

**Jolanta ŻAK**

Wydział Transportu, Politechnika Warszawska  
ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa  
logika1@it.pw.pl

## **PARAMETRYZACJA ELEMENTÓW PROCESU TRANSPORTOWEGO**

### **Streszczenie:**

W artykule przedstawiono zagadnienie dynamiki procesu transportowego. Zdefiniowano proces przemieszczania jednostek transportowych w sieci transportowej. Zaproponowano formalizację zapisu charakterystyk sieci transportowej oraz charakterystyk pojazdów. Następnie określono parametry charakteryzujące dynamikę procesu transportowego.

Słowa kluczowe: modelowanie, proces transportowy, zadanie optymalizacyjne, transport.

### **WPROWADZENIE**

Definicja systemu transportowego precyzuje, że jest to układ środków technicznych, organizacyjnych i ludzkich połączonych ze sobą w taki sposób, aby mógł on sprawnie realizować przemieszczanie osób i (lub) ładunków w czasie i przestrzeni. Zatem celem działania tego systemu jest przemieszczanie pasażerów oraz ładunków[5].

Każdy system składa się z określonej liczby elementów i relacji zachodzących między nimi. Wśród elementów należących do systemu transportowego należy wyróżnić obiekty biorące udział w procesie przemieszczania osób i (lub) ładunków (z wyjątkiem obiektów będących przedmiotem transportu) i obiekty związane z procesem przemieszczania. Oznacza to, że do systemu transportowego należą: sieć drogowa, kolejowa, lotnicza, i inne, tabor pojazdów, stacje obsługi ruchu towarowego oraz stacje i przystanki osobowe, jak również urządzenia zabezpieczenia ruchu wraz z przepisami bezpieczeństwa i kontroli ruchu. Oraz osoby, pracujące na rzecz poprawnego funkcjonowania systemu transportowego [5].

Definiując dynamiczny proces transportowy należy najpierw przybliżyć pojęcie dynamiki i stanów systemu. Z dynamiką systemu mamy czynienia jeśli wielkości wyjściowe systemu w danej bieżącej zależą od przebiegu wielkości wejściowych w chwilach wcześniejszych. Przez stan systemu w danej chwili natomiast rozumiemy najmniejszą liczbę danych (wartości wyróżnionych cech systemu), których znajomość w wyróżnionej chwili, pozwala dokładnie określić wielkości wyjściowe systemu. Procesem systemu określimy natomiast w artykule przebieg zmian stanów systemu w czasie [1].

Uwzględniając powyższe parametryzując, proces transportowy należy zdefiniować nie tylko stany systemu ale również opisać strukturę sieci transportowej, jej charakterystyki oraz typy środków transportowych przemieszczających się elementami struktury sieci transportowej. Oczywiście zakres odwzorowania infrastruktury systemu transportowego oraz zakres odwzorowania potoku ruchu z wykorzystaniem charakterystyk jednostek tworzących potok ruchu, dla każdego typu modelu, wynika z celu i zakresu badań dla których model jest konstruowany.

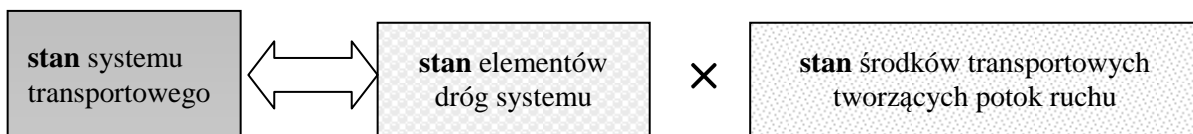
## 1. DYNAMIKA PROCESU TRANSPORTOWEGO

Z definicji dynamiki procesu transportowego wynika, że do opisu jej modelu niezbędne jest scharakteryzowanie związków pomiędzy stanami systemu transportowego oraz czasem jako zmienną niezależną. Zatem parametryzując proces transportowy należy uwzględnić zależności między stanami elementów dróg i stanami środków transportowych tworzących potok ruchu. Zależności te ograniczają liczbę dopuszczalnych stanów przestrzeni fazowej stanów systemu transportowego. Ograniczenia te pozwalają na przedstawienie ruchu wektora stanu w dwóch ujęciach:

- jako ciągu zmian stanu elementów dróg systemu,
- jako ciągu zmian stanu środków transportowych tworzących potok ruchu w systemie, np. pojazdów, pociągów, wagonów, kontenerów, pakietów materiałów.

