

Dorota Rogowska<sup>1</sup>

## ZASTOSOWANIE LOGIKI ROZMYTEJ W ZARZĄDZANIU ZAPASAMI

### Streszczenie

Zagadnienie zarządzania zapasami zajmuje ważne miejsce w każdym przedsiębiorstwie. Zapasy stanowią bowiem podstawę zapewnienia ciągłości działalności operacyjnej. Zasadniczą kwestią jest ich optymalizacja, tj. utrzymanie wystarczającej wielkości pozwalającej na zaspokojenie popytu (również tego związanego z niepewnością – nie dającego się w łatwy sposób przewidzieć, ze względu na swoją zmienność), a także zminimalizowaniu wszelkich kosztów z nimi związanych, w tym przede wszystkim utrzymania i zakupu.

Logika rozmyta, jako jedna z technik sztucznej inteligencji może znaleźć zastosowanie w procesie zarządzania zapasami, m. in. umożliwiając ciągły pomiar oraz korygowanie wielkości zapasów. Dzięki niej możliwe jest wskazanie podjęcia odpowiednich decyzji o asortymencie, wielkości oraz terminach zamówień. W niniejszym artykule przedstawiono propozycję zastosowania logiki rozmytej do planowania zamówień w oparciu o dane nt. aktualnych stanów zapasów oraz prognozowanego zapotrzebowania.

**Słowa kluczowe:** zarządzanie zapasami, optymalizacja, logika rozmyta, rozmyty system wnioskujący.

## THE USE OF FUZZY LOGIC IN INVENTORY MANAGEMENT

### Abstract

The inventory management is one of the most common issues in every company. Inventory helps to ensure continuity of the operating activities. Therefore, optimization of it becomes very important. It is concerned with minimizing the total cost of inventory and also maintaining proper stock levels.

Fuzzy logic, as one of the artificial intelligence technique, can be used in inventory management process. It can help to make appropriate decisions of variety, volume and timing of orders. This article presents the approach of using fuzzy logic in inventory planning procedures.

**Keywords:** inventory management, optimization, fuzzy logic, fuzzy inference system.

### 1. WPROWADZENIE

Utrzymanie odpowiedniego poziomu zapasów potrzebnych do realizacji planów przedsiębiorstwa – w zależności od specyfiki działalności – produkcji, sprzedaży itp., jest zagadnieniem bez wątpienia bardzo złożonym. Zapasy są bowiem z jednej strony gwarantem zapewnienia ciągłości działalności operacyjnej przedsiębiorstwa, z drugiej natomiast wiążą się z ponoszeniem znacznych kosztów, determinując osiągnięcie odpowiedniego poziomu obsługi klienta.

Proces zarządzania zapasami, w tym określanie sposobu ustalania wielkości dostaw oraz ich terminów wymaga uwzględnienia wielu kryteriów i wskaźników. Doświadczenia praktyczne i analizy naukowe pozwoliły na stworzenie licznych metod, którymi kierują się przedsiębiorstwa w tym obszarze. W pracy przedstawiona została propozycja wykorzystania logiki rozmytej do zarządzania zapasami w przedsiębiorstwie dystrybucyjnym.

### 2. ZARZĄDZANIE ZAPASAMI

Zapasy zdefiniować można jako aktywa obrotowe rzeczowe, zakupione w celu zużycia na własne potrzeby, przetworzenia na wyroby gotowe bądź odsprzedaży w stanie nieprzetworzonym [3, s. 11]. Są to m.in. surowce, półprodukty, produkty utrzymywane na poziomie, który przekracza bieżące zapotrzebowanie, jednak jest celowo gromadzony w celu wy-

<sup>1</sup> Politechnika Białostocka, Wydział Zarządzania, Katedra Informatyki Gospodarczej i Logistyki; ul. O. Tarskiego 2, 16-001 Kleosin.

korzystania w późniejszym czasie. Można powiedzieć, że stanowią one zamrożenie środków finansowych, które mogłyby być wykorzystane w inny sposób – tak, aby przyniosły korzyści. W związku tym przedsiębiorstwo zarządzając zapasami powinno analizować koszty utraczonych możliwości.

