

Jarosław KORZEB¹, Przemysław ILCZUK²

Politechnika Warszawska
Wydział Transportu
ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa
¹ korzeb@it.pw.edu.pl
² pil@it.pw.edu.pl

**ZASTOSOWANIE MODELI PARAMETRYCZNYCH W BADANIACH SYMULACYJNYCH
PROPAGACJI DRGAŃ TRANSPORTOWYCH**

Streszczenie:

W pracy przedstawiono zagadnienia związane z badaniem drgań pochodzących od środków transportu. Analizie poddano drgania rozprzestrzeniające się w najbliższym otoczeniu szlaku komunikacyjnego (linii tramwajowej). W badaniach modelowych wykorzystano dostępne wyniki badań eksperymentalnych. Zbudowano i przebadano modele parametryczne o różnej architekturze dla konwencji SISO (jedno wejście/ jedno wyjście). Dla każdego przypadku dokonano pełnej identyfikacji systemowej reprezentującej model przenoszenia drgań. Wykazano błędy, którymi obarczone zostały wszystkie warianty modelowania. Poddano dyskusji wpływ rozbudowy poziomów wykorzystywanych modeli na otrzymywaną dokładność rozwiązania. W badaniach wykorzystano autorskie oprogramowanie zbudowane w środowisku Matlab. Otrzymane rozwiązania i funkcje przenoszenia wykreślono w dziedzinie częstotliwości i przeanalizowano zależność rzędu równań modelu od stopnia złożoności analizowanych sygnałów. Podjęto próbę określenia doboru optymalnej struktury i rzędu wielomianu niezbędnej do prawidłowej analizy zjawiska.

Słowa kluczowe: drgania, modelowanie parametryczne

WSTĘP

Drgania komunikacyjne stanowią poważny problem dla obszarów zurbanizowanych. Zgodnie z klasyfikacją, są one przykładem drgań parasejsmicznych, o dominacji składowych niskoczęstotliwościowych, które niosą największe dawki energii drgań [1]. Zróżnicowana struktura ruchu w aglomeracjach miejskich jest źródłem drgań rozprzestrzeniających się poprzez podłoże, często w niekontrolowany sposób, do najbliższego otoczenia elementów infrastruktury transportowej, takich jak drogi, mosty, tunele itp. Gęsta zabudowa aglomeracji miejskich powoduje, że w zasięgu strefy oddziaływania jednego źródła drgań, występują wpływy dynamiczne kolejnych, o innych charakterystykach częstotliwościowych. Różne oddziaływania dynamiczne występujące w podłożu podlegają zjawiskom fizycznym takim jak odbicie i interferencja oraz powodują pobudzenie do drgań obiektów powierzchniowych i podziemnych. W przypadku obiektów i konstrukcji powierzchniowych, pobudzenie do drgań fundamentów lub konstrukcji wsporczych powoduje bezwładnościowe reakcje przemieszczeniowe obiektów, których efektem jest powstawanie dodatkowych źródeł drgań [2]. Mając na uwadze powyższe należy zdać sobie sprawę ze złożoności problematyki oceny sytuacji dynamicznej w obszarach miejskich.

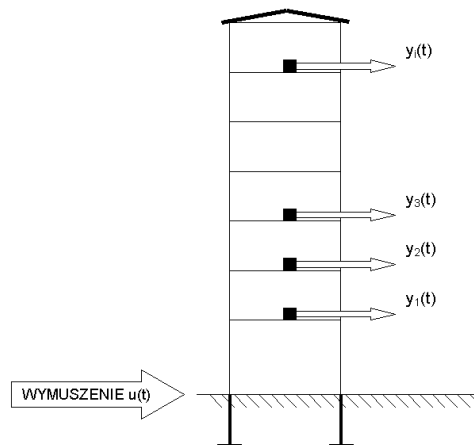
W trakcie prowadzenia oceny propagacji drgań w środowisku, międzynarodowe akty normatywne pozwalają na pewną dowolność w budowie modeli przenoszenia drgań. Najbardziej rozpowszechnione są sposoby oparte o metodę elementów skończonych [4]. Metody te implementowane jako środowisko obliczeniowe oprogramowania takiego jak ABAQUS, ROBOT, COSMOS, czy PLAXIS pozwalają na bardzo szczegółową ocenę propagacji – uwarunkowaną poprawnym arbitrażem w doborze parametrów, przy założeniu dobrej znajomości podłoża i występowaniu potencjalnych przeszkód w ścieżkach propagacji.

