system rozgrywek sportowych, zawody, mistrzostwa, sortowanie, probabilistyczny, złożoność obliczeniowa

Roman SZOSTEK[1]

LOGISTYKA ZAWODÓW SPORTOWYCH

W pracy przedstawiono nowatorski system zarządzania rozgrywkami sportowymi. Omówione zostały jego zalety w stosunku do obecnie stosowanych systemów.

Celem rozgrywek sportowych jest utworzenie rankingu drużyn bądź zawodników biorących udział w zawodach. Chodzi więc o posortowania drużyn według cechy, jaką jest zdolność do wygrywania meczy. Wszystkie zasady obowiązujące w trakcie rozgrywek tworzą system rozgrywek sportowych.

Problem sortowania drużyn jest zagadnieniem probabilistycznym. Z tego powodu w zarządzaniu rozgrywkami sportowymi nie są efektywne tradycyjne metody sortowania.

Sformalizowanie problemu zarządzania rozgrywkami sportowymi oraz przedstawiony system są wynikami badań autora artykułu.

AN LOGISTICS OF SPORTS COMPETITION

The innovatory system of sports games have been presented in this paper. It contains discussion on its advantages with regard to other currently used systems.

Sports games aim at establishing the ranking of teams or players that participate in contests. This all consists in sorting teams according to a quality which is the ability to win matches. All the rules valid during games establish the system of sports games.

The problem of sorting teams is a probabilistic problem. Due to this reason, the traditional sorting methods are ineffective in terms of managing sports games.

The formalization of the problem of sports games management and the presented system.

1. WSTĘP

Celem rozgrywek sportowych jest utworzenie rankingu drużyn bądź zawodników biorących udział w zawodach. Chodzi więc o posortowania drużyn według cechy jaką jest zdolność do wygrywania meczy. Nie jest jednak możliwy bezpośredni pomiar tej cechy u drużyny, gdyż na zdolność do wygrywania meczy wpływa wiele, trudnych do określenia czynników. Można natomiast porównywać między sobą dowolne dwie drużyny jeżeli rozegrają one mecz. Wszystkie zasady obowiązujące w trakcie rozgrywek tworzą system zarządzania rozgrywkami sportowymi. Tak więc na system rozgrywek sportowych składają

[1] Politechnika Rzeszowska, Katedra Metod Ilościowych w Ekonomii, ul. Wincentego Pola 2, 35-959 Rzeszów
E-mail: rszostek@prz.edu.pl

się zasady kto z kim, w jakiej kolejności i gdzie gra oraz kryteria decydujące o pozycji w końcowym rankingu.

Sortowanie drużyn sportowych różni się od typowych zagadnień sortowania tym, że wynik porównania drużyn czasami jest nieprawdziwy. Zdarza się bowiem tak, że drużyna o większej zdolności do wygrywania meczy przegrywa mecz z drużyną, która ma mniejszą zdolność do wygrywania meczy. Problem sortowania drużyn jest więc zagadnieniem probabilistycznym. Z tego powodu w zarządzaniu rozgrywkami sportowymi nie sprawdzają się tradycyjne metody sortowania.

Przedstawiony w artykule system jest nowatorski. Ponieważ posiada zalety, których nie posiadają inne znane i stosowane obecnie systemy zarządzania rozgrywkami sportowymi, dlatego został nazwany systemem efektywnym.

2. ROZWIĄZANIA STOSOWANE W SPORCIE

Obecnie w sporcie na całym świecie stosowane są dwa systemy zarządzania rozgrywkami sportowymi. Pierwszy z nich to system kołowy („każdy z każdym") zwany także systemem angielskim. Drugi to system pucharowy. Stosowane są także liczne warianty łączenia tych systemów.

