

Mariusz WASIAK

Politechnika Warszawska
Wydział Transportu, Zakład Logistyki i Systemów Transportowych
ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa
mwa@it.pw.edu.pl

FORMALIZACJA OPISU PROCESÓW LOGISTYCZNYCH

Streszczenie:

Wychodząc z ogólnej postaci modelu systemu logistycznego w artykule zaproponowano formalny opis procesów logistycznych. Zdefiniowano stan systemu logistycznego oraz zapisano formuły matematyczne odwzorowujące zmiany stanu tego systemu. W proponowanym podejściu uwzględniono m.in. przekształcenia strumieni ładunków ze względu na postać, czas oraz miejsce, a także miejsca realizacji tych przekształceń oraz ludzkie i techniczne zasoby, jakimi system powinien dysponować.

Słowa kluczowe: proces logistyczny, modelowanie, odwzorowanie procesu

WPROWADZENIE

Przemieszczanie dóbr materialnych wraz z ich przetwarzaniem jest konieczne dla zaspokajania potrzeb ludzkich, które wynikają z chęci posiadania nowych wyrobów, czy też z konieczności zaspakajania pragnienia. W konsekwencji, w otaczającym świecie można wyróżnić wiele jego fragmentów, w których jest realizowana obsługa dóbr materialnych (ładunków). Te fragmenty rzeczywistości stanowią systemy logistyczne, zaś wykonywania w nich obsługa ładunków to procesy logistyczne.

Rolą logistyki jest dążenie do wzrostu efektywności ekonomicznej przepływów materialnych występujących w gospodarce oraz poziomu ich realizacji (por z Vitasek, 2010, s. 114). Uzasadnia to prowadzenie badań w zakresie optymalizacji systemów logistycznych oraz usprawniania procesów realizowanych w tych systemach. Klasyczne metody projektowania oraz istniejące podejścia optymalizacyjne są częstokroć niewystarczające. Zatem kluczowym zagadnieniem jest dysponowanie właściwym modelem systemu logistycznego.

W rzeczywistości procesy logistyczne są procesami dynamicznymi oraz częstokroć losowymi. Spośród modeli matematycznych szczególnie przydatne do opisu takich zjawisk są modele pozwalające na odwzorowanie wpływu czasu oraz losowości. Ze względu na złożoność procesów logistycznych, spośród modeli tej klasy należy stosować modele symulacyjne. Podczas prowadzenia badań symulacyjnych naśladowany jest przebieg rzeczywistych procesów. Niezbędnym jest więc, dysponowanie aparatem matematycznym, pozwalającym odwzorować przebieg procesów logistycznych. Przy czym zgodnie z ideą modelowania, podczas odwzorowywania procesów logistycznych, należy dążyć do maksymalnej prostoty zapisu matematycznego zapewniającej uzyskanie odpowiedzi na stawiane pytania badawcze. Zważywszy na dość złożone uwarunkowania realizacji procesów logistycznych nie jest to zagadnienie łatwe.

1. MODEL SYSTEMU LOGISTYCZNEGO

Obsługa strumieni ładunków i informacji w systemie logistycznym wynikająca z postawionego przed nim zadania logistycznego ZL wymaga, aby system ten dysponował odpowiednią strukturą GS opisaną pewnymi charakterystykami FS . Charakterystyki elementów struktury systemu logistycznego wynikają z dysponowanych zasobów ZO . Ponadto należy zauważyć, że w każdym systemie logistycznym możliwe jest wyspecyfikowanie pewnych zasad realizacji zadania logistycznego ZR . Zasady te ujmowane są w ograniczeniach oraz kryteriach optymalizacji systemów logistycznych. Uwzględniając wymienione elementy, model systemu logistycznego MSL można zdefiniować, jako uporządkowaną piątkę postaci (Wasiak, 2011):

$$MSL = \langle ZL, ZO, GS, FS, ZR \rangle \quad (1)$$

Przyjmując dyskretyzację czasu zbiór T numerów chwil zdefiniowano następująco:

$$T = \{t : t = 1, \dots, \bar{T}\}$$

Realizowane w systemie logistycznym zadanie logistyczne polega na przekształcaniu strumieni ładunków wchodzących do tego systemu w strumienie ładunków z niego wychodzące. Obsługiwane w systemie logistycznym rodzaje ładunków zapisano w zbiorze $R = \{r : r = 1, \dots, \bar{R}\}$, zaś dokonywane na nich przekształcenia ze względu na postać, czas i miejsce – w zbiorze $P = \{p : p = 1, \dots, \bar{P}\}$. Przyjęto możliwość dekompozycji zbioru P na zbiór przekształceń ze względu na postać PP , czas PT i miejsce PM . Każde z przekształceń strumieni ładunków ze względu na postać cechuje się rodzajami strumieni ładunków, które są mu poddawane Rp^p oraz powstających w wyniku jego realizacji Rk^p . Charakteryzują je również, ustalone w kolejnych chwilach oraz odpowiadające poszczególnym strumieniom ładunków ich charakterystyki ilościowe przed przekształceniem $Qp^{p,r,t}$ oraz po przekształceniu $Qk^{p,r,t}$.

Wielkość stawianych przed systemem logistycznym zadań wynika z ilości ładunków poszczególnych rodzajów, które powinny być obsłużone przez ten system zapisanych w macierzy QZ oraz z koniecznego zakresu ich przekształceń (zbiór P). Zadanie logistyczne ZL stawiane przed systemem logistycznym zdefiniowano następująco:

$$ZL = \langle QZ, P \rangle \quad (2)$$

przy czym $QZ = [qz_z^{r,t} \in \mathcal{N} : z \in Z, r \in R_z, t \in T]$ jest macierzą zgłoszeń strumieni ładunków, której elementy $qz_z^{r,t}$ mają interpretację wielkość zgłoszenia w chwili t ładunku r -tego rodzaju w z -tym źródle.

Przyjmując, że znane są rodzaje zasobów technicznych jakie mogą być stosowane w systemie logistycznym $S = \{s : s = 1, \dots, \bar{S}\}$, rodzaje zasobów ludzkich $L = \{l : l = 1, \dots, \bar{L}\}$ oraz zasady organizacji pracy (zmiany pracy) $ZM = \{zm : zm = 1, \dots, \bar{ZM}\}$, a także zbiory charakterystyk elementów tych zasobów i zasad oznaczone kolejno jako FL , FS , F_{ZM} , dysponowane zasoby ZO zostały zdefiniowane następująco:

$$ZO = \langle L, FL, S, FS, ZM, F_{ZM} \rangle \quad (3)$$

Wśród charakterystyk FL kategorii pracy ludzkiej ($l \in L$) w modelu uwzględniono: roczny koszt stały pracy K_{L_l} , koszt zmienny pracy przypadający na jednostkę czasu cl_l , koszty rekrutacji, szkoleń i badań wstępnych N_{L_l} , przewidywaną długość okresu zatrudnienia T_{L_l} , a także ustalony dla kolejnych chwil wskaźnik gotowości do pracy Al_l^t i wskaźnik wyko-

rzystania czasu pracy HL_l^t . Ponadto w zbiorze kategorii pracy ludzkiej L wyróżniono podzbiór kategorii pracy, których pracownicy mogą realizować prace fizyczne LF oraz zdefiniowano zbiór rodzajów strumieni ładunków, które może obsługiwać pracownik fizyczny l -tej kategorii pracy RL_l .