Nieco inaczej przedstawia się metoda identyfikowania własności propagacji podłoża oparta o wykonanie pomiarów eksperymentalnych. Prace własne prowadzone w tym zakresie niejednokrotnie potwierdziły, że w przypadku prowadzenia oceny ogólnej wyniki uzyskiwane tą metodą nie ustępują wynikom otrzymywanym w środowisku MES, a nawet dają lepsze rezultaty dla badania propagacji drgań w ośrodkach o nieznanym parametrach typu niejednolite podłoże o nieznanym strukturze hydrogeologicznej lub obiekty budowlane o wysokim stopniu zużycia.

W niniejszej pracy wskazano na jeszcze inny kierunek prowadzenia badań, mianowicie oparty na metodzie identyfikacji systemów. Skojarzono metodę dekompozycji częstotliwościowej sygnałów [6] z metodą identyfikacji systemów [5] opartą o rzeczywiste badania terenowe [3], a następnie efekty przekształcenia poddano syntezy w celu otrzymania reprezentacji sygnału wyjściowego.

1. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Najważniejszym etapem badań eksperymentalnych jest rejestracja odpowiednich sygnałów pomiarowych. W przykładzie poddawanym analizie wykorzystano wcześniej przygotowane wyniki rejestracji przyspieszeń drgań w zakresie 1-100Hz, przeprowadzonych w terenie dla obiektu o kilku kondygnacjach poddanego działaniom wymuszeń generowanych przez linię tramwajową [3].



Rys. 1. Sposób wykonania pomiarów drgań [2].

Warunkiem koniecznym w trakcie prowadzenia rejestracji była jednoczesność wykonywania pomiarów w każdym punkcie pomiarowym, co jednoznacznie wskazywało wymagania dla sprzętu wykorzystywanego w pomiarach. W każdym punkcie pomiarowym rejestrowano przyspieszenia drgań w trzech kierunkach: x, y, z. Kolejnym elementem było określenie zależności pomiędzy zarejestrowanymi przebiegami dla każdej rozsądnej kombinacji par wejście-wyjście. W tym celu dokonano kontroli korelacji sygnałów $u(t)$ i $y(t)$ analizowanych w parach wejście-wyjście [6]. Pozwoliło to na wczesne wykrycie zjawiska „zewnętrzne” pobudzenia do drgań obiektów, które wynikało z innego źródła niż analizowane.

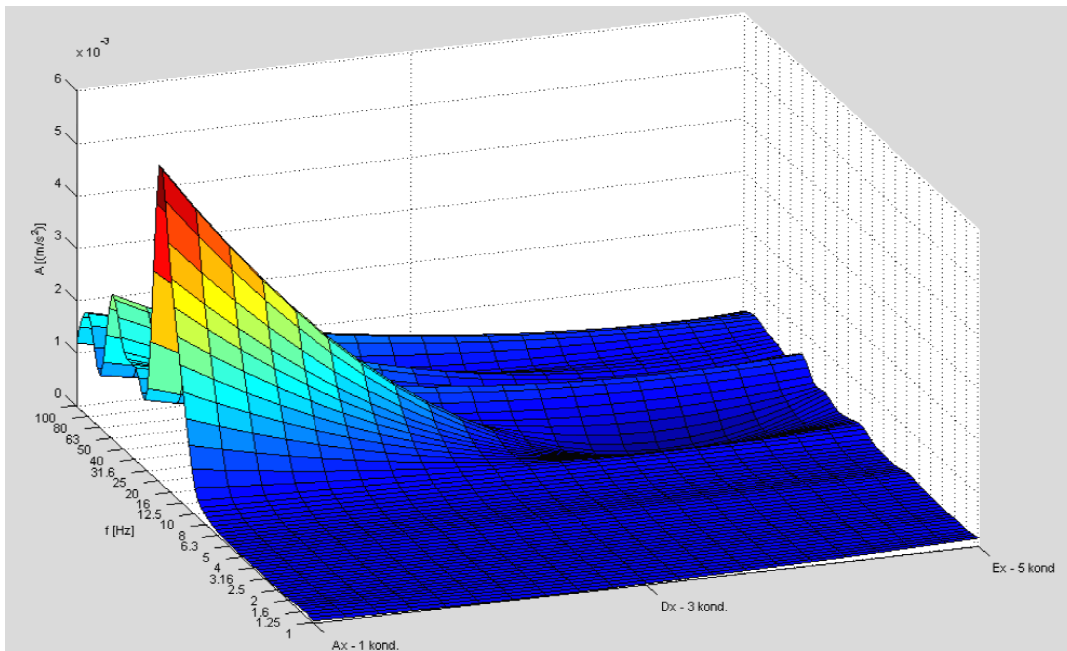
$$\varphi_{uy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) u(t + \tau) dt \quad (2)$$

gdzie:

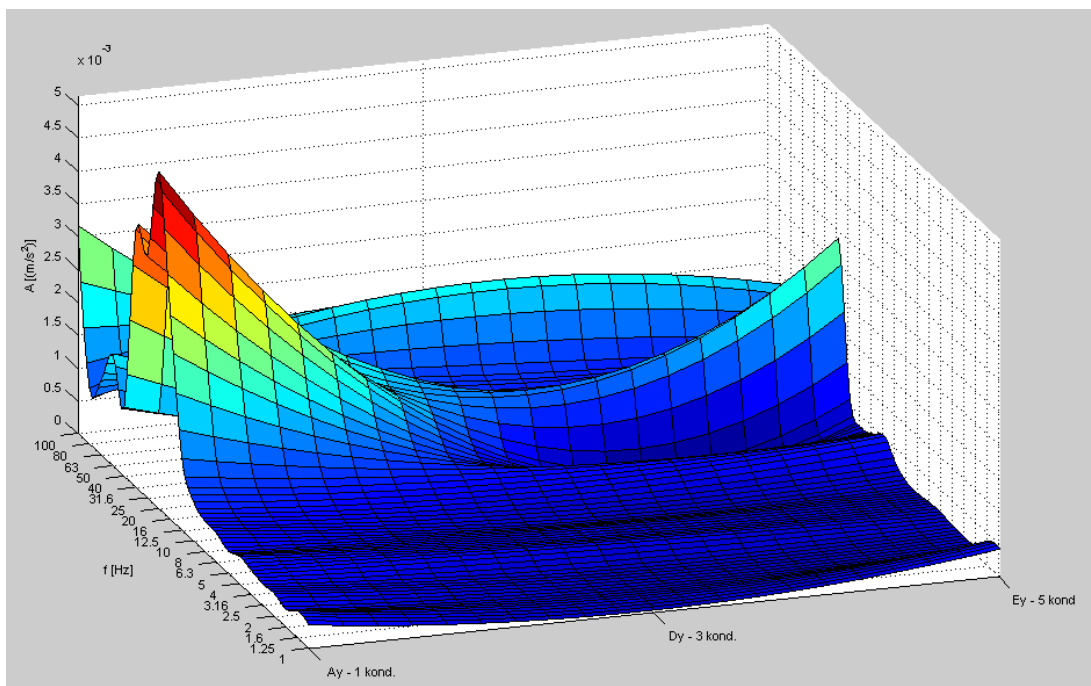
$\varphi_{uy}(\tau)$ – korelacja sygnałów $u(t)$ i $y(t)$,

τ – przesunięcie w czasie t .

Zarejestrowane przyspieszenia drgań w wybranych punktach przedstawiono na poniższych rysunkach.



Rys. 2. Przyspieszenia drgań w kierunku wzdłużnym – x; zarejestrowane na parterze (A), w połowie wysokości obiektu (D) oraz na ostatniej kondygnacji (E).



Rys. 3. Przyspieszenia drgań w kierunku poprzecznym – y; zarejestrowane na parterze (A), w połowie wysokości obiektu (D) oraz na ostatniej kondygnacji (E).

2. MODELOWANIE ZJAWISKA PRZENOSZENIA ODDZIAŁYWAŃ

Metoda identyfikacji modelu opisującego funkcję przenoszenia polega na wykorzystaniu teorii identyfikacji systemów z wykorzystaniem autoregresji [5]. W zależności od wielkości i stopnia skomplikowania układu można stosować modele z jednym wejściem

i jednym wyjściem (SISO) oraz modele z jednym wejściem i wieloma wyjściami (SIMO), przy założeniach że modele są parametryczne, stacjonarne i opisywane równaniami różnicowymi. Z przeprowadzonych w ramach niniejszej pracy badań symulacyjnych wynika, iż w modelowaniu przenoszenia drgań z wykorzystaniem metody identyfikacji systemów w środowisku Matlab, najlepsze rezultaty uzyskano wykorzystując konstrukcje oparte o strukturę systemu SISO (jedno wejście/jedno wyjście).