Ze względu na umiejscowienie zapasu w łańcuchu logistycznym, a także jego przeznaczenie wyróżnić można następujące grupy zapasów:

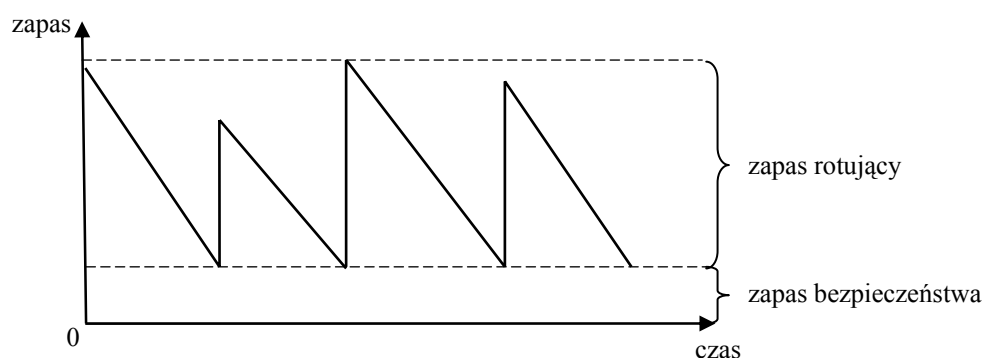
- 1) materiały – wszelkie surowce i półprodukty zakupione ze źródeł zewnętrznych, które wykorzystywane są w procesie produkcyjnym do wytworzenia produktów gotowych,
- 2) produkcja w toku – wszystko to, co znajduje się na halach produkcyjnych oraz półprodukty wytworzone przez przedsiębiorstwo czasowo przechowywane w magazynach, czekające na dalsze wykorzystanie w produkcji,
- 3) wyroby gotowe – wyprodukowane w przedsiębiorstwie i przeznaczone do sprzedaży,
- 4) towary – zakupione i przeznaczone do dalszej sprzedaży,
- 5) materiały pomocnicze i eksploatacyjne – wykorzystywane do obsługi procesu produkcji i działalności przedsiębiorstwa [6, s. 19; 3, s. 11].

Zapasy te ze względu na miejsce powstania dzielą się na dwie kategorie: surowcowe oraz dystrybucyjne. Pierwsza grupa powstaje na wejściu u odbiorcy, zwykle z jego inicjatywy, natomiast druga na wyjściu dostawcy [4, s. 60–61; 5, s. 392–393]. Często obie występują w tym samym przedsiębiorstwie, w sytuacji gdy utrzymuje ono materiały do produkcji, a jednocześnie efekty tejże produkcji gromadzone są w postaci wyrobów gotowych. Podział ten determinuje w znacznym stopniu sposób zarządzania zapasami, ze względu na zróżnicowane cele i przyczyny ich powstawania.

Struktura utrzymania zapasów wiąże się też z ich podziałem na dwie grupy [1, s. 216–218], które graficznie zostały przedstawione na rysunku 1:

- zapas bezpieczeństwa (zazwyczaj nie wykorzystywany, jednak utrzymywany w celu zapobiegania nieprzewidzianego wzrostu popytu),
- zapas rotujący, zwany też bieżącym, cyklicznym (zużywany w toku normalnej produkcji lub sprzedaży), odtwarzany w wyniku standardowych zamówień.

Niektóre metody sterowania zapasami i ustalania wielkości dostaw wskazują na konieczność ustalenia zapasu informacyjnego, będącego sygnałem do złożenia zamówienia w odpowiednim momencie [2, s. 134].



Rys. 1. Zapas bezpieczeństwa i rotujący

Źródło: opracowanie własne.