Jako charakterystyki środków pracy ($s \in S$) stanowiące elementy zbioru F_s uwzględniono roczny koszt stały ich posiadania bez uwzględnienia odpisów amortyzacyjnych K_{s_s} , koszt zmienny pracy na jednostkę czasu c_{s_s} oraz nakłady inwestycyjne ich na zakup N_{s_s} . Uwzględniono również przewidywany okres ich eksploatacji T_{s_s} oraz czasochłonność przebrojenia tp_{s_s} . Dla kolejnych chwil zdefiniowano wskaźnik gotowości technicznej As_s^t środków pracy i wskaźnik wykorzystania czasu ich pracy HS_s^t . Uwzględniono także zbiór, obsługiwanych przez środek pracy, rodzajów strumieni ładunków Rs_s oraz przekształceń strumieni ładunków PP_{s_s} . Dla środków pracy ($s \in S$) i obsługiwanych przez nie strumieni ładunków ($r \in Rs_s$) zdefiniowano zbiory numerów pracowników niezbędnych do ich obsługi No_s^r oraz zbiory dostępnych kategorii pracy ludzkiej dla poszczególnych stanowisk pracy ($no_s^r \in No_s^r$) $Lo_{s,no_s^r}^r$. Analogiczne charakterystyki zdefiniowano dla środków pracy ($s \in S$) i możliwych do realizacji za ich pomocą przekształceń ($p \in PP_{s_s}$). Oznaczono je symbolem Np_s^p oraz $Lp_{s,np_s^p}^p$.

Charakterystyki F_{ZM} poszczególnych zmian pracy ($zm \in ZM$) obejmują godzinę ich rozpoczęcia tr_{zm} oraz godzinę zakończenia tz_{zm} .

System logistyczny w skali makro i mezo składa się ze zbioru obiektów powiązanych obsługą transportową. Obiekty te są miejscami, w których strumienie materiałów są produkowane, przechowywane, sortowane, sprzedawane lub zużywane (Ghiani i inni, 2004, s. 1). Struktura systemu logistycznego wynika z lokalizacji obiektów i wyodrębnionych w nich obszarów funkcjonalnych AS , przy czym zarówno obiekty logistyczne, jak te obszary powiązane są ze sobą relacjami RS . Mając na względzie ten fakt, strukturę systemu logistycznego GS formalnie zdefiniowano następująco:

$$GS = \langle AS, RS \rangle \quad (4)$$

Obszary funkcjonalne, w których realizowane są przekształcenia strumieni ładunków ze względu na postać oraz ze względu na czas organizowane są w formie wydzielonych stref. Natomiast obszary funkcjonalne, w których realizowane są przekształcenia strumieni ładunków ze względu na miejsce w praktyce stanowią połączenia między tymi strefami.

W zbiorze AS elementów systemu logistycznego wyróżniono elementy umożliwiające oddziaływanie otoczenia na ten system, tj. źródła strumieni ładunków $Z = \{z : z = 1, \dots, \bar{Z}\}$ oraz strefy $W = \{w, w' : w, w' = 1, \dots, \bar{W}\}$, w których są realizowane przekształcenia ze względu na postać i czas. Zbiór stref systemu logistycznego został zdekomponowany na zbiór obszarów funkcjonalnych, w których są realizowane przekształcenia strumieni ładunków ze względu na postać WP oraz zbiór obszarów funkcjonalnych, w których są realizowane przekształcenia strumieni ładunków ze względu na czas WT . Zatem:

$$AS = Z \cup W = Z \cup WP \cup WT, \text{ przy czym } Z \cap WP = \emptyset, WP \cap WT = \emptyset, Z \cap WT = \emptyset \quad (5)$$

Na potrzeby badań zbiór RS połączeń między elementami systemu logistycznego zdekomponowano na zbiór połączeń między źródłami strumieni ładunków a wyróżnionymi w systemie strefami $RS_{Zw} = \{(z, w) \in Z \times W\}$ oraz zbiór połączeń między wyróżnionymi stre-

fami $RS_{ww} = \{(w', w) \in W \times W : w \neq w'\}$. Ponadto w zbiorze RS wyróżniono zbiór połączeń występujących między elementami systemu, które odwzorowują przekształcenia strumieni ładunków ze względu na miejsce RM oraz zbiór połączeń formalnych między elementami systemu RF . Dla ustalonej struktury powiązań między elementami systemu logistycznego znane są zbiory poprzedników Γ_w^{-1} i następników Γ_w poszczególnych jego elementów.

Zbiór charakterystyk elementów struktury systemu logistycznego FS jest sumą zbioru charakterystyk źródeł strumieni ładunków Fz , obszarów funkcjonalnych, w których są realizowane przekształcenia ze względu na postać F_{WP} , czas F_{WT} oraz miejsce F_{RM} , a także zbioru charakterystyk połączeń formalnych między strefami systemu F_{RF} , tj.:

$$FS = Fz \cup F_{WP} \cup F_{WT} \cup F_{RM} \cup F_{RF} \quad (6)$$

Jako charakterystyki Fz poszczególnych źródeł strumieni ładunków ($z \in Z$) uwzględniono rodzaje strumieni ładunków w nich generowanych Rz_z oraz ich wielkości zgłoszeń w kolejnych chwilach czasu $qz_z^{r,t}$.

Wśród charakterystyk F_{WP} elementów zbioru stref systemu logistycznego, w których są realizowane przekształcenia strumieni ładunków ze względu na postać ($w \in WP$) jako pierwszy zdefiniowano zbiór rodzajów obsługiwanych strumieni ładunków R_{w_w} . Jako kolejne uwzględniono pojemności miejsc oczekiwania na obsługę określone w liczbie jednostek ładunków poszczególnych rodzajów ($r \in R_{w_w}$) $P_{w_w}^r$. Uwzględniono również zbiór dostępnych środków pracy S_{w_w} , zbiór kategorii pracy ludzkiej L_{w_w} oraz zbiór kategorii pracy ludzkiej, których pracownicy mogą realizować prace fizyczne F_{w_w} . Zdefiniowano też zbiór dostępnych zmian pracy Z_{w_w} oraz zbiór obsługiwanych przekształceń PP_{w_w} . Następnie zdefiniowano zbiory tych przekształceń możliwych do realizacji za pomocą poszczególnych środków pracy ($s \in S_{w_w}$) i przez pracowników poszczególnych kategorii pracy ludzkiej ($l \in F_{w_w}$). Zbiory te oznaczono symbolem $P_{ws_{w,s}}$ oraz $P_{wL_{w,l}}$.

Ponadto w zbiorze F_{WP} uwzględniono prawdopodobieństwa $p_w^{p,r,t}$ realizacji przekształceń ze względu na postać ($p \in PP_{w_w}$) wg strumieni ładunków ($r \in R_{w_w}$). Uwzględniono także liczby przekształceń ($p \in P_{ws_{w,s}}$), które można realizować jednocześnie za pomocą poszczególnych środków pracy ($s \in S_{w_w}$) $N_{ps_{w,s}}^p$ i czasy ich wykonania $tps_{w,s}^{p,t}$, a także liczby przekształceń ($p \in P_{wL_{w,l}}$), które mogą być realizowane jednocześnie przez pracowników poszczególnych kategorii pracy ($l \in F_{w_w}$) $N_{pl_{w,l}}^p$ i czasy ich wykonania $tpl_{w,l}^{p,t}$.