W metodzie ARX (*Auto Regressive with eXternal input*) - model autoregresywny z zewnętrznym wejściem, parametry estymowane są z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów [5], zwracany jest wielomian postaci

$$A(q)y(t) = B(q)u(t-n_k) + e(t). \quad (2)$$

Gdzie:

- $y(t)$ – wartość funkcji wyjściowej w czasie t ,
- nk – liczba próbek wejściowych, poprzedzających próbkę wejściową oddziaływującą na wyjście,
- $u(t-nk)$ – wartość poprzednika funkcji wejściowej, wprost proporcjonalna do funkcji wyjściowej,
- $e(t)$ – wartość dystrybuanty białego szumu.

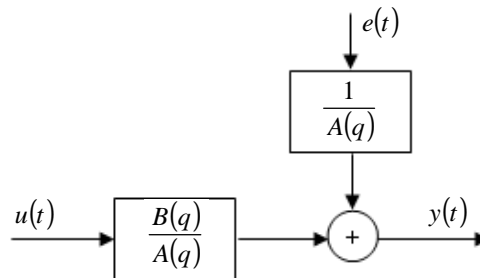
Wielomiany A i B reprezentowane są następująco:

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_naq^{-na}, \\ B(q) &= b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_naq^{-nb+1}, \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie:

- q^{-1} – funkcja poprzednika, określona przez $q^{-1}u(t) = u(t-1)$,
- $a_1 \dots a_n$ oraz $b_1 \dots b_n$ – estymowane parametry.

Strukturę modelu ARX opartą o stosowny zapis wielomianów A i B przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4 Struktura modelu ARX.

W celu minimalizacji błędu generowanego w trakcie badań, podczas modelowania z wykorzystaniem metody ARX, dokonano optymalizacji doboru wartości współczynników na , nb , nk . Współczynniki te określają odpowiednio rząd wielomianów A , B oraz przesunięcie fazowe między wejściem i wyjściem, przez co wpływają na rząd wielomianu oraz na końcowy błąd modelu. Optymalizacja dokonana została w oparciu o minimalizację wartości kryteriów AIC (*Akaike's Information Criterion*) oraz FPE (*Akaike's Final Prediction Error*) [6].

$$K_{AIC} = N \ln \hat{\sigma}_{sp}^2 + 2p \quad (1)$$

gdzie:

- N – liczba próbek analizowanego sygnału,
- P – rząd modelu,

$\hat{\sigma}_{sp}^2$ - estymowana eksperymentalnie wariancja błędu predykcji dla rzędu p.

Test końcowego błędu prognozy wg kryterium Akaike (FPE) wyznaczono wykorzystując [6]

$$FPE = V \left(\frac{1 + \frac{d}{N}}{1 - \frac{d}{N}} \right) \quad (1)$$

Gdzie:

d - liczba estymowanych parametrów,

N - wielkość próby,

V - wyznacznik estymatora macierzy kowariancji składnika losowego.

Modele niestabilne, pojawiające się w szczególności przy wysokich rzędach wielomianów zostały wyselekcjonowane i odrzucone. Dodatkowym testem poprawności doboru modelu było wyznaczenie współczynnika dopasowania FIT zgodnie z zależnością dostępną standardowo w oprogramowaniu Matlab

$$FIT = \frac{1 - \|Y - Y_{HAT}\|}{\|Y - \bar{Y}\|} \cdot 100 [\%] \quad (1)$$

Gdzie:

Y - wartość sygnału na wyjściu z obiektu otrzymana z pomiaru,

\bar{Y} - wartość średnia sygnału na wyjściu z obiektu otrzymana z pomiaru,

Y_{HAT} - wartość sygnału na wyjściu z obiektu estymowana modelem.

