

JASTRIEBOW Aleksander¹
SŁOŃ Grzegorz²

RELACYJNE MAPY KOGNITYWNE W INTELIGENTNYM MODELOWANIU UKŁADÓW NIEPRECYZYJNYCH

Praca poświęcona syntezie i analizie ostrych i rozmytych relacyjnych map kognitywnych w modelowaniu inteligentnym układów nieprecyzyjnych. Proces syntezy został przedstawiony w postaci pewnego algorytmu działań. Na potrzeby rozwiązywania problemów ostrych opracowano algorytmy gradientowej optymalizacji parametrycznej, a dla rozmytych – pewne metody losowe. Przytoczono wybrane wyniki realizacji opracowanych metod dla konkretnych układów.

RELATIONAL COGNITIVE MAPS IN INTELLIGENT MODELING IMPRECISE SYSTEMS

The paper is devoted to the synthesis and analysis of crisp and fuzzy relational cognitive maps in intelligent modeling of imprecise systems. The synthesis process was presented in the form of certain algorithm of operations. For the needs of solving crisp problems there were elaborated algorithms of gradient parametrical optimization and for fuzzy ones – certain random methods. Selected results of realization of designed methods for particular systems were adduced.

1. WSTĘP

Komputerowe systemy podejmowania decyzji w układach nieprecyzyjnych działają zwykle dwuetapowo [5]. Ich działanie polega na:

- opracowaniu odpowiedniego modelu analizowanego obiektu w ramach jego otoczenia,
- zastosowaniu adekwatnej metody decyzyjnej.

Z uwagi na fakt, że charakterystyki analizowanych układów i ich otoczenia często nie są w pełni znane (brak pełnej informacji lub trudne do opracowania modele deterministyczne, niemożność uzyskania pełnych danych pomiarowych, itp.), podejmowanie ww. działań jest znacznie utrudnione. W związku z tym zaproponowano stosowanie rozmytych relacyjnych

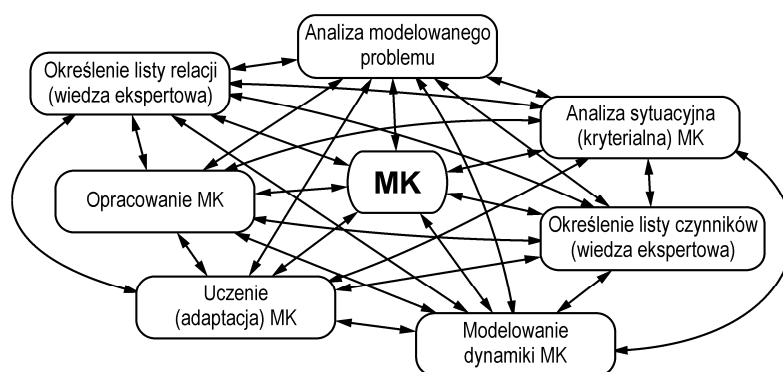
¹ Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki; 25-314 Kielce;
al. Tysiąclecia P. P. 7; Tel.: +48 41 34-24-239, Faks: +48 41 34-24-214, E-mail: jastri@tu.kielce.pl
Politechnika Radomska, Wydział Nauczycielski; 26-600 Radom; ul. Malczewskiego 29;
Tel.: 48 361-78-50

² Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki; 25-314 Kielce;
al. Tysiąclecia P. P. 7; Tel.: +48 41 34-24-222, Faks: +48 41 34-24-214, E-mail: enega@tu.kielce.pl

map kognitywnych, które charakteryzują się następującymi cechami:

- wygodne przedstawienie analizowanego problemu,
- duża elastyczność w doborze czynników i relacji,
- prosta graficzna interpretacja charakteru modelu.

Modelowanie oparte na mapach kognitywnych (MK) może być z powodzeniem stosowane przy syntezie i analizie modeli obiektów w warunkach pewnej nieprecyzyjności (np. niepełnej, niepewnej lub trudnej do standardowego analizowania wiedzy) dotyczącej samego systemu, jego otoczenia lub metody decyzyjnej [1-7]. Główne elementy takiego modelowania schematycznie przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Ogólny schemat modelowania opartego na mapach kognitywnych (MK)

Rys. 1 faktycznie przedstawia pewną ideę działań podejmowanych podczas budowy konkretnej mapy kognitywnej. Proces ten stanowi również swoistą mapę kognitywną.