Dla stref systemu logistycznego, w których są realizowane przekształcenia strumieni ładunków ze względu na czas ($w \in WT$) uwzględniono charakterystyki F_{WT} obejmujące: zbiory R_{w_w} , S_{w_w} , L_{w_w} , F_{w_w} , Z_{w_w} oraz pojemności $P_{w_w}^r$ interpretowane identycznie jak w przypadku stref stanowiących miejsca przekształceń ze względu na postać. Uwzględniono również numer rodzaju realizowanego przekształcenia pt_w , liczby przekształceń strumieni ładunków ($r \in R_{s_s} \cap R_{w_w}$), które można realizować jednocześnie za pomocą dostępnych środków pracy ($s \in S_{w_w}$) $N_{ts_{w,s}}^r$ i czasy ich wykonania $tts_{w,s}^{r,t}$, a także liczby przekształceń strumieni ładunków ($r \in R_{L_l} \cap R_{w_w}$), które mogą być realizowane jednocześnie przez pracowników poszczególnych kategorii pracy ($l \in F_{w_w}$) $N_{tl_{w,l}}^r$ i czasy ich wykonania $ttl_{w,l}^{r,t}$.

Elementy zbioru powiązań między strefami systemu logistycznego, które odwzorowują przekształcenia strumieni ładunków ze względu na przestrzeń $((w', w) \in \mathbf{RM})$ opisano uwzględniając zbiór rodzajów obsługiwanych strumieni ładunków $\mathbf{RR}_{w',w}$. Wśród charakterystyk \mathbf{FRM} uwzględniono też prawdopodobieństwa skierowania do przekształceń poszczególnych strumieni ładunków $(r \in \mathbf{RR}_{w',w})$ $p_{w',w}^{r,t}$ oraz pojemności miejsc oczekiwania na obsługę określone w liczbie jednostek ładunków poszczególnych rodzajów $(r \in \mathbf{RR}_{w',w})$ $P_{w',w}^r$. Jako kolejne zdefiniowano zbiory: dostępnych środków pracy $\mathbf{SM}_{w',w}$, kategorii pracy ludzkiej $\mathbf{LM}_{w',w}$ i kategorii pracy ludzkiej, których pracownicy mogą realizować prace fizyczne $\mathbf{FM}_{w',w}$, a także dostępnych zmian pracy $\mathbf{ZM}_{w',w}$. Ponadto uwzględniony został numer rodzaju realizowanego przekształcenia $pm_{w',w}$. W zbiorze \mathbf{FRM} zawarto także liczby przekształceń strumieni ładunków $(r \in \mathbf{RS}_s \cap \mathbf{RR}_{w',w})$, które można realizować jednocześnie za pomocą dostępnych środków pracy $(s \in \mathbf{SM}_{w',w})$ $N_{MS_{w',w},s}^r$ i czasy ich wykonania $t_{MS_{w',w},s}^{r,t}$. Jako ostatnie charakterystyki \mathbf{FRM} zdefiniowano liczby przekształceń strumieni ładunków $(r \in \mathbf{RL}_l \cap \mathbf{RR}_{w',w})$, które mogą być realizowane jednocześnie przez pracowników poszczególnych kategorii pracy $(l \in \mathbf{FM}_{w',w})$ $N_{ML_{w',w},l}^r$ i czasy ich wykonania $t_{ML_{w',w},l}^{r,t}$.

Elementy zbioru formalnych połączeń występujących w systemie logistycznym $((w', w) \in \mathbf{RF})$ opisano uwzględniając charakterystyki \mathbf{FRF} obejmujące: zbiory rodzajów przemieszczanych nimi strumieni ładunków $\mathbf{RR}_{w',w}$ i prawdopodobieństwa przemieszczania tych strumieni $(r \in \mathbf{RR}_{w',w})$ $p_{w',w}^{r,t}$.

2. ODWZOROWANIE STANU SYSTEMU LOGISTYCZNEGO

Zgodnie z poczynionymi ustaleniami, w systemach logistycznych są dokonywane przekształcenia strumieni ładunków ze względu na postać, czas oraz miejsce. Ich realizacja utożsamiana jest z procesem logistycznym (por. z Wegner, 1993, s. 50). W procesach przekształceń strumieniom ładunków, pojawiającym się na wejściu do systemu logistycznego w określonych chwilach, ilościach oraz formach, nadawana jest wymagana forma oraz gwarantowane są wymagane ich ilości i terminy przekazania do otoczenia systemu.

Zgodnie z definicją procesu, stanowi on ciąg zmian stanu systemu, przy czym stan systemu determinowany jest przez stan wszystkich jego elementów. W przyjętym opisie struktury systemu logistycznego, jako główne jego elementy, których stan jest istotny z punktu widzenia stanu całego systemu, uwzględniono obszary funkcjonalne systemu oraz zasoby jakimi obszary te dysponują. Stan systemu logistycznego jest również istotnie zależny od aktywności źródeł strumieni ładunków.

Stan systemu logistycznego odwzorowano z dokładnością do liczby jednostek strumieni ładunków znajdujących się w poszczególnych fazach procesu ich obsługi w systemie. Taki poziom szczegółowości, w porównaniu do identyfikacji poszczególnych jednostek strumieni materiałów, pozwala uzyskać większą efektywność obliczeniową modelu.

Mając na względzie powyższe, stan systemu w chwili t zdefiniowano następująco:

- liczba jednostek strumieni ładunków wg ich rodzaju, które oczekują na obsługę, w następnym obszarach funkcjonalnych systemu: w źródłach strumieni ładunków $(q_{BZ_{z,w}}^{r,t})$, w strefach systemu po przekształceniu ze względu na postać za pomocą środków pracy

- ($qBPS_{w',s,w}^{p,r,t}$) i przez pracowników ($qBPL_{w',l,w}^{p,r,t}$), a także w strefach systemu po przekształceniu ze względu na czas za pomocą środków pracy ($qBTS_{w',s,w}^{r,t}$) i przez pracowników ($qBTL_{w',l,w}^{r,t}$),
- liczba jednostek strumieni ładunków wg ich rodzaju, które oczekują na obsługę w wyznaczonych miejscach stref systemu logistycznego ($qBS_w^{r,t}$) oraz na połączeniach między jego strefami ($qBM_{w',w}^{r,t}$),
 - liczba środków pracy, które należy skierować do realizacji przekształceń strumieni ładunków ze względu na postać ($yPS_{w,s}^{p,t}$), czas ($yTS_{w,s}^{r,t}$) oraz miejsce ($yMS_{w',w,s}^{r,t}$),
 - liczba pracowników, których należy skierować do obsługi środków pracy w związku z realizacją przekształceń strumieni ładunków ze względu na postać ($yPO_{w,s,np_s^p,l}^{p,t}$), czas ($yTO_{w,s,no_s^r,l}^{r,t}$) oraz miejsce ($yMO_{w',w,s,no_s^r,l}^{r,t}$),
 - liczba pracowników fizycznych, których należy skierować do realizacji przekształceń strumieni ładunków ze względu na postać ($yPL_{w,l}^{p,t}$), czas ($yTL_{w,l}^{r,t}$) i miejsce ($yML_{w',w,l}^{r,t}$),
 - liczba jednostek strumieni ładunków, które zajmują środki pracy po przekształceniach ze względu na postać ($qZPS_{w,s}^{p,r,t}$), czas ($qZTS_{w,s}^{r,t}$) oraz miejsce ($qZMS_{w',w,s}^{r,t}$),
 - liczba pracowników obsługujących środki pracy, które zakończyły realizację przekształceń strumieni ładunków ze względu na postać ($OZP_{w,s,np_s^p,l}^{p,t}$), czas ($OZT_{w,s,no_s^r,l}^{r,t}$) oraz miejsce ($OZM_{w',w,s,no_s^r,l}^{r,t}$),
 - liczba jednostek strumieni ładunków zajmujących pracowników fizycznych po przekształceniach ze względu na postać ($qZPL_{w,l}^{p,r,t}$), czas ($qZTL_{w,l}^{r,t}$) i miejsce ($qZML_{w',w,l}^{r,t}$).