Drugi z wykorzystanych - model ARMAX (*Auto Regressive Moving Average with eXogenous input* - model autoregresywny z średnią ruchomą i zewnętrznym wejściem) zwraca równanie postaci [5]

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t). \quad (1)$$

Gdzie wielomiany A , B i C mają postać:

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-na}, \quad (1)$$

$$B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_nq^{-nb} + 1,$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-nc},$$

w których:

q^{-1} - funkcja poprzednika, określona przez $q^{-1}u(t) = u(t-1)$,

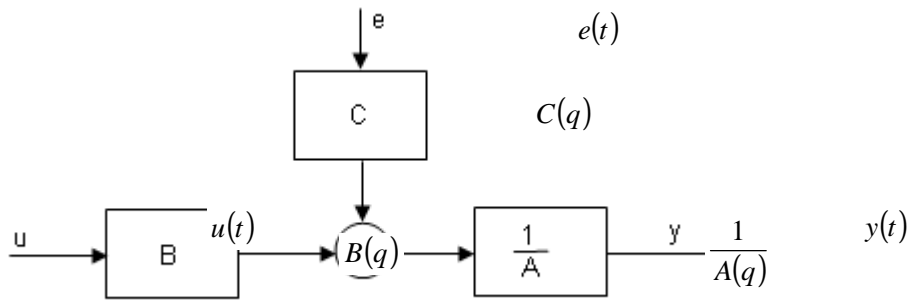
$y(t)$ - wartość funkcji wyjściowej w czasie t ,

$u(t)$ - wartość funkcji wejściowej w czasie t ,

$e(t)$ - wartość dystrybuanty białego szumu,

$a_1 \dots a_n$, $b_1 \dots b_n$, oraz $c_1 \dots c_n$ - estymowane parametry.

Strukturę modelu ARMAX, opartą o wymieniony układ wielomianów, przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5 Struktura modelu ARMAX.

Podobnie jak poprzednio – w celu minimalizacji błędu generowanego w trakcie badań, podczas modelowania z wykorzystaniem metody ARMAX, dokonano optymalizacji doboru wartości współczynników na , nb , nc , nk . Współczynniki te określają odpowiednio rząd wielomianów A , B , C oraz przesunięcie fazowe między wejściem i wyjściem. Tym samym wpływają one na rząd wielomianu oraz otrzymany błąd modelu. Optymalizacja dokonana została w oparciu o minimalizację wartości kryteriów AIC oraz FPE . Podobnie jak w przypadku modelu ARX, odrzucono modele niestabilne, pojawiające się głównie przy wielomianach wyższych rzędów.

Budowa oprogramowania w środowisku Matlab, pozwalająca na wykonanie iteracyjnych analiz jakościowych modeli, wykazała istotne zależności pomiędzy rzędem modelu, optymalizacją z wykorzystaniem przyjętych kryteriów, a złożonością sygnału wymuszeń i odpowiedzi. W kolejnym kroku, podjęto próbę maksymalnej poprawy współczynnika dopasowania. Opierając się na rzeczywistym - nieliniowym zachowaniu struktur podjęto próbę uśrednienia sygnałów i sprawdzenia nowo – powstałych zależności. W tym celu dokonano przekształcenia z dziedziny czasu do częstotliwości, a następnie zdekomponowano sygnały i iteracyjnie wyznaczono modele dynamiczne reprezentujące przenoszenie poszczególnych pasm. W następnym rozdziale przedstawiono wyniki przyjętego trybu postępowania, z wykorzystaniem modeli typu ARMAX.

3. WYNIKI BADAŃ

W wyniku przeprowadzonych badań symulacyjnych wyznaczono modele przenoszenia drgań między punktami A (drgania zarejestrowane na fundamencie, w poziomie terenu od strony źródła propagacji drgań) a E (ściana nośna ostatniego piętra obiektu, od strony źródła propagacji drgań), w kierunku x , dla częstotliwości równoważnych środkowym wartościom dla pasm tercjowych. Zgodnie z pierwotnym założeniem badawczym, wyznaczono pakiet modeli reprezentujących funkcje przenoszenia dla poszczególnych częstotliwości. Modele otrzymane z wykorzystaniem struktury ARMAX cechowały się wyższą wartością współczynnika dopasowania (FIT) niż w przypadku zastosowania struktury ARX. Równania modeli, wyprowadzone dzięki metodzie ARMAX, dla wybranych częstotliwości i odpowiednie wartości współczynnika dopasowania przedstawiono w tabelicy 1.

Tabela 1. Wybrane równania otrzymanych modeli i współczynnik dopasowania.