W systemie kołowym tworzone są wszystkie możliwe pary grających drużyn. Drużyny każdej pary są porównywane z góry określoną liczbę razy. Jedną z wad systemu kołowego jest konieczność wykonania wielu porównań. Liczba porównań jest wielokrotnością wartości ½n(n–1), gdzie n jest liczbą wszystkich drużyn. Tak więc złożoność obliczeniowa tej metody jest wielomianowa. Inną wadą tego sposobu jest to, że nie można w nim dowolnie ustalać liczby wszystkich planowanych porównań w ciągu rozgrywek. Sposób ten jest także nieefektywny, ponieważ niepotrzebnie porównuje się w nim drużyny znacznie się różniące. Posiada też taką wadę, że nie daje możliwości dokładniejszego, czyli częstszego, porównania ze sobą drużyn do siebie podobnych. A właśnie wynik porównania takich drużyn jest najczęściej niepoprawny i wymaga kilkukrotnego sprawdzenia.

System pucharowy występuje w kilku wariantach. W podstawowym, drużyna która przegrała mecz odpada z rozgrywek. Po każdej kolejce pozostaje więc tylko połowa drużyn. Mistrzem zostaje drużyna, która nie przegra żadnego meczu. Liczba wykonywanych porównań wynosi n–1. Wadą wszystkich rozwiązań, w których wykorzystuje się system pucharowy jest to, że nie pozwalają uporządkować wszystkich drużyn a jedynie wyłaniają zwycięzcę. Poza tym zakłada się w nich, że prawdopodobieństwo p_{ij} – o którym mowa w rozdziale 3 – jest stałe i równe 1.

W rozgrywkach szachowych wykorzystywany jest system szwajcarski. Wadą tego sposobu porządkowania szachistów jest to, że nie daje możliwości dokładniejszego, czyli częstszego, porównania ze sobą zawodników do siebie podobnych, gdyż w systemie tym dwaj zawodnicy mogą być porównani co najwyżej jeden raz.

3. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Danych jest n obiektów d_1, d_2, ..., $d_n \in D$. Każdemu obiektowi przyporządkowana jest pewna wartość liczbowa nazywana cechą. Obiekt d_i posiada cechę o wartości $x_i \in R$ (i=1, 2, ..., n). Dla żadnego obiektu nie jest możliwe zmierzenie wartości jego cechy. Możliwe jest natomiast porównywanie dwóch dowolnie wybranych obiektów ze względu na cechę. W wyniku porównania dwóch obiektów d_i oraz d_j ustalana jest pomiędzy nimi relacja $d_i \angle d_j$ lub $d_j \angle d_i$, przy czym

$$\underset{i,j}{\forall} \quad x_i \le x_j \quad \Rightarrow \quad \left[\Pr(d_i \angle d_j) = p_{ij} \quad \ge \quad \Pr(d_j \angle d_i) = q_{ij}\right] \tag{1}$$

gdzie:
- $p_{ij} \ge ½$ jest prawdopodobieństwem, że relacja pomiędzy porównywanymi obiektami jest zgodna z wartościami ich cech,
- $q_{ij} \le ½$ jest prawdopodobieństwem, że relacja pomiędzy porównywanymi obiektami jest nie zgodna z wartościami ich cech,
- $p_{ij}+q_{ij}=1$.

Przyjmujemy, że prawdopodobieństwo p_{ij} jest niemalejącą funkcją odległości pomiędzy cechami x_i oraz x_j. Mamy więc

$$p_{ij} = p_{ji} = f(|x_i - x_j|) \tag{2}$$

$$0 \le a \le b \quad \Rightarrow \quad f(a) \le f(b) \tag{3}$$

$$f(0) = \frac{1}{2} \tag{4}$$

Dla przedstawionych powyżej warunków należy posortować obiekty ze zbioru *D*.

4. DYSKUSJA NA TEMAT PROBLEMU

System zarządzania rozgrywkami sportowymi jest więc zagadnieniem sortowania probabilistycznego. Polega na sortowaniu obiektów w warunkach, gdy jedynym narzędziem którym dysponujemy jest ‘niedeterministyczna waga szalkowa’ o własnościach przedstawionych w zależnościach (1)-(4). Niedeterministyczny charakter wagi powoduje, że w różnych ważeniach relacja ustalona pomiędzy tymi samymi obiektami może być inna.