3. ODWZOROWANIE PROCESU LOGISTYCZNEGO

W zapisie formalnym procesu logistycznego wyodrębniono kolejne etapy przepływu strumieni ładunków przez system logistyczny oraz występujące między tymi etapami zależności. Etapy te to m.in. skierowanie ładunków do obsługi w danym obszarze, rozpoczęcie przekształcenia, zakończenie przekształcenia. W równaniach modelu uwzględniono zarówno zdolności obsługowe środków pracy, jak i pracowników.

Formalny opis procesu logistycznego został przygotowany przy uwzględnieniu następujących założeń:

- strumienie ładunków mogą oczekiwać na obsługę w obszarach funkcjonalnych jedynie w wyznaczonych miejscach o ograniczonej pojemności,
- wszelkie jednostki ładunków są pobierane do obsługi jedynie z wydzielonego miejsca, w którym na nią oczekują,
- strumień ładunków kierowany do obszaru funkcjonalnego systemu jest w nim przyjmowany pod warunkiem wolnego miejsca oczekiwania na obsługę, w przeciwnym przypadku nie są zwalniane środki pracy i pracownicy, które ten strumień obsłużyły w obszarze poprzedzającym dany obszar,
- w przypadku wolnych środków pracy i pracowników strumień oczekujący na obsługę jest do niej kierowany,

- w przypadku wolnych środków pracy i pracowników oraz braku strumieni oczekujących na obsługę, jeżeli strumień zgłasza się do danego obszaru funkcjonalnego systemu wówczas bezpośrednio jest kierowany do obsługi.

Proces logistyczny, rozumiany jako zmiany wartości zmiennych, za pomocą których zdefiniowano stan systemu, odwzorowany został za pomocą następujących równań:

$$\forall t \in T \quad \forall z \in Z \quad \forall w \in \Gamma_z \quad \forall r \in \mathbf{RR}_{z,w} \quad q_{BZ}^{r,t}_{z,w} = q_{BZ}^{r,t-1}_{z,w} + \left[qz_{z,w}^{r,t} p_{z,w}^{r,t} \right] - qz_{z,w}^{r,t} \quad (7)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w' \in \mathbf{WP} \quad \forall s \in S_{w'} \quad \forall w \in \Gamma_{w'} \quad \forall r \in \mathbf{RR}_{w',w} \quad \forall p \in \mathbf{PWS}_{w',s} \\ q_{BPS}^{p,r,t}_{w',s,w} = q_{BPS}^{p,r,t-1}_{w',s,w} - q_{PS.W}^{p,r,t}_{w',s,w} - q_{PS.M}^{p,r,t}_{w',s,w} + \sum_{t' \in T: t' + t_{PS}^{p,t'} = t} \left[q_{PS}^{p,t'} Qk^{p,r,t'} p_{w',w}^{r,t'} \right] \quad (8)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w' \in \mathbf{WP} \quad \forall l \in F_{w'} \quad \forall w \in \Gamma_{w'} \quad \forall r \in \mathbf{RR}_{w',w} \quad \forall p \in \mathbf{PWL}_{w',l} \\ q_{BPL}^{p,r,t}_{w',l,w} = q_{BPL}^{p,r,t-1}_{w',l,w} - q_{PL.W}^{p,r,t}_{w',l,w} - q_{PL.M}^{p,r,t}_{w',l,w} + \sum_{t' \in T: t' + t_{PL}^{p,t'} = t} \left[q_{PL}^{p,t'} Qk^{p,r,t'} p_{w',w}^{r,t'} \right] \quad (9)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w' \in \mathbf{WT} \quad \forall s \in S_{w'} \quad \forall w \in \Gamma_{w'} \quad \forall r \in \mathbf{RR}_{w',w} \\ q_{BTS}^{r,t}_{w',s,w} = q_{BTS}^{r,t-1}_{w',s,w} - q_{TS.W}^{r,t}_{w',s,w} - q_{TS.M}^{r,t}_{w',s,w} + \sum_{t' \in T: t' + t_{TS}^{r,t'} = t} \left[q_{TS}^{r,t'} p_{w',w}^{r,t'} \right] \quad (10)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w' \in \mathbf{WT} \quad \forall l \in F_{w'} \quad \forall w \in \Gamma_{w'} \quad \forall r \in \mathbf{RR}_{w',w} \\ q_{BTL}^{r,t}_{w',l,w} = q_{BTL}^{r,t-1}_{w',l,w} - q_{TL.W}^{r,t}_{w',l,w} - q_{TL.M}^{r,t}_{w',l,w} + \sum_{t' \in T: t' + t_{TL}^{r,t'} = t} \left[q_{TL}^{r,t'} p_{w',w}^{r,t'} \right] \quad (11)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in \mathbf{WP} \quad \forall r \in \mathbf{RW}_w \quad q_{BS}^{r,t}_w = q_{BS}^{r,t-1}_w + \sum_{z \in \Gamma_w^{-1}: z \in Z} qz_{z,w}^{r,t} + \\ + \sum_{w' \in \Gamma_w^{-1}: w' \in \mathbf{WP}} \left(\sum_{s \in S_{w'}} \sum_{p \in \mathbf{PWS}_{w',s}} q_{PS.W}^{p,r,t}_{w',s,w} + \sum_{l \in F_{w'}} \sum_{p \in \mathbf{PWL}_{w',l}} q_{PL.W}^{p,r,t}_{w',l,w} \right) + \quad (12)$$

$$+ \sum_{w' \in \Gamma_w^{-1}: w' \in \mathbf{WT}} \left(\sum_{s \in S_{w'}} q_{TS.W}^{r,t}_{w',s,w} + \sum_{l \in F_{w'}} q_{TL.W}^{r,t}_{w',l,w} \right) - \sum_{s \in S_w} \sum_{p \in \mathbf{PWS}_{w,s}} q_{PS}^{p,t-1} Qp^{p,r,t-1} + \\ + \sum_{w' \in \Gamma_w^{-1}: (w',w) \in \mathbf{RM}} \left(\sum_{s \in S_{w'}} q_{MS.W}^{r,t}_{w',s,w} + \sum_{l \in F_{w'}} q_{ML.W}^{r,t}_{w',l,w} \right) - \sum_{l \in F_w} \sum_{p \in \mathbf{PWL}_{w,l}} q_{PL}^{p,t-1} Qp^{p,r,t-1}$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in \mathbf{WT} \quad \forall r \in \mathbf{RW}_w \quad q_{BS}^{r,t}_w = q_{BS}^{r,t-1}_w + \sum_{z \in \Gamma_w^{-1}: z \in Z} qz_{z,w}^{r,t} + \\ + \sum_{w' \in \Gamma_w^{-1}: w' \in \mathbf{WP}} \left(\sum_{s \in S_{w'}} \sum_{p \in \mathbf{PWS}_{w',s}} q_{PS.W}^{p,r,t}_{w',s,w} + \sum_{l \in F_{w'}} \sum_{p \in \mathbf{PWL}_{w',l}} q_{PL.W}^{p,r,t}_{w',l,w} \right) + \quad (13)$$

$$+ \sum_{w' \in \Gamma_w^{-1}: w' \in \mathbf{WT}} \left(\sum_{s \in S_{w'}} q_{TS.W}^{r,t}_{w',s,w} + \sum_{l \in F_{w'}} q_{TL.W}^{r,t}_{w',l,w} \right) - \sum_{s \in S_w} q_{TS}^{r,t-1} + \\ + \sum_{w' \in \Gamma_w^{-1}: (w',w) \in \mathbf{RM}} \left(\sum_{s \in S_{w'}} q_{MS.W}^{r,t}_{w',s,w} + \sum_{l \in F_{w'}} q_{ML.W}^{r,t}_{w',l,w} \right) - \sum_{l \in F_w} q_{TL}^{r,t-1}$$