Częstotliwość	Równania modelu dla kierunku wzdłużnego -x	FIT
1 Hz	$A(q) = 1 - 0,9992 q^{-1} - 0,4996 q^{-2} + 0,000283 q^{-3} + 0,5001 q^{-4}$ $B(q) = -0,00006647 q^{-3}$ $C(q) = 1 - 0,2748 q^{-1} - 0,7361 q^{-2} - 0,506 q^{-3} + 0,9267 q^{-4} + 0,1373 q^{-5}$	99,9999999998394%
3,15 Hz	$A(q) = 1 - 0,9919 q^{-1} - 0,4963 q^{-2} + 0,002444 q^{-3} + 0,5011 q^{-4}$	99,9999999999744%

	$B(q) = -0,0007816q^{-3}$ $C(q) = 1 - 0,3887q^{-1} - 0,747q^{-2} - 0,03545q^{-3} - 0,0294q^{-4} + 0,3004q^{-5}$	
6,3Hz	$A(q) = 1 - 0,9683q^{-1} - 0,4863q^{-2} + 0,007931q^{-3} + 0,5019q^{-4}$ $B(q) = -0,007692q^{-3}$ $C(q) = 1 - 0,6888q^{-1} - 0,5468q^{-2} + 0,03822q^{-3} + 0,09867q^{-4} + 0,1713q^{-5}$	99,9999999999744%
10Hz	$A(q) = 1 - 0,9956q^{-1} - 0,4566q^{-2} + 0,09022q^{-3} + 0,6024q^{-4} - 0,1396q^{-5}$ $B(q) = -0,01674q^{-4}$ $C(q) = 1 - 0,4878q^{-1} - 0,61q^{-2} - 0,3891q^{-3} + 0,8545q^{-4} - 0,1253q^{-5}$	99,9999999999730%
20 Hz	$A(q) = 1 - 2,278q^{-1} + 1,92q^{-2} + 0,5936q^{-3}$ $B(q) = -0,00249q^{-3}$ $C(q) = 1 - 0,06797q^{-1} + 0,1698q^{-2} - 0,172q^{-3} + 0,0691q^{-4} - 0,9871q^{-5}$	99,6128092391534%
50 Hz	$A(q) = 1 - 0,05933q^{-1} + 0,2601q^{-2} - 0,253q^{-3} - 0,1676q^{-4}$ $B(q) = -0,02026q^{-3}$ $C(q) = 1 + 0,05149q^{-1} + 0,07936q^{-2} + 0,4172q^{-3} - 0,183q^{-4} - 0,2854q^{-5}$	99,99999999998749%
63 Hz	$A(q) = 1 - 0,08497q^{-1} + 0,9972q^{-2} - 0,108q^{-3}$ $B(q) = -0,0007878q^{-5}$ $C(q) = 1 - 0,2703q^{-1} + 0,1026q^{-2} - 0,00617q^{-3} - 0,07801q^{-4} + 0,05918q^{-5}$	99,99999999998593%
80 Hz	$A(q) = 1 + 0,4312q^{-1} + 0,2945q^{-2} - 0,6985q^{-3} - 0,3323q^{-4}$ $B(q) = -0,004123q^{-5}$ $C(q) = 1 + 0,06507q^{-1} + 0,07606q^{-2} - 0,6507q^{-3} - 0,1335q^{-4} - 0,00008722q^{-5}$	99,99999999998025%
100 Hz	$A(q) = 1 + 0,5286q^{-1} - 0,2236q^{-2} - 0,1854q^{-3} + 0,5391q^{-4}$ $B(q) = 0,008942q^{-3}$ $C(q) = 1 - 0,0296q^{-1} - 0,3985q^{-2} + 0,003984q^{-3} + 0,4308q^{-4} - 0,1777q^{-5}$	99,99999999997428%

Źródło: opracowanie własne.