W pierwszym ujęciu zmiany stanu środków transportowych wynikają jednoznacznie ze zmian stanu elementów dróg. Ujęcie drugie jest odwrotne do pierwszego, tj. zmiany stanu elementów dróg systemu wynikają ze zmian stanu jednostek transportowych [1].

Jak wcześniej wspomniano zakres odwzorowania infrastruktury systemu transportowego oraz zakres odwzorowania potoku ruchu z wykorzystaniem charakterystyk środków transportowych tworzących potok ruchu wynika z celu i zakresu badań dla których model jest konstruowany. Przyjmujemy, że stan systemu transportowego definiowany jest jako punkt przestrzeni fazowej określonej przez iloczyn kartezyjski stanów elementów dróg systemu oraz stanów środków transportowych tworzących potok ruchu w systemie (rys1).



Rys.1. Ilustracja graficzna stanu systemu transportowego.

Źródło: [3]

A zatem, do opisu stanu systemu może być wykorzystany wektor o składowych wyznaczających punkt w przestrzeni stanów tego systemu.

Nawiązując do definicji procesu przemieszczania jako opisu związków pomiędzy stanami, a także dla potrzeb odwzorowania dynamiki przemieszczania jednostek transportowych (dynamiki procesu transportowego) w sieci transportowej zakładamy, że:

- stan nazywać będziemy fazą procesu,
- zmianę stanu (zmianę fazy) nazywać będziemy zdarzeniem.

Fazę procesu przemieszczania charakteryzuje czas trwania, a zdarzenie charakteryzuje chwila wystąpienia zmiany stanu. Powstałą w ten sposób strukturę definiujemy jako strukturę sieci faz procesu przemieszczania. W takim układzie struktura sieci faz procesu przemieszczania jest odwzorowaniem struktury transportowej oraz odwzorowaniem procesu przemieszczania jednostek transportowych w sieci transportowej.

Zakładamy ponadto, że w odwzorowaniu dynamiki procesu transportowego żaden środek transportowy tworzący potok ruchu nie może być w żadnym stanie więcej niż jeden raz.

## 2. ODWZOROWANIE STRUKTURY SIECI TRANSPORTOWEJ

Strukturę systemu transportowego zapisujemy w postaci grafu  $G$ .

$$G = \langle W, L \rangle \quad (1)$$

gdzie:

$W$  - zbiór wierzchołków (węzłów) grafu  $G$

$$W = \{1, 2, \dots, a, \dots, i, \dots, j, \dots, b, \dots, W\} \quad (2)$$

$L$  - jest zbiorem uporządkowanych par  $(i, j)$  węzłów grafu będących podzbiorem iloczynu kartezyjskiego  $W \times W$ , przy czym łuk  $(i, j)$  jest interpretowany jako połączenie transportowe od węzła  $i$  do węzła  $j$ .

Kolejnym pojęciem charakteryzującym strukturę sieci transportowej jest droga. Drogą nazywamy kolejne elementy infrastruktury systemu transportowego biorące udział w przemieszczaniu potoku ruchu od początku trasy (węzła  $a$ ) do końca trasy (węzła  $b$ ). Zatem drogą w grafie  $G$ , z węzła  $a$  do węzła  $b$  nazywać będziemy ciąg  $p(ab)$  definiowany następująco:

$$p(ab) = \langle (a, k), (k, \dots), \dots, (i, j), \dots, (\dots, l), (l, b) \rangle \quad (3)$$

oczywiście

$$a, k, i, j, l, b \in W$$

oraz

$$(a, k), \dots, (i, j), \dots, (l, b) \in L.$$

## 3. FORMALIZACJA TYPÓW ŚRODKÓW TRANSPORTOWYCH ORAZ CHARAKTERYSTYK STRUKTURY SIECI TRANSPORTOWEJ

Oczywistym jest, gdy konstruujemy model dynamiki procesu transportowego konieczne jest zdefiniowanie czasu. Zakładamy zatem, że ponumerowano odcinki czasowych o dowolnej długości (minut, godzin), przy czym tworzą one zbiór  $T$ , tj.:

$$T = \{t: t=1, \dots, t', \dots, T\} \quad (4)$$

Zakładamy ponadto, że  $\forall t, t' \in T \ t \neq t'$  co oznacza, że zbiór odcinków czasowych jest zbiorem uporządkowanym ściśle monotonicznie.