$$\forall t \in T \quad \forall (w',w) \in \mathbf{RM} : w' \in \mathbf{WP} \quad \forall r \in \mathbf{RR}_{w',w} \quad q_{BM}^{r,t}_{w',w} = q_{BM}^{r,t-1}_{w',w} + \\ + \sum_{s \in S_{w'}} \sum_{p \in \mathbf{PWS}_{w',s}} q_{PS.M}^{p,r,t}_{w',s,w} + \sum_{l \in F_{w'}} \sum_{p \in \mathbf{PWL}_{w',l}} q_{PL.M}^{p,r,t}_{w',l,w} - \sum_{s \in S_{w',w}} q_{MS}^{r,t-1} - \sum_{l \in F_{w',w}} q_{ML}^{r,t-1} \quad (14)$$

$$\forall t \in T \quad \forall (w', w) \in RM : w' \in WT \quad \forall r \in RR_{w', w} \quad q_{BM}^{r,t}_{w', w} = q_{BM}^{r,t-1}_{w', w} + \sum_{s' \in S_{w', w}} q_{TS.M}^{r,t}_{w', s', w} + \sum_{l \in F_{w', w}} q_{TL.M}^{r,t}_{w', l', w} - \sum_{s \in S_{w', w}} q_{MS}^{r,t-1}_{w', w, s} - \sum_{l \in F_{w', w}} q_{ML}^{r,t-1}_{w', w, l} \quad (15)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WP \quad \forall s \in S_{w, w} \quad \forall p \in P_{ws}_{w, s} \quad y_{PS}^{p,t}_{w, s} = y_{PS}^{p,t-1}_{w, s} + \left[\frac{q_{PS}^{p,t}_{w, s}}{N_{PS}^p}_{w, s} \right] - \sum_{t' \in T: t'+t_{PS}^{p,t'}=t} \left[\frac{q_{PS}^{p,t'}_{w, s}}{N_{PS}^p}_{w, s} \right] \quad (16)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WT \quad \forall s \in S_{w, w} \quad \forall r \in R_{w, w} \cap R_s \quad y_{TS}^{r,t}_{w, s} = y_{TS}^{r,t-1}_{w, s} + \left[\frac{q_{TS}^{r,t}_{w, s}}{N_{TS}^r}_{w, s} \right] - \sum_{t' \in T: t'+t_{TS}^{r,t'}=t} \left[\frac{q_{TS}^{r,t'}_{w, s}}{N_{TS}^r}_{w, s} \right] \quad (17)$$

$$\forall t \in T \quad \forall (w', w) \in RM \quad \forall s \in S_{M_{w', w}} \quad \forall r \in R_{R_{w', w}} \cap R_s \quad y_{MS}^{r,t}_{w', w, s} = y_{MS}^{r,t-1}_{w', w, s} + \left[\frac{q_{MS}^{r,t}_{w', w, s}}{N_{MS}^r}_{w', w, s} \right] - \sum_{t' \in T: t'+t_{MS}^{r,t'}=t} \left[\frac{q_{MS}^{r,t'}_{w', w, s}}{N_{MS}^r}_{w', w, s} \right] \quad (18)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WP \quad \forall s \in S_{w, w} \quad \forall p \in P_{ws}_{w, s} \quad \forall np_s^p \in Np_s^p \quad \forall l \in Lp_{s, np_s^p}^p \cap L_{w, w} \quad y_{PO}^{p,t}_{w, s, np_s^p, l} = y_{PO}^{p,t-1}_{w, s, np_s^p, l} + O_{P_{w, s, np_s^p, l}}^{p,t} - \sum_{t' \in T: t'+t_{PS}^{p,t'}=t} O_{P_{w, s, np_s^p, l}}^{p,t'} \quad (19)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WT \quad \forall s \in S_{w, w} \quad \forall r \in R_s \cap R_{w, w} \quad \forall no_s^r \in No_s^r \quad \forall l \in Lo_{s, no_s^r}^r \cap L_{w, w} \quad y_{TO}^{r,t}_{w, s, no_s^r, l} = y_{TO}^{r,t-1}_{w, s, no_s^r, l} + O_{T_{w, s, no_s^r, l}}^{r,t} - \sum_{t' \in T: t'+t_{TS}^{r,t'}=t} O_{T_{w, s, no_s^r, l}}^{r,t'} \quad (20)$$

$$\forall t \in T \quad \forall (w', w) \in RM \quad \forall s \in S_{M_{w', w}} \quad \forall r \in R_{R_{w', w}} \cap R_s \quad \forall no_s^r \in No_s^r \quad \forall l \in Lo_{s, no_s^r}^r \cap L_{M_{w', w}} \quad y_{MO}^{r,t}_{w', w, s, no_s^r, l} = y_{MO}^{r,t-1}_{w', w, s, no_s^r, l} + O_{M_{w', w, s, no_s^r, l}}^{r,t} - \sum_{t' \in T: t'+t_{MS}^{r,t'}=t} O_{M_{w', w, s, no_s^r, l}}^{r,t'} \quad (21)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WP \quad \forall l \in F_{w, w} \quad \forall p \in P_{wL}_{w, l} \quad y_{PL}^{p,t}_{w, l} = y_{PL}^{p,t-1}_{w, l} + \left[\frac{q_{PL}^{p,t}_{w, l}}{N_{PL}^p}_{w, l} \right] - \sum_{t' \in T: t'+t_{PL}^{p,t'}=t} \left[\frac{q_{PL}^{p,t'}_{w, l}}{N_{PL}^p}_{w, l} \right] \quad (22)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WT \quad \forall l \in F_{w, w} \quad \forall r \in R_{w, w} \cap R_l \quad y_{TL}^{r,t}_{w, l} = y_{TL}^{r,t-1}_{w, l} + \left[\frac{q_{TL}^{r,t}_{w, l}}{N_{TL}^r}_{w, l} \right] - \sum_{t' \in T: t'+t_{TL}^{r,t'}=t} \left[\frac{q_{TL}^{r,t'}_{w, l}}{N_{TL}^r}_{w, l} \right] \quad (23)$$

$$\forall t \in T \quad \forall (w', w) \in RM \quad \forall l \in F_{M_{w', w}} \quad \forall r \in R_{R_{w', w}} \cap R_l \quad y_{ML}^{r,t}_{w', w, l} = y_{ML}^{r,t-1}_{w', w, l} + \left[\frac{q_{ML}^{r,t}_{w', w, l}}{N_{ML}^r}_{w', w, l} \right] - \sum_{t' \in T: t'+t_{ML}^{r,t'}=t} \left[\frac{q_{ML}^{r,t'}_{w', w, l}}{N_{ML}^r}_{w', w, l} \right] \quad (24)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WP \quad \forall s \in S_{w, w} \quad \forall p \in P_{ws}_{w, s} \quad \forall r \in Rk^p \quad q_{ZPS}^{p,r,t}_{w, s} = q_{ZPS}^{p,r,t-1}_{w, s} + \sum_{t' \in T: t'+t_{PS}^{p,t'}=t} q_{PS}^{p,t'}_{w, s} Qk^{p,r,t'} - q_{PS.O}^{p,r,t}_{w, s} - \sum_{w' \in \Gamma_w: (w, w') \in RF \wedge r \in RR_{w, w'}} q_{PS.W}^{p,r,t}_{w, s, w'} - \sum_{w' \in \Gamma_w: (w, w') \in RM \wedge r \in RR_{w, w'}} q_{PS.M}^{p,r,t}_{w, s, w'} \quad (25)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WT \quad \forall s \in S_{w, w} \quad \forall r \in R_{w, w} \cap R_s \quad q_{ZTS}^{r,t}_{w, s} = q_{ZTS}^{r,t-1}_{w, s} + \sum_{t' \in T: t'+t_{TS}^{r,t'}=t} q_{TS}^{r,t'}_{w, s} - q_{TS.O}^{r,t}_{w, s} - \sum_{w' \in \Gamma_w: (w, w') \in RF \wedge r \in RR_{w, w'}} q_{TS.W}^{r,t}_{w, s, w'} - \sum_{w' \in \Gamma_w: (w, w') \in RM \wedge r \in RR_{w, w'}} q_{TS.M}^{r,t}_{w, s, w'} \quad (26)$$