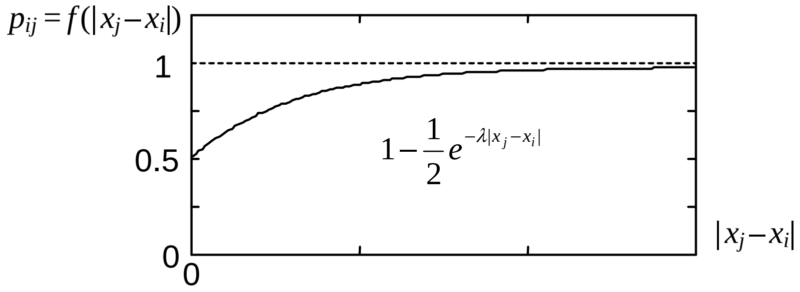
Zależność (1) gwarantuje, że jeżeli dwa obiekty mają różne cechy to prawdopodobieństwo p_{ij}, że ustalona pomiędzy nimi relacja będzie zgodna z wartościami ich cech, jest większe niż prawdopodobieństwo q_{ij}, że ustalona relacja będzie niezgodna z wartościami tych cech.

Zależność (2) gwarantuje, że prawdopodobieństwo p_{ij} tego, że relacja dwóch porównywanych obiektów będzie zgodna z wartościami ich cech, jest zależne tylko od tego w jakim stopniu te cechy różnią się między sobą. Nie jest także ważny porządek porównywanych obiektów, czyli $p_{ij} = p_{ji}$

Zależność (3) gwarantuje, że prawdopodobieństwo p_{ij} tego, że relacja dwóch porównywanych obiektów będzie zgodna z wartościami ich cech, dla obiektów których cechy bardzo się różnią nie jest mniejsze niż prawdopodobieństwo p_{ij} dla obiektów których cechy są podobne. Wynik ważenia jest więc częściej prawdziwy dla obiektów bardziej się różniących.

Zależność (4) gwarantuje, że wynik porównania dwóch obiektów o tej samej wartości cechy nie faworyzuje żadnego z nich.

Przykładowa funkcja p_{ij} została przedstawiona na rysunku 1.



Rys.1. Przykładowa funkcja p_{ij}

Jest oczywiste, że w sortowaniu probabilistycznym żadna metoda nie gwarantuje uzyskania porządku dokładnie takiego, jaki wynika z wartości cech sortowanych obiektów. Poszukiwane metody mogą jedynie gwarantować wystarczająco duże prawdopodobieństwo uzyskania takiego porządku.

5. ALGORYTM SORTOWANIA PROBABILISTYCZNEGO

Zaproponowany algorytm sortowania probabilistycznego opiera się na pięciu własnościach:

1. Sortowanie odbywa się w etapach. W każdym z nich obiekty ustawiane są w kolejce. Porównuje się obiekty sąsiednie, czyli pierwszy z drugim, trzeci z czwartym, itd. Pierwsze ustawienie obiektów, tak zwane ustawienie startowe, może być wykonane losowo.
2. Po każdym porównaniu ustalane jest nowe położenie obiektów w kolejce w taki sposób, że jeżeli $d_i \angle d_j$ to obiekt d_j (zwycięski) pozostaje na swoim miejscu lub przechodzi w lewą stronę kolejki, natomiast obiekt d_i (pokonany) pozostaje na swoim miejscu lub przechodzi w prawą stronę kolejki.
3. Każdy obiekt posiada swój poziom. Dzięki temu obiekty mogą otrzymywać zróżnicowaną liczbę punktów za wynik porównania w zależności od poziomu. Na początku wszystkie obiekty znajdują się na tym samym, najniższym poziomie A.
4. Po każdym porównaniu obiekty przechodzą na nowe poziomy w taki sposób, że jeżeli $d_i \angle d_j$ to obiekt d_j przechodzi na poziom nie niższy niż jego obecny poziom, natomiast obiekt d_i przechodzi na poziom nie wyższy niż jego obecny poziom (zgodnie z tym, w dalszych etapach algorytmu, obiekty będą się zamieniać posiadanymi już poziomami).
5. Po każdym porównaniu obiekty otrzymują punkty. Jeżeli $d_i \angle d_j$ to obiekt d_j otrzymuje więcej punktów niż d_i. Jednocześnie więcej punktów otrzymują obiekty znajdujące się na wyższych poziomach niż te na niższych.