Badając dynamikę procesu transportowego należy określić zbiór typów środków transportowych należących do analizowanego systemu ich liczbę. Ważnym jest ponadto określenie czy liczba środków transportowych znajdujących się na danym połączeniu sieci transportowej nie przekracza ograniczeń wynikających z wyposażenia tego połączenia (jego charakterystyk). Dlatego badając zależności i między zadaniami, wyposażeniem i organizacją działania systemu transportowego z dokładnością porównywalną z obserwowaniem rzeczywistego przemieszczania środków transportowych po elementach struktury sieci transportowej należy określić liczbę środków transportowych dla poszczególnych łuków  $(i, j)$  sieci z uwzględnieniem czasu.

Zakładamy zatem, że po sieci transportowej mogą przemieszczać się środki transportowe różnych typów tworząc potok ruchu. Dla jednoznaczności dalszych rozważań przyjmujemy, że  $S$  jest zbiorem numerów typów środków transportowych, tj.:

$$S = \{s: s=1, \dots, s', \dots, S\} \quad (5)$$

gdzie  $S$  jest liczebnością zbioru  $S$ .

Ponieważ po sieci transportowej może jednocześnie przemieszczać się wiele środków transportowych jednego typu, stąd niezbędnym jest ponumerowanie środków każdego typu  $s$ ,  $s \in S$ . Zbiór numerów środków transportowych  $s$ -tego typu oznaczmy przez  $K(s)$ , przy czym będzie on zbiorem postaci:

$$K(s) = \{(k,s): k=1,\dots,K(s)\}, s \in S \quad (6)$$

gdzie parę  $(k,s)$  interpretujemy jako  $k$ -ty numer środka transportowego  $s$ -tego typu, natomiast  $K(s)$  jest liczbą środków transportowych  $s$ -tego typu przemieszczających się po sieci transportowej.

Definiujemy zbiór  $K((i,j),s,t)$  którego elementami które są pary liczb, z których pierwsza jest numerem środka transportowego, druga natomiast jest numerem typu tego środka, przy czym w wyróżnionej  $t$ -tej chwili czasowej  $s$ -ty środek transportowy znajduje się na  $(i,j)$ -tym połączeniu sieci transportowej. Analizując problem dynamiki procesu transportowego należy uwzględnić przemieszczanie jednostek transportowych po wszystkich połączeniach należących do danej sieci transportowej.

Jeżeli przedmiotem badań jest liczba jednostek transportowych  $s$ -tego typu przemieszczających się w badanym obszarze sieci transportowej w rozpatrywanym przedziale  $\Delta t$ , to należy dokonać sumowania po wyróżnionych chwilach z przedziału czasowego.

Inną z charakterystyk dynamiki procesu transportowego jest czas przemieszczania się środka transportowego danego typu na określonym łuku.

Założymy zatem, że na iloczynie kartezjańskim  $L \times S \times T$  tym zadane jest odwzorowanie  $t1$ , przy czym wielkość  $t1((i,j),s,t)$  mieć będzie interpretację czasu pokonania łuku  $(i,j)$  przez  $s$ -ty rodzaj jednostek transportowych, jeśli środki transportowe  $s$  znajdują się na łuku  $(i,j)$  w chwili  $t$ .

