0,26344E+00	0,69443E-01	0,22106E+00	0,77123E-01	0,10863E+00
Lot3	0,50472E-01	0,10912E+00	0,14676E+00	0,41032E-01	0,12270E+00	0,45740E-01	0,70317E-01
Lot4	0,54357E-01	0,11730E+00	0,16077E+00	0,44084E-01	0,13255E+00	0,50579E-01	0,77775E-01
Lot5	0,95670E-01	0,16357E+00	0,36433E+00	0,11806E+00	0,33421E+00	0,10078E+00	0,14728E+00
Lot6	0,59932E-01	0,14268E+00	0,21648E+00	0,57183E-01	0,18406E+00	0,70085E-01	0,98265E-01
Lot7	0,10920E+00	0,16604E+00	0,31073E+00	0,14007E+00	0,33196E+00	0,97440E-01	0,14818E+00
Lot8	0,91747E-01	0,16671E+00	0,36367E+00	0,14317E+00	0,36232E+00	0,10878E+00	0,15109E+00
Lot9	0,13908E+00	0,15071E+00	0,31259E+00	0,14105E+00	0,30966E+00	0,85443E-01	0,17815E+00
Lot10	0,11292E+00	0,14516E+00	0,32710E+00	0,11474E+00	0,29766E+00	0,83825E-01	0,15127E+00

Źródło: opracowanie własne.

Do sprawdzenia czy różnice te charakteryzują się rozkładem normalnym, można wykorzystać np. test zgodności Kołmogorowa [6].

Przykładowo niżej zamieszczono wyniki identyfikacji.

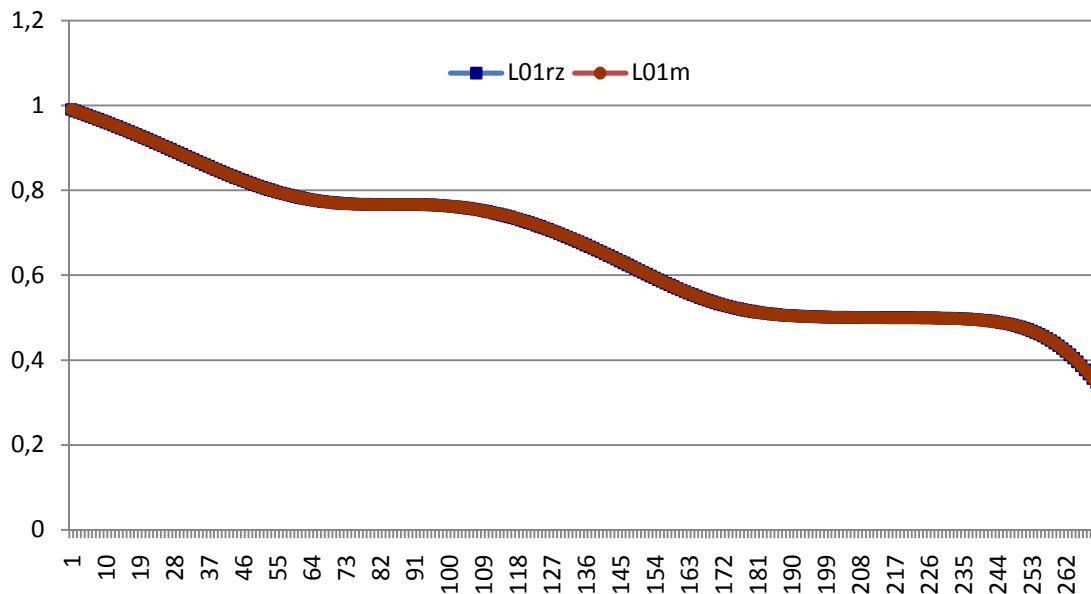
W tabeli 2 podano dla 10 lotów wyznaczone parametry modelu \underline{a} . W tabeli podano również wskaźniki jakości odwzorowania tj. uogólniony współczynnik korelacyjny ρ oraz wariancję resztkową σ^2 .

W tabeli 3 z kolei zamieszczono przedziały ufności Δa_i parametrów a_i i macierzy \underline{a} .

W tabeli i na wykresach podano czasy trwania etapu lądowania. Z przedstawionych danych wynika iż model dobrze odwzorowuje rzeczywisty lot.

Z punktu widzenia jakości odwzorowania rzeczywistych lotów samolotów interesujące jest sprawdzenie stabilności modelu.

