

KASYK Lech¹

WYKORZYSTANIE ROZKŁADÓW DWUNORMALNYCH W ANALIZIE RUCHU STATKÓW NA TORZE WODNYM SZCZECIN - ŚWINOUJŚCIE

W niniejszym referacie zdefiniowano dwunormalne rozkłady prawdopodobieństwa, przedstawiono procedurę ich wyznaczania i zaprezentowano kilka przykładów ich zastosowania w badaniach strumieni ruchu statków na torze wodnym Szczecin – Świnoujście

BINORMAL DISTRIBUTIONS IN ANALYSIS OF VESSEL TRAFFIC ON THE SZCZECIN - ŚWINOUJŚCIE FAIRWAY

In this paper, on the basis of data from VTS system on the waterway Szczecin-Świnoujście, binormal distributions, to different random variables, have been fitted.

1. WSTĘP

Analizując strumień ruchu statków na torze wodnym Szczecin – Świnoujście, w kontekście zastosowania metody splotów [2, 4], autor spotkał się ze zmiennymi losowymi, których rozkłady są nietypowe [1, 2, 3]. Stało się to impulsem do szukania sposobu opisu tych zmiennych. Okazało się, że w tym celu można wykorzystać tzw. „rozkłady mieszane”. A wśród nich często pojawia się rozkład dwunormalny.

2. ROZKŁADY MIESZANE

2.1 Definicja

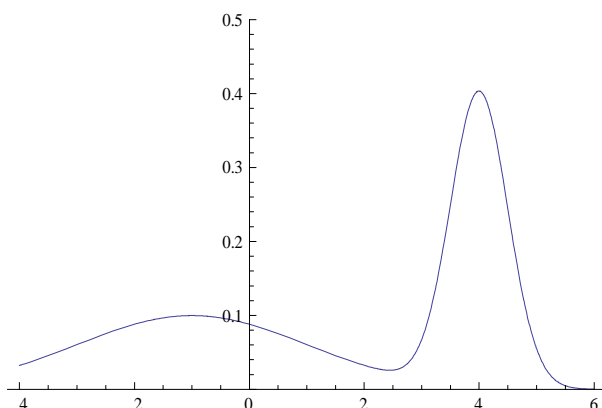
Rozkładem mieszanym, autor przyjął nazywać rozkład prawdopodobieństwa, w którym zmienna losowa ma następującą funkcję gęstości prawdopodobieństwa:

$$f(x) = a \cdot pdf(R_1) + b \cdot pdf(R_2) \quad (1)$$

gdzie: a, b – dowolne liczby rzeczywiste dodatnie, takie, że $a + b = 1$
 $pdf(R_i)$ – funkcja gęstości prawdopodobieństwa rozkładu R_i

¹Zakład Matematyki Akademii Morskiej w Szczecinie, l.kasyk@am.szczecin.pl

Stąd rozkładem dwunormalnym nazywamy taki rozkład mieszany, w którym oba rozkłady: R_1 i R_2 są rozkładami normalnymi. Przykładowy kształt funkcji gęstości takiego rozkładu, przedstawia rysunek 1.



Rys.1. Przykładowy wykres funkcji gęstości rozkładu dwunormalnego

2.2 Procedura wyznaczania

Wykorzystując funkcję *Manipulate* programu *Mathematica*, dopasowywano wykresy funkcji gęstości rozkładów mieszanych do wykresu danych (w postaci częstości występowania). Dla dopasowanej funkcji gęstości, obliczano statystykę testową w teście chi kwadrat Pearsona [5, 7], sprawdzając czy jest ona mniejsza od wartości krytycznej. Jeżeli była, wybierano tę funkcję, jeżeli nie była, modyfikowano parametry i obliczano ponownie statystykę chi kwadrat, ponownie sprawdzając czy jest ona mniejsza od wartości krytycznej. Itd. W ten sposób wyznaczono wiele rozkładów zmiennych losowych, pojawiających się w badaniach ruchu statków na torze wodnym Szczecin – Świnoujście .