Działania mające na celu optymalizację wielkości zapasów, wymagają uprzedniego zrozumienia, jakie przesłanki stanowią o ich utrzymywaniu w mniejszej bądź większej ilości. Pamiętać należy o tym, iż zwykle celem całego kanału logistycznego, jak i indywidualnych przedsiębiorstw wchodzących w jego skład jest zaspokojenie potrzeb klienta finalnego. Poniżej opisane zostaną wybrane przyczyny decydujące o gromadzeniu zapasów.

Przyczyn utrzymywania zapasów jest wiele. Jedną z nich są korzyści skali. Przeprowadzona zostaje kalkulacja, która ma na celu porównanie korzyści, jakie można osiągnąć zwiększając wielkość zakupów z kosztami, jakie w związku z tym trzeba będzie ponieść. Zwykle dostawcy oferują atrakcyjne rabaty w zamian za zrealizowanie większej dostawy. Poza rabatami, korzyści można osiągnąć w transporcie. Do pewnego momentu koszt jednostkowy przypadający na sztukę towaru zmniejsza się w miarę zwiększenia wielkości dostawy. Odbiorca musi zatem rozważyć, czy kapitał zaoszczędzony dzięki temu pokryje powstałe przez to działania koszty.

Na koszty zapasów składają się trzy podstawowe grupy:

- koszty utrzymania – koszty związane ze składowaniem i przemieszczaniem towarów w magazynie (czynsz, oświetlenie, koszty pracy itp.); obsługą zapasów (m.in. ubezpieczenie); koszty utraconych możliwości (inwestowanie kapitału w zapasy powoduje ograniczenie inwestycji na innych polach) oraz ryzyka starzenia się produktów (np. zmiana trendów, postęp technologiczny) lub utraty wartości użytkowej (w tym uszkodzenia i kradzieże),
- koszty zakupu – stałe: koszty systemu umożliwiającego złożenie zamówień oraz zmienne: koszty przeglądu stanu magazynowego itp.,
- koszty wyczerpania zapasów – powodujące efekty wymierne: ryzyko utraty zysków w przypadku, gdy klient nie uzyskał wymaganego produktu w przedsiębiorstwie, wybierze ofertę konkurencji lub też niewymierne, niedające się wycenić: pogorszenie wizerunku wśród obecnych i potencjalnych klientów, zerwanie więzi handlowych z kontrahentami itp. [4, s. 72–76].

Utrzymanie zapasów dystrybucyjnych wiąże się z ograniczeniem kosztów utraconej sprzedaży, a także poprawie poziomu obsługi klienta. W sytuacjach braku towarów, które mogą być łatwo zastąpione przez substytuty o znacznej dostępności, istnieje ryzyko utraty klienta w danym momencie, a także w przyszłości. Duża konkurencja powoduje konieczność przygotowania się na zmiany popytu i możliwie maksymalne jego zaspokojenie w każdej sytuacji.

Kolejnym powodem utrzymywania zapasów jest tworzenie tzw. zapasów bezpieczeństwa. Mają one za zadanie zapewnienie ciągłości produkcji i sprzedaży w sytuacjach nieprzewidzianych, np. w przypadku opóźnienia dostaw. Niemożność dostarczenia odpowiedniej ilości towarów może wiązać się także z sezonowością niektórych surowców. Zmusza to do zapewnienia odpowiedniej ilości zapasu mającego wystarczyć na ten właśnie czas. Ma to również miejsce w przypadku, gdy firma spodziewa się w najbliższej przyszłości zmian, np. znacznych podwyżek cen, wahań stóp procentowych itd. Niepewność związana z przyszłością sprawia, że podejmowane są także zakupy spekulacyjne [1, s. 209–216].

Uzupełnianie poziomu zapasów w magazynie realizowane jest w procesie składania zamówienia. Zawiera on następujące etapy:

- 1) wybór asortymentu,
- 2) ustalenie wielkości,
- 3) określenie warunków dostawy [4, s. 68].