Zgodnie z powyższymi własnościami można więc skonstruować wiele wariantów algorytmu. Jeżeli liczba obiektów jest nieparzysta to należy ją uzupełnić o obiekt wirtualny, którego cecha z założenia ma wartość mniejszą od wszystkich innych cech.

6. PRZYKŁAD ALGORYTMU

Na rysunkach 2–5 został przedstawiony przykład algorytmu dla 16 obiektów. W każdej kolejce obiekty tworzą osiem par – baz meczowych. Każda para oznaczona jest kółkiem. Numery kółek oznaczają miejsce w kolejce a nie konkretną parę obiektów.

Na początku wykonywane jest ustawienie startowe obiektów oraz porównania pierwszej kolejki.

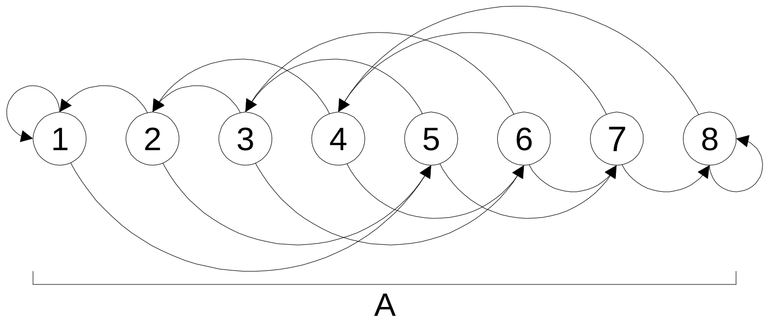
Po wykonaniu ośmiu porównań w pierwszej kolejce, mamy osiem obiektów, które zwyciężyły oraz osiem obiektów pokonanych. Wtedy wszystkie obiekty otrzymują nowe położenie w następnej kolejce w sposób pokazany na rysunkach. Na rysunkach łuki wychodzące do góry wskazują położenie w następnej kolejce obiektów, które wygrały, natomiast łuki wychodzące w dół wskazują położenie w następnej kolejce obiektów, które przegrały. Jak widać na rysunkach obiekty wygrywające przemieszczają się w lewą stronę kolejki, natomiast obiekty przegrywające w prawą stronę kolejki. Dzięki temu w następnych kolejkach porównywane są obiekty o podobnych wartościach cech.

Z założenia niedopuszczalny jest remis, dlatego jeżeli mecz kończy się remisem konieczna jest dogrywka lub w ostateczności rozstrzygnięcie losowe.

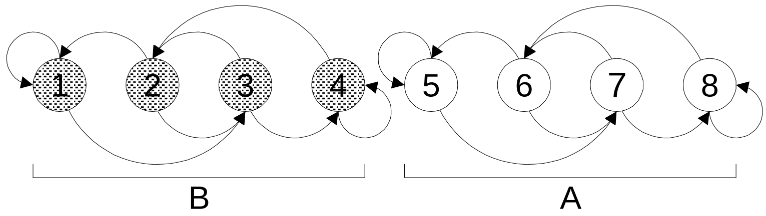
Każdy obiekt znajduje się na jednym z poziomów: A, B, C lub D. Najniższym poziomem jest poziom A, natomiast najwyższym D. Na początku wszystkie obiekty znajdują się na najniższym poziomie A. Zostało to pokazane na rysunku 2, który reprezentuje pierwszą kolejkę. Po wykonaniu porównań pierwszej kolejki obiekty, które zwyciężyły przechodzą na wyższy poziom B, natomiast obiekty, które przegrały pozostają na dotychczasowym poziomie A. Nowe poziomy są widoczne na rysunku 3, reprezentującym drugą kolejkę. Teraz tak samo jak wcześniej obiekty, które wygrały przechodzą na wyższy poziom, czyli: z A na B, z B na C. Obiekty, które przegrały pozostają na dotychczasowych poziomach. Nowe poziomy są widoczne na rysunku 4, reprezentującym trzecią kolejkę.