$$\forall t \in T \quad \forall (w', w) \in RM \quad \forall s \in SM_{w', w} \quad \forall r \in RR_{w', w} \cap RS_s \quad (27)$$

$$qZMS_{w', w, s}^{r, t} = qZMS_{w', w, s}^{r, t-1} + \sum_{t' \in T: t' + tMS_{w', w, s}^{r, t'} = t} qMS_{w', w, s}^{r, t'} - qMS_{w', w, s}^{r, t}$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WP \quad \forall s \in SW_w \quad \forall p \in PWS_{w, s} \quad \forall np_s^p \in NP_s^p \quad \forall l \in Lp_{s, np_s^p}^p \cap LW_w$$

$$OZP_{w, s, np_s^p, l}^{p, t} = OZP_{w, s, np_s^p, l}^{p, t-1} + \left[\frac{qZPS_{w, s}^{p, r, t} - qZPS_{w, s}^{p, r, t-1}}{qZPS_{w, s}^{p, r, t}} \right] \min \left\{ \sum_{t' \in T: t' + tPS_{w, s}^{p, t'} = t} O_{w, s, np_s^p, l}^{p, t'} ; \right.$$

$$\left. \sum_{t' \in T: t' + tPS_{w, s}^{p, t'} = t} \max_{r \in Rk^p} \left\{ \left[\frac{qZPS_{w, s}^{p, r, t}}{Qk^{p, r, t'} NPS_{w, s}^p} \right] \right\} - \sum_{t' \in T: t' + tPS_{w, s}^{p, t'} = t-1} \max_{r \in Rk^p} \left\{ \left[\frac{qZPS_{w, s}^{p, r, t-1}}{Qk^{p, r, t'} NPS_{w, s}^p} \right] \right\} - \right.$$

$$\left. - \sum_{l' \in Lp_{s, np_s^p}^p \cap LW_w: l' \neq l} OZP_{w, s, np_s^p, l'}^{p, t} \right\} - \left(1 - \left[\frac{qZPS_{w, s}^{p, r, t} - qZPS_{w, s}^{p, r, t-1}}{qZPS_{w, s}^{p, r, t}} \right] \right) \cdot \min \left\{ \sum_{t' \in T: t' + tPS_{w, s}^{p, t'} = t} O_{w, s, np_s^p, l}^{p, t'} + \right.$$

$$\left. + OZP_{w, s, np_s^p, l}^{p, t-1} ; - \sum_{t' \in T: t' + tPS_{w, s}^{p, t'} = t} \max_{r \in Rk^p} \left\{ \left[\frac{qZPS_{w, s}^{p, r, t}}{Qk^{p, r, t'} NPS_{w, s}^p} \right] \right\} \right.$$

$$\left. + \sum_{t' \in T: t' + tPS_{w, s}^{p, t'} = t-1} \max_{r \in Rk^p} \left\{ \left[\frac{qZPS_{w, s}^{p, r, t-1}}{Qk^{p, r, t'} NPS_{w, s}^p} \right] \right\} - \sum_{l' \in Lp_{s, np_s^p}^p \cap LW_w: l' \neq l} OZP_{w, s, np_s^p, l'}^{p, t} \right\}$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WT \quad \forall s \in SW_w \quad \forall r \in RW_w \cap RS_s \quad \forall no_s^r \in No_s^r \quad \forall l \in Lo_{s, no_s^r}^r \cap LW_w$$

$$OZT_{w, s, no_s^r, l}^{r, t} = OZT_{w, s, no_s^r, l}^{r, t-1} + \left[\frac{qZTS_{w, s}^{r, t} - qZTS_{w, s}^{r, t-1}}{qZTS_{w, s}^{r, t}} \right] \min \left\{ \sum_{t' \in T: t' + tTS_{w, s}^{r, t'} = t} O_{w, s, no_s^r, l}^{r, t'} ; \right.$$

$$\left. \left[\frac{qZTS_{w, s}^{r, t}}{NTS_{w, s}^r} \right] - \left[\frac{qZTS_{w, s}^{r, t-1}}{NTS_{w, s}^r} \right] - \sum_{l' \in Lo_{s, no_s^r}^r \cap LW_w: l' \neq l} OZT_{w, s, no_s^r, l'}^{r, t} \right\} - \left(1 - \left[\frac{qZTS_{w, s}^{r, t} - qZTS_{w, s}^{r, t-1}}{qZTS_{w, s}^{r, t}} \right] \right) \cdot \min \left\{ \sum_{t' \in T: t' + tTS_{w, s}^{r, t'} = t} O_{w, s, no_s^r, l}^{r, t'} + OZT_{w, s, no_s^r, l}^{r, t-1} ; \right.$$

$$\left. \left[\frac{qZTS_{w, s}^{r, t}}{NTS_{w, s}^r} \right] + \left[\frac{qZTS_{w, s}^{r, t-1}}{NTS_{w, s}^r} \right] - \sum_{l' \in Lo_{s, no_s^r}^r \cap LW_w: l' \neq l} OZT_{w, s, no_s^r, l'}^{r, t} \right\}$$

$$\forall t \in T \quad \forall (w', w) \in RM \quad \forall s \in SM_{w', w} \quad \forall r \in RR_{w', w} \cap RS_s \quad \forall no_s^r \in No_s^r$$

$$\forall l \in Lo_{s, no_s^r}^r \cap LM_{w', w} \quad OZM_{w', w, s, no_s^r, l}^{r, t} = OZM_{w', w, s, no_s^r, l}^{r, t-1} + \left[\frac{qZMS_{w', w, s}^{r, t} - qZMS_{w', w, s}^{r, t-1}}{qZMS_{w', w, s}^{r, t}} \right]$$

$$\min \left\{ \sum_{t' \in T: t' + tMS_{w', w, s}^{r, t'} = t} O_{w', w, s, no_s^r, l}^{r, t'} ; \left[\frac{qZMS_{w', w, s}^{r, t}}{NMS_{w', w, s}^r} \right] - \left[\frac{qZMS_{w', w, s}^{r, t-1}}{NMS_{w', w, s}^r} \right] - \sum_{l' \in Lo_{s, no_s^r}^r \cap LM_{w', w}: l' \neq l} OZM_{w', w, s, no_s^r, l'}^{r, t} \right\} - (30)$$

$$+ \left(1 - \left[\frac{qZMS_{w', w, s}^{r, t} - qZMS_{w', w, s}^{r, t-1}}{qZMS_{w', w, s}^{r, t}} \right] \right) \min \left\{ \sum_{t' \in T: t' + tMS_{w', w, s}^{r, t'} = t} O_{w', w, s, no_s^r, l}^{r, t'} + OZM_{w', w, s, no_s^r, l}^{r, t-1} ; \right.$$