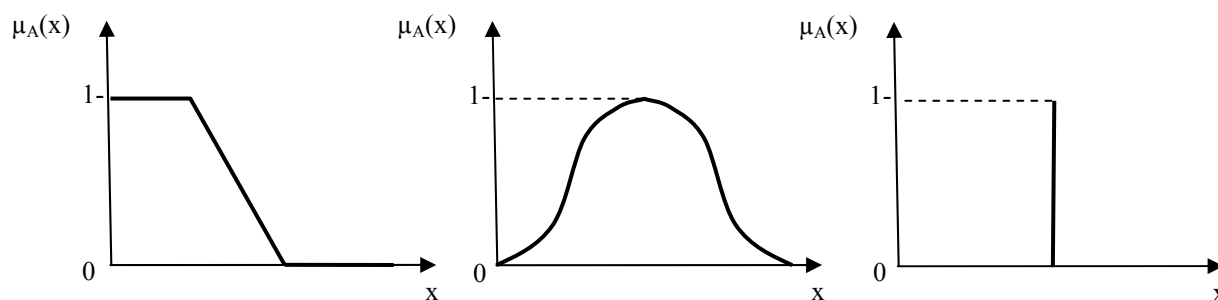
### 3. LOGIKA ROZMYTA

Teoria logiki rozmytej będącej konsekwencją zbiorów rozmytych została zaproponowana przez Lotfiego Zadeha. Powstała ona na skutek trudności pojawiających się przy próbach opisu zjawisk z wykorzystaniem logiki klasycznej. Nazywana też logiką dwuwartościową pozwala tylko na przyporządkowanie bądź nie elementu do danego zbioru. Przypisuje jedynie dwie wartości logiczne zdania: prawda (1) lub fałsz (0). Uniemożliwia to opisanie matematyczne zjawisk o charakterze nieprecyzyjnym, niejednoznacznym. Przykładem mogą być sformułowania: *duże ryzyko*, *wysokie koszty*.

Jednym z podstawowych pojęć związanych ze zbiorami rozmytymi są zmienne lingwistyczne. Przekładają one sformułowania ludzkiego języka codziennego na język matematyki. Ich wartościami nie są liczby, lecz słowa lub zdania, nazywane wartościami lingwistycznymi. Przykładowo zmienna lingwistyczna temperatura może przyjmować wartości lingwistyczne: zimno, ciepło, gorąco.

Z definicji zbiorem rozmytym  $A$  w pewnej niepustej przestrzeni  $X$ , nazywamy zbiór par  $A = \{(x, \mu_A(x)); x \in X\}$ ,

gdzie  $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$  jest funkcją przynależności zbioru rozmytego  $A$ . Funkcja ta przypisuje każdemu elementowi  $x \in X$  jego stopień przynależności do zbioru rozmytego  $A$  [8, s. 46]. Każdy element może w pełni przynależeć do zbioru rozmytego  $A$  ( $\mu_A=1$ ), nie należeć do tego zbioru ( $\mu_A=0$ ) lub przynależeć częściowo ( $0 < \mu_A < 1$ ). Przykładowe kształty funkcji przynależności zawiera rysunek 2.



Rys. 2. Przykłady funkcji przynależności zbiorów rozmytych

Źródło: opracowanie własne.

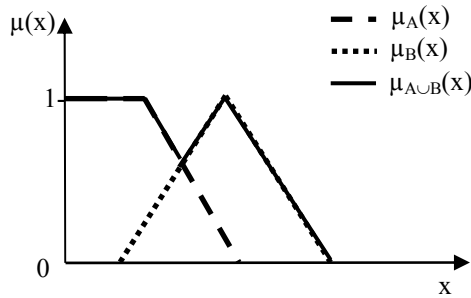
Dzięki takiemu podejściu łatwiej jest opisać niektóre zjawiska, ponieważ pozwala ono na odstępstwo od konkretyzacji pojęć. Brak konieczności precyzowania takich sformułowań jak przykładowo: „Przedsiębiorstwo ponosi wysokie koszty transportu”, „Cena towaru jest znacznie niższa niż ceny w przedsiębiorstwach konkurencyjnych na rynku” jest niewątpliwie jedną z jego podstawowych zalet.