Pracę poświęcono syntezie i analizie oraz zastosowaniu relacyjnych map kognitywnych (ostrzych i rozmytych) w modelowaniu obiektów o określonej nieprecyzyjności, ze szczególnym uwzględnieniem procesu adaptacji parametrów relacji (rys. 1). Przy tym nieprecyzyjność może mieć charakter zarówno parametryczny jak i strukturalny [1, 5-6]. Przy nieprecyzyjności pierwszego typu zastosowano rozwiązanie oparte na gradientowej metodzie adaptacji parametrycznej. Dla typu drugiego opracowano pewne podejście do uczenia (adaptacji) oparte na losowej optymalizacji funkcyjnej.

Opracowane algorytmy i techniki analizy i syntezy relacyjnych map kognitywnych zostaną zaprezentowane na przykładach budowy map dla konkretnych obiektów.

2. RELACYJNE MAPY KOGNITYWNE

Zadanie wyboru optymalnego modelu w postaci mapy kognitywnej obejmuje dwa etapy [1,6-7]:

- wybór struktury (liczby czynników, wstępnych parametrów pomiędzy nimi),
- wybór parametrów (uczenia).

Pod pojęciem relacyjnej mapy kognitywnej zwykle rozumie się parę [1-3,5-7]:

$$\langle \mathbf{X}, \mathbf{R} \rangle \quad (1)$$

gdzie: $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ – wektor wartości czynników (*concepts*) mapy kognitywnej,
 $\mathbf{R} = \{r_{ij}\}$, ($i, j = 1, \dots, n$) – macierz relacji między czynnikami X_i i X_j (parametry mapy); $r_{ij} \in [0, 1]$ lub $r_{ij} \in [-1, 1]$.

Model (1) wymaga pewnej konkretyzacji polegającej na wyborze równań dynamiki obiektu modelowanego oraz adaptacji parametrycznej przy ostrym i rozmytym podejściu [8].

2.1 Podejście ostre

Przy realizacji analizy wpływów dynamicznych w ostrym modelu (1) ogólne równania dynamiki mapy kognitywnej stanowią następujące wzory [8], z różnymi miejscami wprowadzania nieliniowości:

$$X_i(t+1) = X_i(t) + F\left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n r_{j,i} X_j(t)\right) \quad (2)$$

gdzie: $t = 0, \dots, T$; $X_i(0)$ – wartość zadana; $i = 1, \dots, n$,

$$X_i(t+1) = F\left(X_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n r_{j,i} X_j(t)\right) \quad (3)$$

gdzie: $t = 0, \dots, T$; $X_i(0)$ – wartość zadana; $i = 1, \dots, n$,

$$X_i(t+1) = X_i(t) + F\left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n r_{j,i} \cdot \Delta X_j(t)\right) \quad (4)$$

gdzie: $\Delta X_i(t) = X_i(t) - X_i(t-1)$; $X_i(0), X_i(-1)$ – zadane; $i = 1, \dots, n$,

$$X_i(t+1) = F\left(X_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n r_{j,i} \cdot \Delta X_j(t)\right) \quad (5)$$

gdzie: $\Delta X_i(t) = X_i(t) - X_i(t-1)$; $X_i(0), X_i(-1)$ – zadane; $i = 1, \dots, n$,

$$X_i(t+1) = F\left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n r_{j,i} \cdot \Delta X_j(t)\right) \quad (6)$$

gdzie: $\Delta X_i(t) = X_i(t) - X_i(t-1)$; $X_i(0), X_i(-1)$ – zadane; $i = 1, \dots, n$.

Przy tym funkcja $F(x)$ w (2)-(6) może być wybrana np. w postaci sigmoidalnej [8]:

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}} \quad (7)$$

gdzie: $\beta > 0$ – parametr,

Faktycznie funkcja $F(x)$ zapewnia stabilność modelu kognitywnego. Trzeba zauważyć, że w określonych sytuacjach można z niej zrezygnować.