Oczywiście dla ustalonej chwili  $t$  oraz dla ustalonego połączenia  $(i,j)$  pełna charakterystyka dynamiki prowadzona oddzielnie dla każdego rodzaju jednostek transportowych opisana będzie układem wartości:

$$\langle t1((i,j), 1, t), t1((i,j), 2, t), \dots, t1((i,j), s, t), \dots, t1((i,j), S, t) \rangle \quad (7)$$

#### 4. WŁASNOŚCI DYNAMICZNEGO MODELU PROCESU TRANSPORTOWEGO

Po zdefiniowaniu elementów mających wpływ na dynamikę procesów transportowych należy określić charakterystyki tych elementów. Decydując które własności elementów są ważne i należy je odwzorować w modelu należy najpierw określić cel badań. Najczęściej jest nim koszt lub czas transportu. Model dynamiczny zawierający tylko zmienne deterministyczne nie odwzorowuje rzeczywistych zależności między wielkością potoku ruchu oraz czasem i kosztami transportu z oczekiwaną dokładnością. Stąd w modelu dynamiki procesów transportowych należy stosować zmienne probabilistyczne. Oczywiście w przypadku modelu opisującego dynamikę procesów transportowych sposób obliczania kosztu transportu nie jest tak prosty, jak w przypadku modeli statycznych, ponieważ koszty transportu mogą się zmieniać w czasie.

Jednocześnie należy pamiętać, że aby model prawidłowo odwzorowywał dynamikę procesu transportowego należy wziąć pod uwagę pewne ograniczenia takie jak:

- przyczynowość,
- zasada FIFO,
- zależność między wielkością potoku a wykorzystywanymi w systemie drogami (wpływ wielkości potoku na koszty transportu dla pojedynczego połączenia).

## Przyczynowość

Przyczynowość mówi nam, że na obecne zachowanie podróźnych mają wpływ zdarzenia z przeszłości (poprzednie stany). Warunek ten powinien znaleźć odzwierciedlenie w dowolnej funkcji kosztu połączenia. Ponadto, wyjaśnia, że na koszty transportu dla danego połączenia mogą mieć wpływ wielkości przepływu w poprzednich chwilach.

## FIFO

Zasadę FIFO (*First-in-first-out*). powinna być przestrzegana w dynamicznych modelach dynamicznych ponieważ zwykle oczekuje się, że jeśli dwa pojazdy wjeżdżają do samego łuku w pewnej kolejności to i w tej samej kolejności go opuszczają. Można zatem powiedzieć, że przybywają do miejsca przeznaczenia wcześniej niż tych, którzy odeszli po nich. Zasadę FIFO występującą na połączeniach  $(i, j)$  można zapisać [3]:

$$\forall s, s' \in S \text{ jeśli } t_i(s) > t_i(s') \quad \tau_{ij}(t) = t_j(s) - t_j(s') \quad (8)$$

$$\frac{d\tau_{ij}(t)}{dt} \geq 0 \quad (9)$$

gdzie:

$t_i(s)$  czas wyjazdu pojazdu  $s$  z węzła  $i$ ,

$t_i(s')$  czas wyjazdu pojazdu  $s'$  z węzła  $i$ ,

$t_j(s)$  czas przyjazdu pojazdu  $s$  do węzła  $j$ ,

$t_j(s')$  czas przyjazdu pojazdu  $s'$  do węzła  $j$ .

$d\tau_{ij}(t)$  oznacza zmianę w czasie przybycia do węzła  $j$  pojazdów  $s$  i  $s'$  między pojazdami na wejściu i wyjściu z połączenia  $(i, j)$

Warunek (9) oznacza, że na danym łuku nie występuje wyprzedzanie pojazdów.

## Rozprzestrzenianie się potoku ruchu

Rozprzestrzenianie potoku ruchu wskazuje, jak zmienia się liczba pojazdów wzdłuż trasy ruchu pojazdu. W statycznym zadaniu tego warunku nie uwzględnia się, ponieważ zakłada się, że wielkość potoku ruchu na trasie pozostaje stała wzdłuż całej trasy. Jednak w modelu odwzorowującym dynamikę procesów transportowych wielkość potoku ruchu może zmieniać się wzdłuż trasy zależnie od warunków pracy sieci. Oznacza to, że natężenie przepływu można zmienić wzdłuż trasy i czasie. Ogólnie rzecz biorąc, rozprzestrzenianie się potoku ruchu dla relacji przewozu  $(a, b)$  w którym uwzględniona została zasada FIFO można zapisać jako [3]:

$$h^{ab}(\tau^{ab}(t)) = \frac{f^{ab}(t)}{d\tau^{ab}(t)/dt} \quad (10)$$

gdzie:

$f^{ab}(t)$  – jest wielkością potoku ruchu wypływającego z węzła  $a$  w czasie  $t$ ,

$h^{ab}(t)$  – jest wielkością potoku ruchu wpływającego do węzła  $b$  w czasie  $t$ ,

$\tau^{ab}(t)$  – jest okresem czasu potrzebny na przejazd od węzła  $a$  do węzła  $b$  zależny od chwili w której środki transportowe znalazły się na trasie

Zależność (10) pozwala na zbadanie, jak zmieni się wielkość potoku ruchu wzdłuż trasy z upływem czasu.

Zgodnie z zasadą FIFO dla relacji  $(a, b)$  wielkość potoku ruchu wypływająca z węzła  $a$  w chwili  $t - F^{ab}(t)$ , będzie taka sama jak wielkość potoku ruchu wpływającego do węzła  $b$  w chwili  $\tau(t) - H^{ab}(\tau(t))$ , rysunek 2 ilustruje tę zależność.

W związku z powyższym można wyprowadzić zależność:

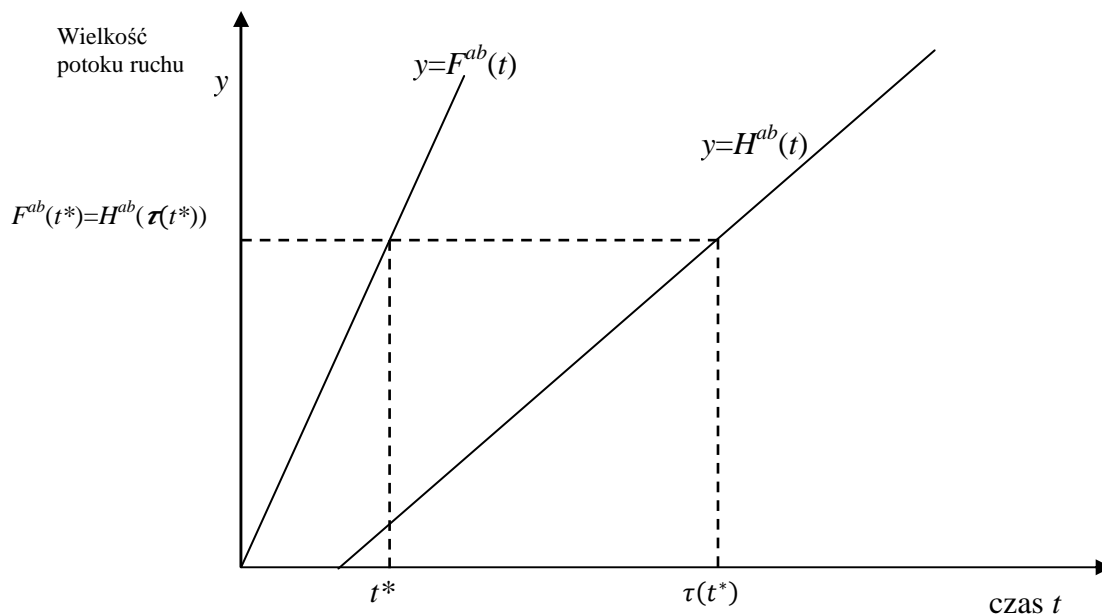
$$F^{ab}(t) = H^{ab}(\tau^{ab}(t)) \quad (11)$$

lub

$$\int_0^t f^{ab}(u) du = \int_0^{\tau^{ab}(t)} h^{ab}(w) dw \quad (12)$$

Jeśli zróżniczkujemy stronami (4) otrzymamy:

$$f^{ab}(t) = h^{ab}(\tau^{ab}(t)) \frac{d\tau^{ab}(t)}{dt} \quad (13)$$



Rys 2. Wykres wielkości potoku ruchu w sieci.

Źródło: [3].