Na zbiorach rozmytych, podobnie jak w przypadku zbiorów klasycznych można wykonywać podstawowe działania takie jak: suma oraz iloczyn realizowane przez operacje na funkcjach przynależności. W literaturze można znaleźć wiele definicji tych operacji wykorzystujących tzw. t-normy i t-konormy (s-normy) [8, s. 79–81]. Najczęściej stosowane operacje przecięcia i sumy (graficznie przedstawione na rysunkach 3 i 4) zaproponowane przez L. Zadeha to:

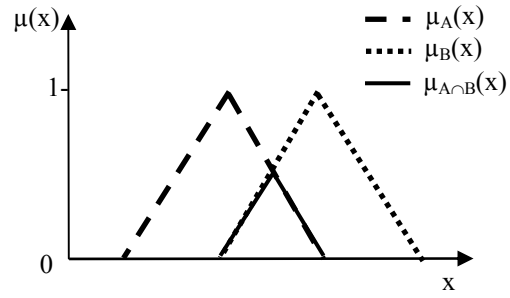
- sumą zbiorów rozmytych  $C=A \cup B$  o funkcjach przynależności odpowiednio  $\mu_A(x)$  i  $\mu_B(x)$  jest zbiór rozmyty  $C$  wyznaczony w następujący sposób:  

$$\mu_C(x) = \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X$$
w skrócie oznaczany jako  $\mu_C = \mu_A \vee \mu_B$ ;
- przecięciem zbiorów rozmytych  $C=A \cap B$  o funkcjach przynależności odpowiednio  $\mu_A(x)$  i  $\mu_B(x)$  jest zbiór rozmyty  $C$  wyznaczony w następujący sposób:  

$$\mu_C(x) = \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X$$
w skrócie oznaczany jako  $\mu_C = \mu_A \wedge \mu_B$  [10, s. 339–341].



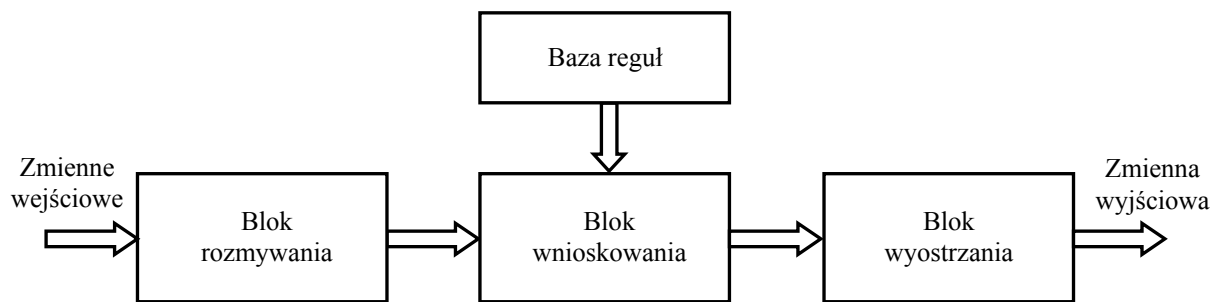
Rys. 3. Operacja sumy zbiorów rozmytych  
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Operacja przecięcia zbiorów rozmytych  
Źródło: opracowanie własne.

W oparciu o zbiory rozmyte budowane są systemy wnioskujące. W ich skład wchodzi trzy podstawowe elementy: blok rozmywania (fuzyfikacji), blok wnioskowania (inferencji), a także blok wyostrzania (defuzyfikacji) (rys. 5). Blok wnioskowania działa w oparciu o bazę reguł rozmytych. Składa się ona ze zbioru instrukcji warunkowych najczęściej o postaci: *jeżeli przesłanka to konkluzja*. Przesłanki mogą mieć postać:

- prostą, np. jeżeli  $x_1=A_1$  to  $y=C_1$ ,
  - złożoną, np. jeżeli  $x_1=A_1$  i  $x_2=B_1$  to  $y=C_1$ , jeżeli  $x_1=A_1$  lub  $x_2=B_1$  to  $y=C_1$ ,
- gdzie:  $A_1, B_1, C_1$  – zbiory rozmyte.