2.2 Podejście rozmyte

Przy rozmytym modelowaniu dynamicznym nie stosuje się funkcji stabilizującej $F(x)$. Ostre modele (2)-(6) mogą być zamienione na następującą ogólną postać rozmytą [1]:

$$X_k(t+1) = X_k(t) \oplus \bigoplus_{i=1}^N [X_i(t) \ominus X_i(t-1)] \circ R_{i,k} \quad (8)$$

gdzie:

- k – numer rozpatrywanego czynnika wyjściowego ($k = 1, \dots, N$),
- t – czas dyskretny,
- N – liczba czynników,
- \oplus – operacja sumowania rozmytego,
- \ominus – operacja odejmowania rozmytego,
- $R_{i,k}$ – pojedyncza rozmyta relacja pomiędzy rozmytymi czynnikami o numerach i oraz k , odpowiadająca relacji $r_{i,k}$ z modelu ostrego,
- \circ – operacja maksymalnej kompozycji rozmytej.

3. OPTIMALIZACJA MODELI MAP KOGNITYWNYCH

Z poprzedniego rozdziału wynika kluczowe znaczenie problemu wyboru optymalnych parametrów mapy kognitywnej, w tym mocy relacji oraz metod rozmywania czynników i relacji. Poniżej przedstawiono pewne opracowania związane z rozwiązaniem tego problemu.

3.1 Adaptacja parametrów relacji modeli ostrych (2)-(6)

W niniejszej pracy wybrano metodę nadzorowaną, wykorzystującą kryterium optymalizacji opisane równaniem (9):

$$J(R) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \delta_i(t)^2 \rightarrow \min_R \quad (9)$$

gdzie: $\delta_i^2 = (z_i(t) - X_i(t))^2$;

$z_i(t)$ – zadana (wzorcowa) funkcja wartości zmian i -tego czynnika;

$X_i(t)$ – modelowana funkcja wartości zmian i -tego czynnika;

$i = 1, \dots, n$;

n – liczba czynników;

t – czas dyskretny ($t = 0, 1, \dots, T$).

Dla minimalizacji (9) można przyjąć algorytm adaptacji w postaci rekurencyjnej (dla $t \rightarrow t+1$):

$$r_{j,i}(t+1) = r_{j,i}(t) + \Delta J(t) \quad (10)$$

gdzie: $\Delta J(t)$ – zmiana wartości funkcji $J(t)$ w zależności od parametrów.

Przykładem $\Delta J(t)$ jest kierunek antygradientowy: $\Delta J(t) = -\text{grad } J(t)$, który można obliczyć dla $r_{j,i}$ w następujący sposób:

$$\text{grad } J(t) = -(z_i(t) - X_i(t)) \cdot y_{j,i} \quad (11)$$

gdzie: $y_{j,i}$ – funkcja wrażliwości wartości czynnika X_i na zmiany wartości $r_{j,i}$ ($j = 1, \dots, n$; $j \neq i$), wyznaczana zgodnie z (9):

$$y_{j,i} = \frac{\partial X_i}{\partial r_{j,i}} \quad (12)$$

Dla (11)-(12) algorytm (10) przybiera postać (13) [8]:

$$r_{j,i}(t+1) = r_{j,i}(t) + \eta \cdot \delta_i(t) \cdot y_{j,i}(t) \quad (13)$$

gdzie: $0 < \eta < 1$ – krok algorytmu.

Biorąc pod uwagę powyższe rozważania można sformułować układy równań dla adaptacji parametrycznej poszczególnych typów map kognitywnych. W pracy przedstawiono model symulacyjny dla mapy (3):

– *Model symulacyjny adaptacyjny (MSA2) dla mapy opisanej równaniem (3):*

$$\left\{ \begin{array}{l} X_i(t+1) = F \left(X_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n r_{j,i}(t) \cdot X_j(t) \right) \\ r_{j,i}(t+1) = r_{j,i}(t) + \eta \delta_i(t) \cdot y_{j,i}(t) \\ y_{j,i}(t+1) = (y_{j,i}(t) + X_j(t)) \cdot F' \left(X_j(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n r_{j,i}(t) X_j(t) \right) \\ i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n; \quad j \neq i; \quad 0 < \eta < 1; \quad t = 0, 1, \dots, T \end{array} \right. \quad (14)$$

Przy realizacji programowej modelu (14), w równaniu wrażliwości, podczas uczenia (adaptacji) można zastąpić bieżące wartości $X_j(t)$ ($j = 1, \dots, n$; $j \neq i$) dla ($i = 1, \dots, n$) (czynniki decydujące) wartościami znanymi (np. zmierzonymi) z_j ($j = 1, \dots, n$; $j \neq i$).