W trzeciej kolejce postępuje się w sposób analogiczny.

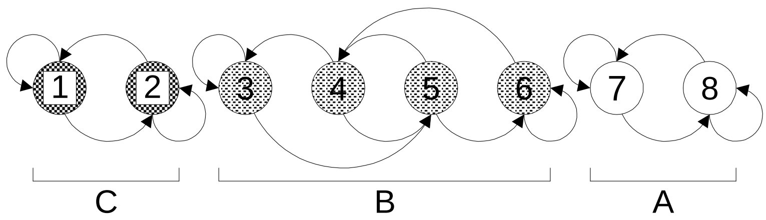
Od czwartej kolejki następuje zmiana. Teraz obiekty będą się jedynie zamieniały posiadanymi już poziomami. Odbywa się to w sposób pokazany na rysunku 5. Na przykład, jeżeli popatrzymy na obiekty z bazy 1, to znajdują się one na poziomie D. Po porównaniu tych obiektów, zwycięski przechodzi do bazy 1, natomiast pokonany przechodzi do bazy 3. Tak więc obiekty zwycięskie utrzymują się na swoich poziomach lub awansują na poziomy wyższe, natomiast obiekty pokonane utrzymują się na swoich poziomach lub spadają na poziomy niższe.



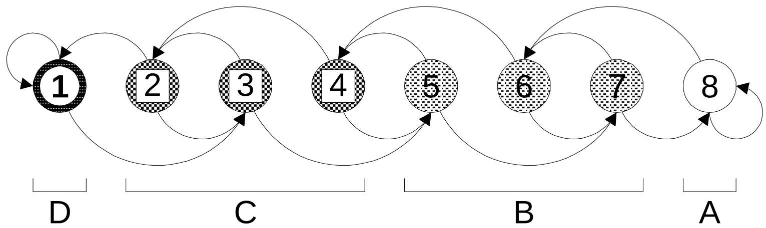
Rys.2. Algorytm sortowania – pierwsza kolejka



Rys.3. Algorytm sortowania – druga kolejka



Rys.4. Algorytm sortowania – trzecia kolejka



Rys.5. Algorytm sortowania – czwarta i następne kolejki

Pozostałe kolejki są prowadzone w analogiczny sposób, jak czwarta kolejka. Warunkiem stopu jest wykonanie ustalonej na początku liczby kolejek.

Po każdej kolejce obiekty otrzymują punkty za uzyskany wynik. Liczba otrzymywanych punktów jest uzależniona od poziomu, na którym znajduje się obiekt. Przykładowa punktacja została przedstawiona w tabeli 1. Obiekty znajdujące się na wyższym poziomie otrzymują więcej punktów niż obiekty z niższych poziomów. W końcowym rankingu sumuje się, dla każdego obiektu, punkty uzyskane we wszystkich kolejkach. Pierwsze miejsce otrzymuje obiekt, który otrzymała najwięcej punktów.

W przeprowadzonych symulacjach najlepsze wyniki uzyskano, gdy punkty były przydzielane obiektom dopiero od czwartej kolejki. W pierwszych trzech kolejkach obiekty rywalizowały jedynie o poziomy.