## 5. PARAMETRY DYNAMIKI PROCESU TRANSPORTOWEGO

Jeśli do badań wykorzystamy teorię masowej obsługi SMO wówczas należy uwzględnić następujące charakterystyki procesu transportowego [1]:

- Prawdopodobieństwo obsłużenia zgłoszenia przychodzącego w dowolnej chwili  $t$  (losowy wybór chwili  $t$ ),
- Oczekiwana liczba zajętych stanowisk,
- Prawdopodobieństwo pełnego obciążenia stanowisk obsługi,
- Oczekiwany czas trwania niepełnego obciążenia stanowisk obsługi,
- Prawdopodobieństwo występowania kolejki,
- Średnia długość kolejki,
- Średni czas przebywania zgłoszenia w systemie,

- Oczekiwana liczba zgłoszeń znajdujących się w systemie – łącznie w kolejce i stanowiskach obsługi.

Oczywiście czas przemieszczania środków transportowych po każdym połączeniu sieci transportowej może być różny i uwarunkowany jest zarówno liczbą typów środków transportowych na połączeniu, jak i liczbą środków transportowych danego typu chcących z połączenia sieci transportowej w tym samym czasie skorzystać.

W terminologii sieci faz procesu odpowiadać to będzie sytuacji obsługi przez kanały obsługi określonego strumienia środków transportowych. W przypadku, gdy intensywność kanału obsługi będzie mała w stosunku do rzeczywistego zapotrzebowania na czas, przed kanałami obsługi tworzyć się będą kolejki.

### PODSUMOWANIE

Reasumując do badając dynamikę procesów transportowych należy wybrać model odwzorowujący wpływ czasu. Modelami które uwzględniają działanie systemu w czasie są modele dynamiczne. Modele te, w przeciwieństwie do statycznych, umożliwiają badanie zależności między elementami systemu z dokładnością porównywalną do rzeczywistości. Jedną niewątpliwych zalet tego typu modeli jest to, że model dynamiczny, rozłożenia potoku ruchu w sieci wymaga mniej szczegółowych ograniczeń. Na przykład dopuszcza możliwość wystąpienia sytuacji w której kierowcy mogą nie posiadać lub posiadać niepełne informacje np.: o kosztach transportu lub przepustowości pewnych odcinków dróg. Model, który w sposób najbliższy rzeczywistości odpowie na pytanie jak przy tych warunkach brzegowych będzie wyglądało rozłożenie potoku ruchu na sieci jest modelem dynamiczno-stochastycznym [3] [4].

Parametryzując elementy procesu transportowego należy zatem uwzględnić zarówno charakterystyki deterministyczne, na przykład długość połączenia ( $i, j$ ), jak i probabilistyczne na przykład prawdopodobieństwo wyboru przez środek transportowy danego połączenia. Można zatem stwierdzić, że ściśle określenie charakterystyk procesu jest zadaniem skomplikowanym i zależy od celu dla którego konstruujemy model.

### BIBLIOGRAFIA

- [1] Ambroziak T., Jacyna M.: Wybrane aspekty modelowania dynamiki procesów transportowych, Prace Naukowe PW, TRANSPORT, z. 53, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2004.
- [2] Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A.: Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. PWN, Warszawa 1977.
- [3] Han, S.: Dynamic traffic modelling and dynamic stochastic user equilibrium assignment for general road networks, Transportation Research 37B, 225–249.
- [4] Huang, H.J., Lam, W.H.K.: Modeling and solving the dynamic user equilibrium route and departure time choice problem in network with queues, Transportation Research Part B 36 (3), 253–273.
- [5] Jacyna M.: Wybrane zagadnienia modelowanie systemów i procesów transportowych Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2009
- [6] Leszczyński J.: Modelowanie systemów i procesów transportowych Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1999

**PARAMETERIZATION OF THE TRANSPORTATION PROCESS ELEMENTS**

**Abstract:**

The article presents the problem of the dynamics of the transport process. The process of moving transportation unit in the transport network was defined. The formal description of the transportation network characteristics and the characteristics of the vehicles was proposed. Subsequently, the parameters characterizing dynamics of the transport process were defined.

Key words: modeling, transportation process, the optimization problem, transportation