Rys. 5. Schemat budowy rozmytego systemu wnioskującego  
Źródło: L. Rutkowski, *Metody i techniki sztucznej inteligencji: inteligencja obliczeniowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005, s. 103–104.

Dane wejściowe podawane na blok fuzyfikacji zostają poddane rozmyciu, tzn. zostaje określony stopień ich przynależności do określonych zbiorów rozmytych. Następnie w bloku wnioskowania uruchomiona zostaje każda reguła, a także obliczane są stopnie aktywacji zawartych w nich przesłanek. Kolejnym krokiem jest wykorzystanie wybranego modelu wnioskowania, dzięki któremu jest tworzona wynikowa funkcja przynależności. Funkcja ta zostaje poddana defuzyfikacji, w efekcie czego otrzymuje się wartość wyjściową systemu, która jest wartością ostrą.

#### 4. ZARZĄDZANIE ZAPASAMI Z WYKORZYSTANIEM ROZMYTEGO SYSTEMU WNIOSKUJĄCEGO

Poniżej przedstawiono propozycję stworzenia systemu działającego w oparciu o zbiory rozmyte przeznaczonego do określania wielkości zamówienia. Ze względu na wysoki stopień złożoności zagadnienia, system został ograniczony do zastosowania w przedsiębiorstwach dystrybucyjnych. Zakłada się także, że dostawy mogą być realizowane w dowolnym momencie oraz nie mają z góry określonych wielkości.

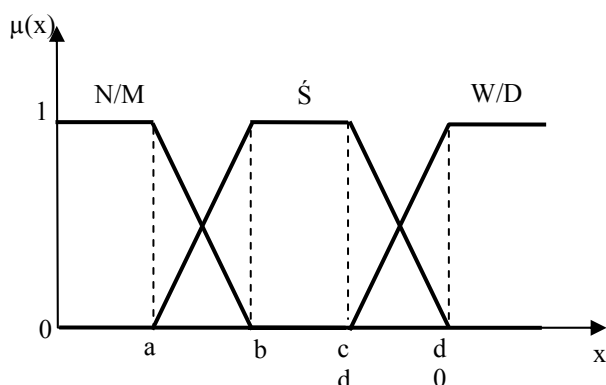
Zdefiniowano następujące zmienne wejściowe systemu:

- 1) *stan zapasu* produktu w magazynie, reprezentowany przez trzy zbiory rozmyte (niski – N, średni – Ś, wysoki – W),
- 2) prognozowane *zapotrzebowanie* na produkt, reprezentowane przez trzy zbiory rozmyte (niskie – N, średnie – Ś, wysokie – W),
- 3) *korzyści skali*, jakie można osiągnąć przy większych jednorazowych zamówieniach, reprezentowane przez dwa zbiory rozmyte (małe – M, duże – D). Wejście to uwzględnia wszelkie korzyści i koszty jakie wiążą się ze zwiększeniem zamówienia.

Zmienna wyjściowa to:

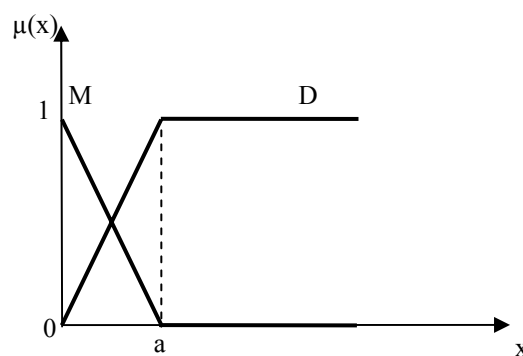
- 1) *wielkość zamówienia*, reprezentowana przez trzy zbiory rozmyte (mała – M, średnia – Ś, duża – D).