$$\left. - \left[\frac{qZMS_{w', w, s}^{r, t}}{NMS_{w', w, s}^r} \right] + \left[\frac{qZMS_{w', w, s}^{r, t-1}}{NMS_{w', w, s}^r} \right] - \sum_{l' \in Lo_{s, no_s^r}^r \cap LM_{w', w}: l' \neq l} OZM_{w', w, s, no_s^r, l'}^{r, t} \right\}$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WP \quad \forall l \in F_{w_w} \quad \forall p \in P_{wL_{w,l}} \quad \forall r \in Rk^p \quad q_{ZPL_{w,l}^{p,r,t}} = q_{ZPL_{w,l}^{p,r,t-1}} +$$

$$+ \sum_{t' \in T: t' + tP_{w,l}^{p,r,t} = t} q_{PL_{w,l}^{p,r,t'}} Qk^{p,r,t'} - q_{PL_{w,l}^{p,r,t}} - \sum_{w' \in \Gamma_w: (w,w') \in RF \wedge r \in RR_{w,w'}} q_{PL_{w',l,w'}^{p,r,t}} - \sum_{w' \in \Gamma_w: (w,w') \in RM \wedge r \in RR_{w,w'}} q_{PL_{w',l,w'}^{p,r,t}} \quad (31)$$

$$\forall t \in T \quad \forall w \in WT \quad \forall l \in F_{w_w} \quad \forall r \in R_{w_w} \cap R_{l_l} \quad q_{ZTL_{w,l}^{r,t}} =$$

$$= q_{ZTL_{w,l}^{r,t-1}} + \sum_{t' \in T: t' + tTL_{w,l}^{r,t} = t} q_{TL_{w,l}^{r,t'}} - q_{TL_{w,l}^{r,t}} - \sum_{w' \in \Gamma_w: (w,w') \in RF \wedge r \in RR_{w,w'}} q_{TL_{w',l,w'}^{r,t}} - \sum_{w' \in \Gamma_w: (w,w') \in RM \wedge r \in RR_{w,w'}} q_{TL_{w',l,w'}^{r,t}} \quad (32)$$

$$\forall t \in T \quad \forall (w', w) \in RM \quad \forall l \in F_{M_{w',w}} \quad \forall r \in R_{R_{w',w}} \cap R_{l_l}$$

$$q_{ZML_{w',w,l}^{r,t}} = q_{ZML_{w',w,l}^{r,t-1}} + \sum_{t' \in T: t' + tML_{w',w,l}^{r,t} = t} q_{ML_{w',w,l}^{r,t'}} - q_{ML_{w',w,l}^{r,t}} \quad (33)$$

W sformułowanych równaniach procesu logistycznego występują zmienne pomocnicze, których wartości są ustalane wg odrębnych zależności. Zmienne te mają interpretację:

- liczby jednostek strumieni kierowanych w kolejnych chwilach do stref systemu logistycznego ze źródeł ($q_{z,w}^{r,t}$), ze stref przekształceń ze względu na postać po przekształceniach wykonanych za pomocą środków pracy ($q_{PS.W_{w',s,w}^{p,r,t}}$) i przez pracowników fizycznych ($q_{PL.W_{w',l,w}^{p,r,t}}$), a także ze stref przekształceń ze względu na czas po przekształceniach wykonanych za pomocą środków pracy ($q_{TS.W_{w',s,w}^{r,t}}$) i przez pracowników fizycznych ($q_{TL.W_{w',l,w}^{r,t}}$),
- liczby jednostek strumieni kierowanych w kolejnych chwilach do obszarów funkcjonalnych realizacji przekształceń ze względu na miejsce ze stref przekształceń ze względu na postać po przekształceniach wykonanych za pomocą środków pracy ($q_{PS.M_{w',s,w}^{p,r,t}}$) oraz przez pracowników fizycznych ($q_{PL.M_{w',l,w}^{p,r,t}}$), a także ze stref przekształceń ze względu na czas po przekształceniach wykonanych za pomocą środków pracy ($q_{TS.M_{w',s,w}^{r,t}}$) oraz przez pracowników fizycznych ($q_{TL.M_{w',l,w}^{r,t}}$),
- liczby jednostek strumieni kierowanych w kolejnych chwilach do stref systemu logistycznego po przekształceniach ze względu na miejsce wykonanych za pomocą środków pracy ($q_{MS.W_{w',s,w}^{r,t}}$) oraz przez pracowników fizycznych ($q_{ML.W_{w',l,w}^{r,t}}$),
- liczby jednostek strumieni kierowanych w kolejnych chwilach do otoczenia systemu ze stref przekształceń ze względu na postać po przekształceniach wykonanych za pomocą środków pracy ($q_{PS.O_{w,s}^{p,r,t}}$) oraz przez pracowników fizycznych ($q_{PL.O_{w,l}^{p,r,t}}$), a także ze stref przekształceń ze względu na czas po przekształceniach wykonanych za pomocą środków pracy ($q_{TS.O_{w,s}^{r,t}}$) oraz przez pracowników fizycznych ($q_{TL.O_{w,s}^{r,t}}$),
- liczby rozpoczętych w kolejnych chwilach za pomocą środków pracy przekształceń strumieni ładunków ze względu na postać ($q_{PS.W_{w,s}^{p,t}}$), czas ($q_{TS.W_{w,s}^{r,t}}$) i miejsce ($q_{MS.W_{w,s}^{r,t}}$),
- liczby rozpoczętych w kolejnych chwilach przez robotników przekształceń strumieni ładunków ze względu na postać ($q_{PL.W_{w,l}^{p,t}}$), czas ($q_{TL.W_{w,l}^{r,t}}$) i miejsce ($q_{ML.W_{w,l}^{r,t}}$),

- liczby pracowników przydzielonych do obsługi środków pracy skierowanych w kolejnych chwilach do przekształceń ze względu na postać ($OP_{w,s,np_s^p,l}^{p,t}$), czas ($OT_{w,s,no_s^r,l}^{r,t}$) oraz miejsce ($OM_{w',w,s,no_s^r,l}^{r,t}$),
- wrazonego w ilości jednostek strumieni wolnego, w kolejnych chwilach, miejsca oczekiwania na obsługę w strefach systemu logistycznego ($DP_s^{r,t}$) i na połączeniach między tymi strefami ($DPM_{w',w}^{r,t}$),
- dostępnych w kolejnych chwilach środków pracy skorygowanych o aktualnie stosowane do przekształceń strumieni ładunków oraz jeszcze nie zwolnione po przekształceniach ze względu na postać (DS_{PS}^t), czas (DS_{TS}^t) oraz miejsce (DS_{MS}^t),
- dostępnych w kolejnych chwilach pracowników skorygowanych o aktualnie zatrudnionych do przekształceń ładunków oraz jeszcze nie zwolnionych po przekształceniach ze względu na postać (DL_{PL}^t), czas (DL_{TL}^t) oraz miejsce (DL_{ML}^t).