PODSUMOWANIE

Przedstawiona w pracy metoda odbiega od konwencjonalnego podejścia, opartego na wyznaczeniu parametrów modelu dla jednej pary przebiegów - wejściowego i wyjściowego. Podejście konwencjonalne pozwala na wyznaczenie modelu dla sygnałów o niskim stopniu złożoności. W przypadku prowadzenia oceny wpływu drgań na obiekty inżynierskie, zapisy norm krajowych wymagają prowadzenia analizy w pasmach tercjowych. Niesie to ze sobą wprowadzenie szeregu uśrednień. Dla tego przypadku liczba częstotliwości, istotnych z punktu widzenia dalszej oceny, wynosi 21 dla zakresu częstotliwości 1-100 [Hz]. Filtrowanie pasmowe przebiegów wzorcowych dla potrzeb wyznaczenia modelu przenoszenia i następnie wykorzystywanie ich w procedurze identyfikacyjnej, wprowadza powstawanie widocznego błędu. Efekt ten wiąże się bezpośrednio z wysokimi rzędami wielomianów A, B, C – generowanymi ze względu na i tak wysoką złożoność sygnałów. W pracy podjęto więc próbę wyznaczenia modeli dla poszczególnych pasm, dla których parametry wielomianów podstawiono pod zbiorcze macierze 3D $[3, \max(n_a, n_b, n_c), 21]$ reprezentujące model przenoszenia. Podejście oparto na dekompozycji sygnału w dziedzinie częstotliwości i wyznaczeniu 21 układów wielomianów, których parametry podstawiono do macierzy. Jak można było podejrzewać – znakomite dopasowanie dla niezłożonych przebiegów wzorcowych, osiągnęto przy bardzo niskim rzędzie wielomianu. Weryfikacja przyjętego

podejścia w zakresie zgodności otrzymywanych wyników z wynikami uzyskiwanymi innymi metodami symulacyjnymi jest przedmiotem dalszych prac.

Wykazano ponadto, iż do przeprowadzenia analiz niezbędne jest zachowanie szczególnej uwagi podczas doboru przebiegów wzorcowych. W trakcie prowadzenia badań symulacyjnych, każdorazowo należało wyeliminować przebiegi zarejestrowane w stanie wcześniejszego pobudzenia do drgań analizowanego obiektu. Sygnały rejestrowane dla takiego budynku były nieskorelowane, co niosło za sobą skutek w postaci konstruowania modeli przenoszenia obciążonych dużym błędem, a w efekcie końcowym wprowadzało brak możliwości weryfikacji przyjętej metody dla innych par sygnałów.

Praca finansowana ze środków na naukę w latach 2010/2011 jako projekt badawczy nr N N509 501838.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Adamczyk J., Targosz J.: Ochrona przed drganiami wywołanymi przez transport samochodowy. Wydawnictwo AGH, Monografie, Agencja KoKo, ISBN 83-913400-5-8, Kraków 2000r. str. 68.
- [2] Korzeb J.: "Simulation studies of vibration influence on people in buildings", Proceedings of 37th International Congress & Exhibition on Noise Control Engineering. INTER-NOISE 2008, s.6, Shanghai, Chiny, 2008.
- [3] Praca zbiorowa pod kier. M. Nadera pt: „Badanie, analiza i ocena wpływu drgań od naziemnej komunikacji miejskiej i obciążeń dynamicznych od projektowanej linii metra – stacji Pl. Wilsona wraz z torami odstawczymi, na konstrukcję 21 budynków mieszkalnych, położonych wzdłuż ul. Słowackiego w Warszawie ...”; Faza II: Badania eksperymentalne drgań w budynkach, analiza i synteza wyników w celu oceny oddziaływań na budynki i ludzi w nich przebywających. Umowa z Metro Warszawskie Sp.z o.o. nr 4295/PK/04, Warszawa, 2005, Stron 721.
- [4] Rakowski G., Kacprzyk Z.: Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji. WPW, 2005.
- [5] Söderström T., Stoica P.: Identyfikacja systemów. Wydawnictwo naukowe PWN. Warszawa 1997.
- [6] Zieliński T.P.: *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów*. WKiŁ, ISBN 978-83-206-1640-8, Warszawa 2009r.

APPLICATION OF PARAMETRIC MODELS IN SIMULATIONS OF VIBRATION PROPAGATION CAUSED BY TRANSPORT

Abstract:

This paper discusses issues related to the study of vibration caused by the means of transport. The vibration propagation to the nearest environment of the communication path was analysed, with the tram line as an example. Available experimental results were used in the research based on the models. A various architecture parametric models for SISO type conversion (single input /single output), were built and tested. For each case full system identification, representing the model of vibration propagation, has been made. Burdened errors for all modelling variants has been shown. Also the impact of development level of used models on the obtained accuracy of the solution was discussed. In the study the authors' software built in Matlab environment was used. Results and functions of propagation were plotted in the frequency domain, and the dependence of the equations model order from the complexity of the studied signal were analyzed. The study attempts to determine how to match the optimum structure and order of polynomial required for proper analysis of the phenomenon.

Keywords: vibration, parametric modeling