Sprawdzono to następująco: dla warunków początkowych V_1 i V_2 oraz sterowania w postaci segmentów i czasu trwania fazy lądowania. Liczone są chwilowe wartości prędkości lotu. Należy tu podkreślić, że są to kolejne wartości z modelu a nie dane użyte do identyfikacji. Wyniki przedstawiono na rysunku 5. Widać tu, iż model poprawnie odwzorowuje lot rzeczywistych samolotów.



Rys.5 Odwzorowanie lotu rzeczywistego samolotu w fazie lądowania.

Źródło: opracowanie własne.

PODSUMOWANIE

Przedstawiony przykład potwierdza, że metody komputerowej identyfikacji mogą być z powodzeniem stosowane w tworzeniu modelu odwzorowującego lot samolotu. Przy analizie odpowiednio dużej liczby parametrów możliwe jest odwzorowanie dynamiki lotu samolotu w dowolnej fazie lotu, lub w całym przebiegu lotu. Podstawą są wyznaczone parametry modeli – parametry modelu oraz współrzędne toru lotu. Uzyskana w ten sposób postać modelu charakteryzuje się korzystniejszymi wartościami współczynników jakości identyfikacji. Tak opisany modelem matematycznym lot samolotu może posłużyć do wielu celów, na przykład do budowy modeli symulujących lot, badania przepustowości drogi startowej, oceny przebiegu lotu. Dla użytkowników statków powietrznych – w zakresie

zachowania procedur, bezpieczeństwa lotu, oceny sterowania samolotem. Dla Służby Żeglugi Powietrznej - uszczegółowienie charakterystycznych segmentów faz lotu dla określenia przebiegów czasowych i toru lotu w przestrzeni powietrznej z uwzględnieniem odchyłeń od przebiegów uśrednionych. Dla Zarządzających Portami Lotniczymi - planowanie efektywnego wykorzystania infrastruktury lotniskowej.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Aneks 14 – ICAO – Aerodromes volume aerodrome design and operations. Wydanie 4, 2004.
- [2] Aerodata EU –OPS Regulatory Compliance Statement, Wydawnictwo AeroData, Inc.,Scottsdale 2008.
- [3] ERJ170 Airplane Flight Manual, Wydawnictwo Empresa Brasileira de Aeronautica S.A.,2004.
- [4] Manerowski J.: Identyfikacja modeli dynamiki ruchu sterowanych obiektów latających, Wydawnictwo Naukowe Akson, Warszawa, 1999.
- [5] Manerowski J.: Modelling of aircraft dynamics using manoeuvrability characteristics, "Recent research and design progress in aeronautical engineering and its influence on education", Biul. 6, (1997), PW Wyd. MEL, 242-246.
- [6] Mańczak K.: Metody identyfikacji wielowymiarowych obiektów sterowania, WNT, Warszawa, 1983.
- [7] Malarski M.: Inżynieria ruchu lotniczego, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2006.
- [8] Operations Manual part B rev18 ERJ170 Quick Reference Handbook, Wydawnictwo Empresa Brasileira de Aeronautica S.A., 2008.
- [9] Operations Manual part B rev18 ERJ170 v2, Wydawnictwo Empresa Brasileira de Aeronautica S.A., 2008.
- [10] PN – 83 L – 01010.02 Mechanika lotu samolotów i szybowców.
- [11] Procedura B, PL 8168, "Operacje Statków Powietrznych", tom 1.

MATHEMATICAL MODELING OF THE LANDING OPERATION OF AN AIRCRAFT

Abstract:

While observing the dynamic increase in the intensity of the air traffic, the issue of constant controlling and monitoring every individual operation carried out during the flight process becomes a vital matter. One of the most significant operations in this process is the aircraft's take-off and landing procedure. On the airports such procedures are observed quite frequently, with a rate of several dozen seconds up to few minutes. The correctness of carrying out the mentioned guidelines has a crucial impact on the traffic capacity of the runway, number of operations completed within the area of the airport and, above all, safety of the passengers. The research and analysis of these processes cannot, for obvious reasons, be done on objects in real conditions. Therefore, there is a tendency to use IT tools and methods for the purpose of the analysis of the operations which occur in the area of the airport. In order to make use of the computer simulation it is essential to have mathematical models of these operations. The purpose of this article is to create models for particular stages of the landing operation and to identify elementary models of these stages basing on parameters recorded by the board flight recorder. The created mathematical and computer models (for simulation research), reproducing the aircraft's real operations in the area of the airport, shall be used for automatization of the operations conducted in the airport's area.

Key words: air traffic, computer identification, mathematical modeling.