Tab. 1. Przykładowa punktacja

Poziom obiektu	Punkty dla obiektu	
	Zwycięskiego	Pokonanego
najwyższy – D	4	3
C	3	2
B	2	1
najniższy – A	1	0

Liczba wymaganych porównań w zaproponowanym algorytmie sortowania probabilistycznego wynosi $½·n·(k+\log_2 n–1)$, gdzie k jest liczbą powtórzeń ostatniej kolejki pokazanej na rysunku 5. Wydaje się, że wystarczy, aby k było rzędu $\log_2 n$, dlatego złożoność algorytmu wynosi $\Theta(n·\log_2 n)$ i jest taka jak średnia złożoność szybkiego algorytmu sortującego.

7. WNIOSKI

W artykule został przedstawiony efektywny system zarządzania rozgrywkami sportowymi. Zagadnienie zarządzania rozgrywkami sportowymi jest problemem sortowania probabilistycznego. Zaproponowana metoda organizacji zawodów jest nowatorska i posiada zalety, których nie posiadają inne znane i stosowane obecnie systemy zarządzania rozgrywkami sportowymi. Np.

1. Liga może liczyć praktycznie nieograniczona liczbę drużyn i nie powoduje to konieczności rozgrywania dużo większej liczby kolejek.
2. Można w sezonie z góry ustalić praktycznie dowolną liczbę kolejek.
3. Każda drużyna rozgrywa w sezonie tyle samo meczy, ponieważ żadna z nich nie odpada z rozgrywek.
4. Dzięki temu, że grupa jest jednolita po zakończeniu każdej kolejki poszczególne drużyny zajmują konkretne, indywidualne miejsca w ogólnym rankingu. Nie występują więc tak zwane grupy śmierci, które są krzywdzące dla niektórych drużyn.
5. Drużyny rywalizują ze sobą na różnych poziomach, na których toczy się ciągła rywalizacja o awans na wyższy poziom i obrona przed spadkiem na niższy poziom. Dlatego rozgrywki dostarczają bardzo dużych emocji.

6. Silne drużyny grają częściej z drużynami silnymi, a słabe częściej ze słabymi, więc nie rozgrywa się niepotrzebnych meczy i każdy gra z tym na kogo zasłużył. Nie ma więc meczy o tzw. pietruszkę, które na ogół są bardzo mało widowiskowe. Wpłynie to pozytywnie na rozwój sportowców.
7. W każdej kolejce zawsze występuje kilka widowiskowych meczy, czyli spotkań granych przez drużyny z czołówki.
8. Drużyny, które ze sobą już grały mogą jeszcze się spotykać, jeżeli ich wyniki oraz poziom sportowy będzie podobny. Dzięki temu wynik meczu pomiędzy konkretnymi drużynami może zostać jeszcze zweryfikowany.
9. Utrudnia korupcję, gdyż mecze są rozgrywane pomiędzy drużynami znajdującymi się na podobnym poziomie, czyli takie, które rywalizują o podobne pozycje w końcowej tabeli.

Otwarte pozostają liczne pytania. Jak zależy prawdopodobieństw uzyskania prawdziwego rankingu od:
1. ustawienia startowego,
2. wariantu zaproponowanego algorytmu,
3. liczby rozegranych kolejek,
4. postaci funkcji z rysunku 1,
5. liczby poziomów na których odbywają się porównania,
6. przyjętej punktacji?

W każdym z powyższych pytań prawdopodobieństwo uzyskania prawdziwego rankingu można traktować jako prawdopodobieństwo tego, że wszystkie drużyny zostaną uporządkowane zgodnie z wartościami cech (globalny porządek), albo jako prawdopodobieństwo tego, że konkretna drużyna znajdzie się w ostatecznym rankingu na miejscu wynikającym z wartości swojej cechy (lokalny porządek).

8. BIBLIOGRAFIA

[1] *Ilustrowana encyklopedia sportu*, praca zbiorowa, Muza S.A. 2001
[2] Harel D.: *Rzecz o istocie informatyki. Algorytmika*, WNT 1992
[3] Mitzenmacher M., Upfal E.: *Metody probabilistyczne i obliczenia*, WNT 2009
[4] Wirth N.: *Algorytmy + struktury danych = programy*, WNT 1989