3.2 Optymalizacja parametrów rozmywania

Dynamikę rozmytej mapy kognitywnej opisano równaniem (8), w którym wybrano.

rozmytość typu gausoidalnego z funkcjami przynależności:

$$\mu_{X_i}(x) = e^{-\left(\frac{x - \bar{X}_i}{\sigma_i}\right)^2} \quad (15)$$

$$\mu_{R_{i,j}}(x_1, x_2) = e^{-\left(\frac{x_2 - r_{i,j}(x_1)}{\sigma_{i,j}}\right)^2} \quad (16)$$

gdzie: μ_{X_i} – funkcja przynależności wartości rozmytej i-tego czynnika; $\mu_{R_{i,j}}$ – funkcja przynależności relacji rozmytej pomiędzy czynnikami i-tym i j-tym; \bar{X}_i – centrum funkcji przynależności wartości rozmytej i-tego czynnika; σ_i – współczynnik rozrzutu (rozmytości) i-tego czynnika; x_1, x_2 – osie nośnika relacji rozmytej; $\sigma_{i,j}$ – współczynnik rozrzutu relacji rozmytej pomiędzy czynnikami i-tym i j-tym; $r_{i,j}$ – współczynnik mocy relacji rozmytej ($r_{i,j}(1)$ odpowiada mocy relacji ekwiwalentnego modelu ostrego).

Można określić następujące wektory nieznanych (z dokładnością do wiedzy ekspertów) parametrów:

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2]^T \quad (17)$$

gdzie: $\mathbf{Q}_1 = [\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_n, \bar{\sigma}_1, \dots, \bar{\sigma}_n]^T$; $\mathbf{Q}_2 = [\{r_{i,j}\}, \{\sigma_{i,j}\}]^T$; $i, j = 1, \dots, n$.

Dla optymalizacji wektora parametrów \mathbf{Q} wybrano kryterium (18):

$$J_2^w = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (X_i^w - \bar{d}_i)^2 \Rightarrow \min_{\mathbf{Q}} \quad (18)$$

gdzie: \bar{d}_i – założony (ostry) przebieg wartości i-tego czynnika,
 X_i^w – wyostrzona wartość i-tego czynnika.

Do rozwiązania (18) zastosowano metodę losowego poszukiwania [6] wg następującego algorytmu:

1. Wykonać t cykli obiegu sygnałów w ostrym modelu odniesienia – uzyskanie wartości odniesienia badanych czynników (można je też uzyskać w inny sposób, np. z wiedzy ekspertowej lub danych pomiarowych).
2. Wybrać początkowe wartości współczynników zmian parametrów Δr i $\Delta \sigma$.
3. Wykonać t cykli obiegu sygnałów w modelu rozmytym.
4. Wyznaczyć odchylenia wyostrzonych wartości czynników od ostrych wartości odniesienia (ustalonych w kroku 1).
5. Dla każdego z badanych czynników (np. X_p) i dla każdej relacji, poprzez którą pobiera on sygnały od innych czynników (np. $R_{i,p}$) zbadać, czy uda się uzyskać wartość czynnika bliższą wartości odniesienia po zwiększeniu lub zmniejszeniu mocy relacji $r_{i,p}$ o Δr . Jeśli tak, to należy przyjąć nową wartość $r_{i,p}$.
6. Dla każdego z badanych czynników (np. X_p) i dla każdej relacji, poprzez którą pobiera on sygnały od innych czynników (np. $R_{i,p}$) zbadać, czy uda się uzyskać wartość czynnika bliższą wartości odniesienia po zwiększeniu lub zmniejszeniu współczynnika rozrzutu

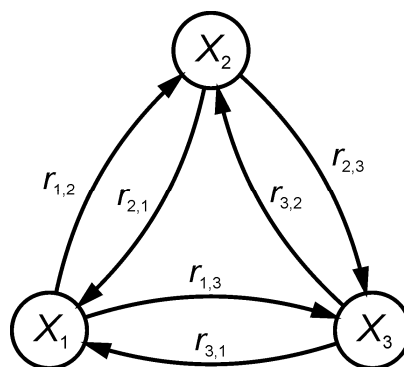
- $\sigma_{i,p}$ o $\Delta\sigma$. Jeśli tak, to należy przyjąć nową wartość $\sigma_{i,p}$.
7. Po dokonaniu modyfikacji wszystkich relacji rozmytych sprawdzić, czy osiągnięto założoną dokładność modelu. Jeśli nie, to należy wrócić do kroku 3. Jeśli zostanie to uznane za potrzebne, można także zmienić (zmniejszyć) wartości parametrów Δr i $\Delta\sigma$.
 8. Powtarzać ww. kroki aż do osiągnięcia założonego kryterium zakończenia algorytmu.