Funkcje przynależności poszczególnych zbiorów rozmytych przedstawiają rysunki 6a i b.



Rys. 6a. Zbiory rozmyte dla zmiennych: stan zapasu, zapotrzebowanie, wielkość zamówienia

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 6b. Zbiory rozmyte dla zmiennej korzyści skali

Źródło: opracowanie własne.

Baza reguł systemu składa się z 18 reguł, które zostały zapisane w tabeli 1. Określone reguły przybierają postać, np.:

℞1: jeżeli stan zapasu *niski* i zapotrzebowanie *niskie* i korzyści skali *małe* to wielkość zamówienia *mała*.

Tabela 1. Baza reguł systemu

Wielkość zamówienia		Zapotrzebowanie					
		N		Ś		W	
		korzyści skali		korzyści skali		korzyści skali	
		M	D	M	D	M	D
Stan zapasu	N	℞1: M	℞2: M	℞3: Ś	℞4: D	℞5: D	℞6: D
	Ś	℞7: M	℞8: M	℞9: M	℞10: Ś	℞11: Ś	℞12: D
	W	℞13: M	℞14: M	℞15: M	℞16: M	℞17: M	℞18: Ś

Źródło: opracowanie własne.

Często stosowanym modelem wnioskowania jest model Mamdaniego. Zostanie on również zastosowany w budowanym systemie. Implikacja rozmyta  $\mu_{A \Rightarrow B}(x,y)$ , określająca stopień powiązania przesłanki i konkluzji opisana jest funkcją przynależności zdefiniowaną na zbiorze będącym iloczynem kartezjańskim zbiorów przesłanki i konkluzji [7, s. 84–85]. We wnioskowaniu tym wykorzystuje się operator minimum.

$$\mu_{A \Rightarrow B}(x,y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

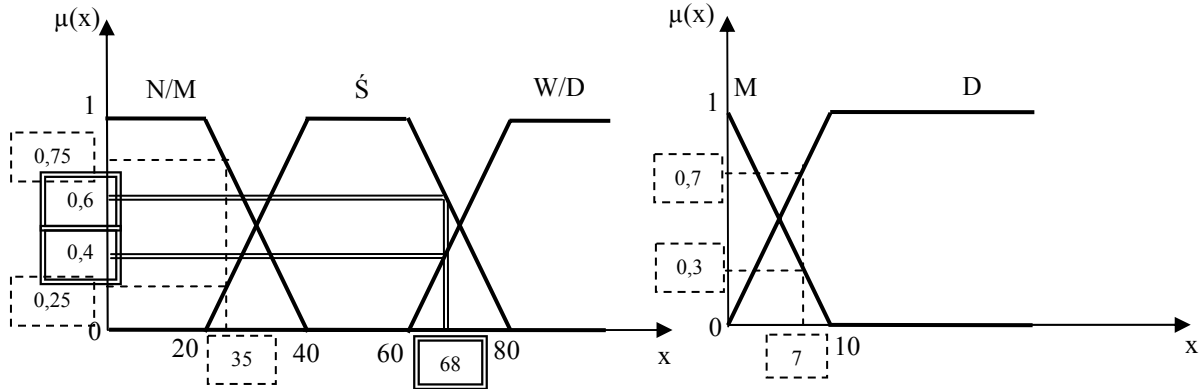
**Przykład**

Załóżmy, że zmienne wejściowe przyjmują następujące wartości:

stan zapasu = 35

zapotrzebowanie = 68

korzyści skali = 7%



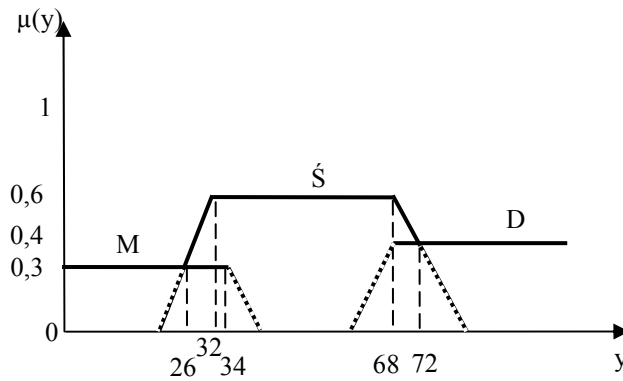
Rys. 7. Rozmycie wartości wejściowych systemu

Źródło: opracowanie własne.

Efektem rozmycia wartości podanych na wejściu są następujące stopnie przynależności do zbiorów rozmytych (rys. 7):

- stan zapasu:  $\mu_{N/M}(35)=0,25$ ;  $\mu_{\dot{S}}(35)=0,75$ ;  $\mu_{W/D}(35)=0$ ,
- zapotrzebowanie:  $\mu_{N/M}(68)=0$ ;  $\mu_{\dot{S}}(68)=0,6$ ;  $\mu_{W/D}(68)=0,4$ ,
- korzyści skali:  $\mu_M(7)=0,3$ ;  $\mu_D(7)=0,7$ .

Korzystając z operacji na zbiorach rozmytych określone zostały stopnie spełnienia przesłanek poszczególnych reguł, a następnie przy zastosowaniu modelu wnioskowania Mamdaniego uzyskano wynikową funkcję przynależności (rys. 8).



Rys. 8. Wynikowa funkcja przynależności systemu

Źródło: opracowanie własne.

Wyjście systemu wyznaczone na podstawie wzoru:

$$y^* = \frac{y_1 \mu_M(x_1) + y_2 \mu_{\dot{S}}(x_2) + y_3 \mu_D(x_3)}{\mu_M(x_1) \cup \mu_{\dot{S}}(x_2) \cup \mu_D(x_3)}, \text{ wyniesie } 52,85.$$

## 5. PODSUMOWANIE

Rozwój metod i technik sztucznej inteligencji znajduje coraz szersze zastosowanie, również w zarządzaniu. Przykładem są zbiory rozmyte, które wykorzystując logikę rozmytą umożliwiają opis zjawisk, niedających się opisać logiką w rozumieniu klasycznym.

Zaproponowany w pracy rozmyty system wnioskujący pozwala na określenie wielkości zamówienia w zależności od aktualnego stanu zapasu, prognozowanego zapotrzebowania, a także szacowanych korzyści, jakie przedsiębiorstwo jest w stanie osiągnąć dzięki zrealizowaniu większych niż jest to potrzebne zamówień. Umożliwia dynamiczne określanie wielkości dostaw przy założeniu, że nie mają one ściśle określonych wielkości.

## LITERATURA

- [1] Coyle J.J., Bardi E.J., Langley C.J. Jr., *Zarządzanie logistyczne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2010.
- [2] Fertsch M., *Podstawy logistyki*, Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań 2008.
- [3] Grzybowska K., *Gospodarka zapasami i magazynem*, cz. 1, *Zapasy*, Difin, Warszawa 2009.
- [4] Kozłowski R., Sikorski A. (red.), *Podstawowe zagadnienia współczesnej logistyki*, Oficyna Wolters Kluwer business, Kraków 2009.
- [5] Krawczyk S., *Zarządzanie procesami logistycznymi*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2001.
- [6] Krzyżaniak S., Cyplik P., *Zapasy i magazynowanie*, t. 1, *Zapasy*, Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań 2008.
- [7] Kwiatkowska A.M., *Systemy wspomaganie decyzji*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
- [8] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L., *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, Łódź 1999.
- [9] Rutkowski L., *Metody i techniki sztucznej inteligencji: inteligencja obliczeniowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
- [10] Zadeh L.A., *Fuzzy sets*, „Information Control” 1965, nr 8, s. 338–353.