Symulacja procesu logistycznego może być przeprowadzona po ustaleniu stanu początkowego systemu. W opracowanym modelu konieczne jest ustalenie wartości początkowej dla zmiennych: $q_{BZ}_{z,w}^{r,0}$, $q_{BPS}_{w',s,w}^{p,r,0}$, $q_{BPL}_{w',l,w}^{p,r,0}$, $q_{BTS}_{w',s,w}^{r,0}$, $q_{BTL}_{w',l,w}^{r,0}$, $q_{BS}_w^{r,0}$, $q_{BM}_{w',w}^{r,0}$, $y_{PS}_{w,s}^{p,0}$, $y_{TS}_{w,s}^{r,0}$, $y_{MS}_{w',w,s}^{r,0}$, $y_{PO}_{w,s,np_s^p,l}^{p,0}$, $y_{TO}_{w,s,no_s^r,l}^{r,0}$, $y_{MO}_{w',w,s,no_s^r,l}^{r,0}$, $y_{PL}_{w,l}^{p,0}$, $y_{TL}_{w,l}^{r,0}$, $y_{ML}_{w',w,l}^{r,0}$, $q_{ZPS}_{w,s}^{p,r,0}$, $q_{ZTS}_{w,s}^{r,0}$, $q_{ZMS}_{w',w,s}^{r,0}$, $O_{ZP}_{w,s,np_s^p,l}^{p,0}$, $O_{ZT}_{w,s,no_s^r,l}^{r,0}$, $O_{ZM}_{w',w,s,no_s^r,l}^{r,0}$, $q_{ZPL}_{w,l}^{p,r,0}$, $q_{ZTL}_{w,l}^{r,0}$, $q_{ZML}_{w',w,l}^{r,0}$, $q_{PS}_{w,s}^{p,0}$, $q_{PL}_{w,l}^{p,0}$, $q_{TS}_{w,s}^{r,0}$, $q_{TL}_{w,l}^{r,0}$, $q_{MS}_{w',w,s}^{r,0}$, $q_{ML}_{w',w,l}^{r,0}$.

W trakcie eksperymentów symulacyjnych należy ustalić wartości zmiennych stanu $y_{PS}^{p,t}$, $y_{PL}_{w,l}^{p,t}$, $y_{PO}_{w,s,np_s^p,l}^{p,t}$, $y_{TS}^{r,t}$, $y_{TL}_{w,l}^{r,t}$, $y_{TO}_{w,s,no_s^r,l}^{r,t}$, $y_{MS}_{w',w,s}^{r,t}$, $y_{ML}_{w',w,l}^{r,t}$, $y_{MO}_{w',w,s,no_s^r,l}^{r,t}$ oraz zmiennych wejściowych o interpretacji:

- liczby środków pracy wymaganych do przekształceń strumieni ładunków w strefach systemu ($x_{WS}_{w,s}$) oraz na połączeniach między nimi (x_{MS}_s),
- liczby pracowników wymaganych do przekształceń strumieni ładunków w strefach systemu ($x_{WL}_{w,zm,l}$) oraz na połączeniach między nimi ($x_{ML}_{zm,l}$),

Kryteria poszukiwania rozwiązań, które są proponowane w modelu symulacyjnym to:

- roczne koszty eksploatacji systemu logistycznego w funkcji jego potencjału,
- jednostkowe koszty obsługi strumieni wg ich rodzajów w funkcji potencjału systemu,
- zdyskontowane wydatki na utworzenie i eksploatację systemu logistycznego w funkcji jego potencjału,
- średnie straty czasu podczas obsługi w systemie jednostek ładunków wg ich rodzajów w funkcji potencjału systemu,
- średni czas obsługi jednostek ładunków w systemie logistycznym wg rodzaju ładunków w funkcji potencjału systemu,
- wskaźnik strat czasu podczas obsługi jednostek ładunków wg ich rodzajów w funkcji potencjału systemu.

4. PODSUMOWANIE

Problematyka wyznaczania potencjału systemów logistycznych jest złożona. We współczesnych podejściach konieczne jest odwzorowanie w modelach tych systemów dynamiki obsługi strumieni ładunków oraz losowości, która występuje w tym procesie. Umożliwia to realizację badań symulacyjnych, które pozwalają weryfikować „w działaniu” potencjał danego systemu logistycznego wyznaczony przy pominięciu dynamiki i losowości.

Na rynku dostępne są różne narzędzia, które umożliwiają symulację procesów logistycznych (np. DOSIMIS¹, czy Enterprise Dynamics²). W narzędziach tych możliwa jest również wizualizacja przebiegu procesów logistycznych, przy czym nacisk kładziony jest przede wszystkim na efekty wizualne. Przedstawiony w artykule model, dzięki proponowanemu odwzorowaniu stanu systemu logistycznego, umożliwia efektywną realizację obliczeń symulacyjnych. Dzięki temu może stanowić jeden z elementów pakietu do optymalizacji potencjału systemów logistycznych. Zaproponowane w 2011 r. (Wasiak, 2011) zadanie optymalizacji statycznej potencjału systemu logistycznego umożliwia generowanie rozwiązań wstępnych, które powinny być poddawane badaniom symulacyjnym. Dodatkowo uwzględnienie procedury heurystycznej generowania rozwiązań dopuszczalnych, daje możliwość zastosowania modelu symulacyjnego do optymalizacji dynamicznej potencjału systemów logistycznych.

Przedstawiony model symulacyjny może być stosowany do wymiarowania oraz oceny i porównania wariantów potencjału systemu logistycznego dla różnych założeń ukształtowania przepływu strumieni materiałów przez ten system. Zatem stanowić może narzędzie znacznie wspomagające pracę projektanta systemu logistycznego. Tym samym jakość otrzymywanych rozwiązań powinna być większa.

Rozbudowana parametryzacja opracowanego modelu zapewnia możliwość jego stosowania do różnych systemów logistycznych. Możliwe jest również badanie przekształceń strumieni informacji. Możliwość odwzorowania przekształceń strumieni materiałów oraz informacji, przy zapewnieniu szczegółowego opisu zasobów, które są konieczne do realizacji tych przekształceń, sprawia, że opracowany model może znaleźć szerokie zastosowanie w praktyce.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Bukowski L., Karkula M. (2005), Symulacja przepływu materiałów i informacji w zautomatyzowanych centrach dystrybucyjnych, W: Systemy Logistyczne. Teoria i Praktyka, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, s. 105-114.
- [2] Dobrzańska-Danikiewicz A., Krenczyk D. (2008), Production flow synchronisation versus buffer capacities in assembly systems, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, Vol. 29 Iss. 1 (July), s. 91-98.
- [3] Gara P., Kisiel P., Machnik R., Szymecki P. (2007), Analiza systemu transportu bliskiego w małym przedsiębiorstwie, W: Kochan E. (red.), Zastosowania teorii systemów, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków, s. 43-48.
- [4] Ghiani G., Laporte G., Musmanno R. (2004): *Introduction to Logistics Systems Planning and Control*, JohnWiley & Sons Ltd, Chichester.
- [5] Vitasek K. (2010), *Supply chain management terms and glossary*, Council of Supply Chain Management Professionals, luty 2010.

¹ Świadczą o tym liczne przypadki jego zastosowania do modelowania obiektów logistycznych (L. Bukowski i M. Karkula, 2005, s. 105-114; P. Gara i inni, 2007, s. 43-48).

² Przykład zastosowania tego programu do rozwiązania problemu synchronizacji procesów produkcyjnych oraz wyznaczania pojemności buforów przedstawili A. Dobrzańska-Danikiewicz, D. Krenczyk (2008, s. 91-98).

- [6] Wasiak M.: Formal notation of a logistic system model taking into consideration cargo stream transformations, Archives of Transport, Vol. 23, Iss. 1, Warszawska Drukarnia Naukowa PAN, Warszawa 2011, s. 91-110.
- [7] Wegner U. (1993), Organisation der Logistik. Prozeß- und Strukturgestaltung mit neuer Informations- und Kommunikationstechnik, Erich Schmidt Verlag, Berlin.

FORMAL DESCRIPTION OF LOGISTICS PROCESSES

Abstract:

Starting from the general form of the logistic system model, article proposes a formal description of logistics processes. The state of the logistics system was defined and the mathematical formulas mapping changes of the system state are given. Proposed approach takes into account transformations of material streams due to the form, time and place, as well as areas of these transformations, and human and technical resources which system should dispose.

Key words: logistics process, modeling, process mapping.