4. WYBRANE WYNIKI SYMULACJI

Poniżej przedstawiono wybrane wyniki symulacji dla ostrych i rozmytych modeli na konkretnych przykładach.

4.1 Symulacja modelu ostrego

Przedmiotem badań była przykładowa relacyjna mapa kognitywna złożona z 3 czynników (*concepts*), której ogólny schemat pokazano na rys. 2.



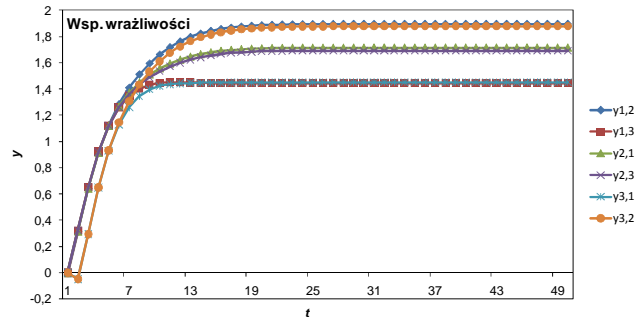
Rys. 2. Schemat blokowy badanej mapy kognitywnej ($n = 3$)

Wartości początkowe czynników przedstawia tab. 1.

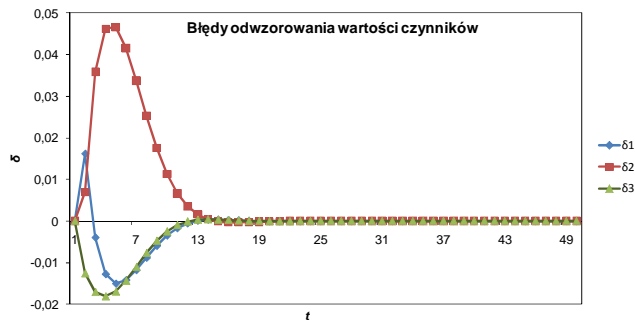
Tab. 1. Początkowe wartości czynników w procesie adaptacji

Czynnik	X_1	X_2	X_3
Wartość początkowa	0,5	0,5	-0,1

Wykonano symulację dla wartości współczynnika $\eta = 0,3$. Przedmiotem obserwacji były: wartości błędów odwzorowania czynników (δ_i) oraz wartości współczynników wrażliwości ($y_{i,j}$) w funkcji czasu dyskretnego. Uzyskane w wyniku symulacji przebiegi czasowe wartości obserwowanych wielkości przedstawiają rys. 3 i 4.



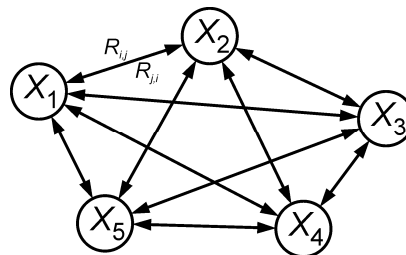
Rys. 3. Przebiegi czasowe wartości współczynników wrażliwości ($y_{i,j}$) w procesie adaptacji przy $\eta = 0,3$. t – czas dyskretny



Rys. 4. Przebiegi czasowe wartości błędów (δ_i) odwzorowania czynników w procesie adaptacji przy $\eta = 0,3$. t – czas dyskretny

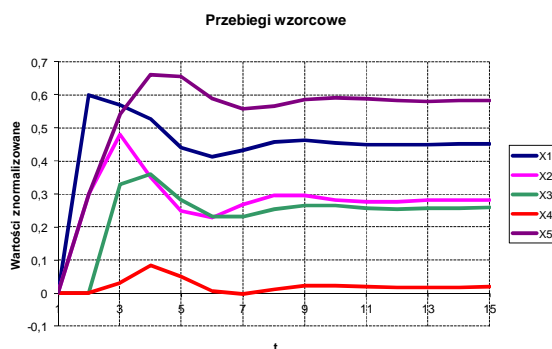
4.2 Symulacja modelu rozmytego

Rys. 5 przedstawia rozmytą relacyjną mapę kognitywną będącą przedmiotem adaptacji.