3. DZIENNY ROZKŁAD LICZBY ZGŁOSZEŃ STATKÓW

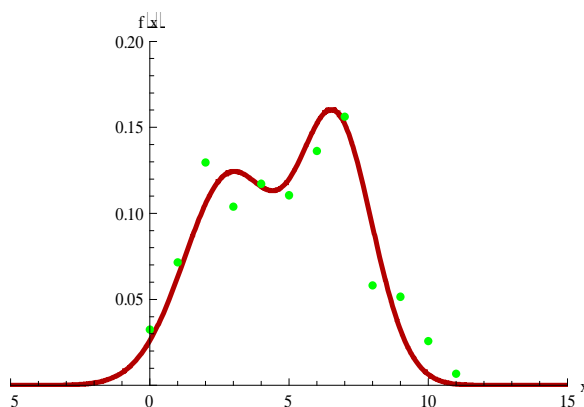
Dzienna liczba zgłoszeń ma teoretycznie rozkład Poissona. Jednak regulacje występujące na torze wodnym, zaburzają losowość tego procesu. W artykule [1] wykazano, że należy zdecydowanie odrzucić hipotezę o tym, że dzienna liczba zgłoszeń w punktach raportowych systemu VTS na torze wodnym Szczecin – Świnoujście, dla strumienia statków ze Szczecina do Świnoujścia, ma rozkład Poissona. Wykorzystując opisaną powyżej procedurę wyznaczania rozkładu mieszanego, otrzymano następującą funkcję gęstości rozkładu dwunormalnego, opisującego dzienną liczbę zgłoszeń statków w punkcie raportowym DOK_5 [1, 6]:

$$f(x) = 0,5 \cdot pdf(N[6,68; 1,32]) + 0,5 \cdot pdf(N[2,88; 1,64]) \quad (2)$$

co przekłada się na następującą funkcję:

$$f(x) = 0,15 \cdot e^{-0,287 \cdot (x-6,68)^2} + 0,122 \cdot e^{-0,186 \cdot (x-2,88)^2} \quad (3)$$

Wykres tej funkcji przedstawia rysunek 2.



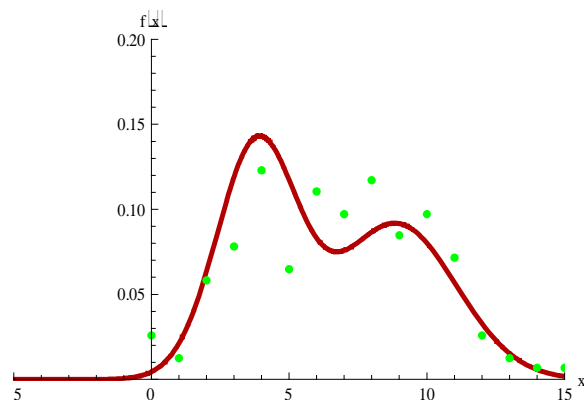
Rys.2. Wykres dopasowanej funkcji gęstości rozkładu dwunormalnego w punkcie DOK_5

W teście zgodności chi kwadrat Pearsona, statystyka testowa wyniosła 10,5 wobec wartości krytycznej 11,1. Do konkretnego zastosowania tego rozkładu trzeba by jeszcze udyskretnić tę funkcję.

Analogicznie, w punkcie raportowym KARSIBOR funkcja gęstości rozkładu dwunormalnego, opisującego dzienną liczbę zgłoszeń statków, ma postać:

$$f(x) = 0,15 \cdot e^{-0,287 \cdot (x-6,68)^2} + 0,122 \cdot e^{-0,186 \cdot (x-2,88)^2} \quad (4)$$

A jej wykres jest następujący:



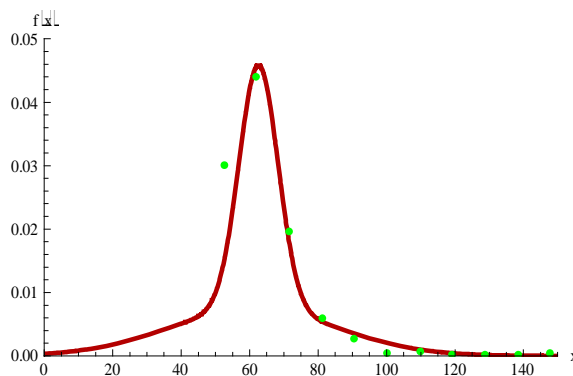
Rys.3. Wykres funkcji gęstości rozkładu dwunormalnego w punkcie KARSIBOR

4. CZAS POKONANIA ODCINKA TORU WODNEGO

Rejestrując przejścia statków przez poszczególne punkty raportowe, system VTS pozwala analizować czas potrzebny na przebycie odległości pomiędzy poszczególnymi punktami. Okazało się, że również ta zmienna losowa ma nietypowy rozkład. Na przykład czas potrzebny na przebycie odcinka I BRAMA TOROWA – CHELMINEK [6], można w przybliżeniu opisać funkcją

$$f(x) = 0,0385 \cdot e^{-0,0154 \cdot (x-62,6)^2} + 0,0073 \cdot e^{-0,0008 \cdot (x-61)^2} \quad (5)$$

Wykres tej funkcji przedstawia rysunek 4.

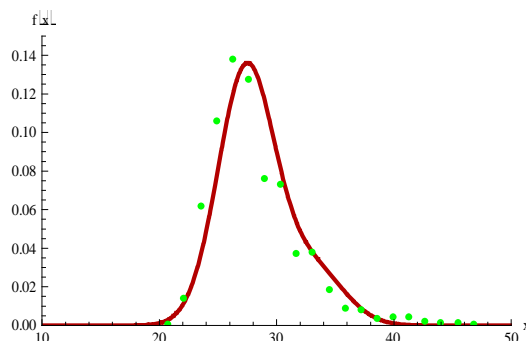


Rys.4. Wykres funkcji gęstości rozkładu dwunormalnego dla czasu pokonania odcinka I BRAMA TOROWA – CHELMINEK

Podobnie czas potrzebny na przebycie odcinka PLAWY 13-14 – KREPA DOLNA [6], można opisać funkcją

$$f(x) = 0,0295 \cdot e^{-0,0686 \cdot (x-33)^2} + 0,132 \cdot e^{-0,086 \cdot (x-27,4)^2} \quad (6)$$

Wykres tej funkcji oraz punkty, do których ją dopasowano, przedstawia rysunek 5.



Rys.5. Wykres funkcji gęstości rozkładu dwunormalnego dla czasu pokonania odcinka PLAWY 13-14 – KREPA DOLNA

5. WNIOSKI

Rozkłady dwunormalne powstające z sumowania dwóch rozkładów normalnych okazały się dobrym narzędziem opisującym różne zmienne losowe pojawiające się podczas badań strumieni statków na torze wodnym. Możliwość analitycznego wyrażenia funkcji gęstości zmiennych losowych, pozwoli dokładniej modelować ruch statków na torze wodnym.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Kasyk L., *Analiza parametrów strumienia statków na torze wodnym Szczecin – Świnoujście*, Logistyka nr 3/2011.
- [2] Kasyk L., *Disturbances in vessel traffic stream due to fairway regulations*, Journal of KONBiN 2008. Kraków 2008.
- [3] Kasyk L., *Poisson and Non-Poisson Vessel Traffic Streams on the Świnoujście – Szczecin Fairway*, Międzynarodowa Konferencja Inżynierii Ruchu Morskiego Świnoujście 2011.
- [4] Kasyk L., *Process of Ship Reports after Covering a Special Fairway Section*, Materiały z 10 Międzynarodowej Konferencji TRANSCOMP 2006, Radom 2006.
- [5] Montgomery D. C. & Runger G.C. *Applied Statistics and Probability for Engineers*, New York: John Wiley & Sons, Inc. 1994.
- [6] *Przepisy portowe*, Urząd Morski w Szczecinie, Szczecin 2008.
- [7] Sobczyk M., *Statystyka*, PWN Warszawa, 2004.