Rys. 5. Przykładowa mapa kognitywna, będąca przedmiotem badań. $X_1 - X_5$ – wartości czynników; $R_{i,j}$, $R_{j,i}$ – ogólne oznaczenia relacji rozmytych pomiędzy czynnikami; $i, j = 1, \dots, 5$.

Wzorcowe przebiegi czynników przedstawiono na rys. 6.



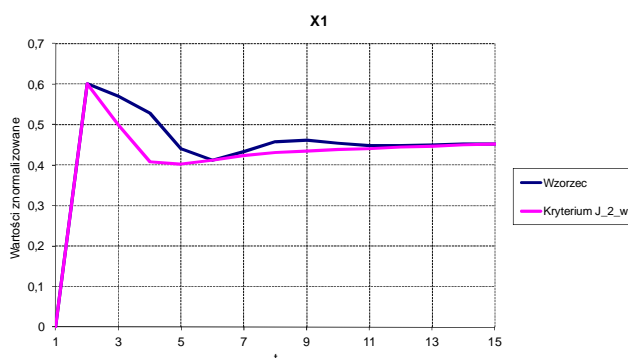
Rys. 6. Przebiegi wzorcowe wartości czynników.

Wartości początkowe (ostre) czynników przedstawia tab. 2.

Tab. 2. Wartości początkowe (ostre) czynników badanego modelu.

Czynnik	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Wartość	0,6	0,3	0	0	0,3

Wyniki adaptacji (dla czynnika X_1) dokonanej zgodnie z algorytmem przedstawionym w p. 3.2, przedstawia rys. 7.



Rys. 7. Porównanie przebiegów: wzorcowego i wyjściowego dla czynnika X_1 (oznaczenie Kryterium J_2_w dotyczy przebiegu uzyskanego z uwzględnieniem kryterium (21)).

5. WNIOSKI

W pracy przedstawiono wyniki syntezy i optymalizacji modelu relacyjnego mapy kognitywnej w ostrej i rozmytej postaci. Opisano dynamikę takich modeli. Opracowano algorytmy parametrycznej adaptacji (uczenia) modelu na podstawie danych pomiarowych

(ekspertowych). Przytoczono pewne wyniki analizy symulacyjnej opracowanych algorytmów dla konkretnych obiektów nieprecyzyjnych.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Jastriebow A., Słoń G., *Optimization of models of fuzzy relational cognitive maps*. In: Jastriebow A., Raczyńska M. (eds.) *Computers in scientific and educational activity*. Institute for Sustainable Technologies - National Research Institute, Radom 2011, str.: 60-71.
- [2] KOSKO B.: *Fuzzy cognitive maps*. *Int. Journal of man-Machine Studies*, Vol. 24, pp. 65-75, 1986.
- [3] Papageorgiou E. I., Stylios C. D.: *Fuzzy Cognitive Maps*. In: Pedrycz W., SKOWRON A., Kreinovich V. (eds.): *Handbook of Granular Computing*, Chichester, England, John Wiley & Son Ltd, Publication Atrium 2008.
- [4] Piegat A.: *Fuzzy Modelling and Control*. Physica-Verlag, Springer-Verlag Company 2001.
- [5] Sivov V. B.: *Przyjęcie rozwiązań strategicznych w rozmytym otoczeniu*. INPRO-RES, Moskwa, 1995 (w j. rosyjskim).
- [6] Słoń G., *Analiza wybranych algorytmów adaptacji relacji w rozmytych mapach kognitywnych*. *Pomiary, Automatyka, Kontrola* vol. 56 nr 12/2010, str.: 1445-1448.
- [7] Słoń G., Yastrebov A., *Optimization and Adaptation of Dynamic Models of Fuzzy Relational Cognitive Maps*. In: Kuznetsov S.O. et al. (Eds.): *RSFDGrC 2011, Lecture Notes in Artificial Intelligence 6743*, 2011, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011, str.: 95-102.
- [8] Jastriebow A., Gad S., Słoń G., *Mapy kognitywne w monitorowaniu decyzyjnym systemów*. *Studia i Materiały Polskiego Stowarzyszenia Zarządzania Wiedzą*, nr 47 (ISSN 1732-324X), Warszawa 2011, str. 64-77.