

Przemysław IGNACIUK¹
Andrzej BARTOSZEWICZ²

MODELOWANIE PROCESÓW LOGISTYCZNYCH W PRZESTRZENI STANU

W pracy zaprezentowano sposób modelowania procesów towarzyszących wymianie dóbr w łańcuchu dostaw przy wykorzystaniu technik teorii sterowania. Nacisk położono na opis zjawisk związanych z obiegiem informacji (zamówienia generowane w dyskretnych chwilach czasu, np. jeden raz dziennie) oraz odnoszących się do właściwego przepływu dóbr między ogniwami łańcucha dostaw. Ponieważ kluczowe znaczenie dla prawidłowego funkcjonowania systemu zarządzania zasobami mają zjawiska związane z opóźnieniem w realizacji zamówienia, opis układu w sposób bezpośredni uwzględnia efekt luki czasowej między zgłoszeniem zapotrzebowania i otrzymaniem przesyłki od dostawcy. W pracy rozważono dwa rodzaje systemów logistycznych – z pojedynczym źródłem zasobów oraz z wieloma dostawcami. Zaprezentowany opis w przestrzeni stanu umożliwia stosowanie zarówno podstawowych, jak i zaawansowanych metod projektowania układów regulacji, takich jak na przykład sterowanie ślizgowe czy optymalizacja dynamiczna.

STATE-SPACE APPROACH TO THE MODELING OF LOGISTIC PROCESSES

The paper presents formal methodology for describing logistic processes related to goods flow in supply chain using control theory techniques. The emphasis is placed on modeling the phenomena connected with the exchange of information (orders generated at discrete-time instants, e.g. once a day) and with the flow of goods between the stages of supply chain. Since the key factor for appropriate handling the flow of goods by an inventory management system is the delay in procuring orders, the model explicitly accounts for the effects caused by the time lag between issuing of an order and shipment arrival at the goods distribution center. In this work we consider two classes of logistic systems – those with a single supply source, and the ones with multiple suppliers. The presented state-space description allows for conducting the controller design using both the fundamental and advanced control methods, such as sliding-mode control and dynamical optimization.

¹Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki; 90-924 Łódź; ul. Stefanowskiego 18/22. Tel: +48 42 631-25-56;
E-mail: piganciuk@poczta.onet.pl

²Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki; 90-924 Łódź; ul. Stefanowskiego 18/22. Tel: +48 42 631-25-58;
E-mail: andrzej.bartoszewicz@p.lodz.pl

1. WSTĘP

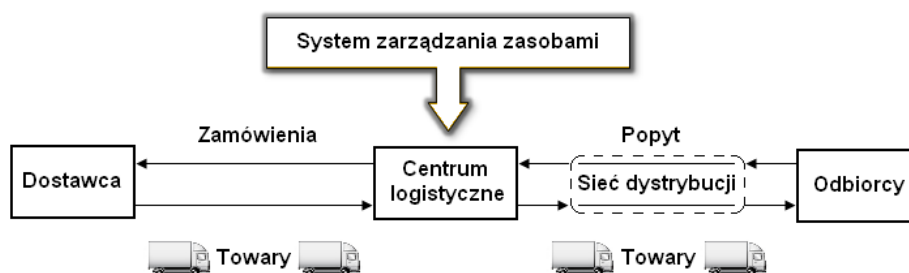
Logistyka stanowi jedną z najszybciej rozwijających się dziedzin aktywności gospodarczej w Polsce i na świecie. Powstają nowe sieci handlowe i dystrybucyjne oraz przedsiębiorstwa świadczące usługi transportu i spedycji, a istniejące rozszerzają swoją działalność na rynku lokalnym i międzynarodowym. Korzystna lokalizacja geograficzna Polski w sposób szczególny sprzyja tworzeniu i rozwojowi firm logistycznych włączających się do łańcucha przemieszczania dóbr pomiędzy Unią Europejską i państwami Europy Wschodniej. Z drugiej strony globalizacja wymiany handlowej, zwiększające się koszty produkcji i transportu oraz postępujące zróżnicowanie popytu na towary o wysokiej jakości i krótkim cyklu życia powodują wzrost konkurencji. Dlatego w obliczu dużych zmian koniunkturalnych i agresywnej rywalizacji przedsiębiorstw poszukuje się nowych metod poprawy funkcjonowania procesów logistycznych i uzyskania przewagi biznesowej. Z uwagi na podobieństwa łańcucha dostaw do systemów inżynierskich teoria sterowania i automatyka mogą dostarczyć narzędzi do tworzenia skutecznych mechanizmów optymalizujących dynamikę tych procesów, co jest kluczowe w warunkach prowadzenia działalności gospodarczej w obecnych czasach. Tymczasem podsumowanie dotychczasowych rozwiązań przedstawione w monografiach [1–3], artykułach przeglądowych [4–8] i bieżących publikacjach [9–22] wskazuje na istotne braki w wykorzystaniu zaawansowanych metod teorii regulacji do sterowania procesami logistycznymi. Braki te ujawniają się zarówno w konstruowaniu niezbyt efektywnych modeli, które dość słabo odzwierciedlają skomplikowaną strukturę przepływu dóbr, jak i w rzadkim zastosowaniu formalnych procedur projektowych do tworzenia algorytmów sterowania. Wiele modeli zakłada stałe czasy opóźnień między ogniwami łańcucha dostaw oraz liniowość elementów modelu. Tymczasem w realnych systemach logistycznych opóźnienia rzadko pozostają niezmiennie i zgodne z prognozami, a rzeczywiste elementy strukturalne są z natury nieliniowe, na przykład magazyny charakteryzują się ograniczoną (i nieujemną) przestrzenią do składowania towarów, a dostawcy i urządzenia fabryczne mają ograniczenia produkcyjne i w rezultacie nie są w stanie realizować dowolnie dużych sygnałów sterujących. Pomimo szeregu korzyści ze stosowania podziału zamówień pomiędzy kilku dostawców [20] lub jednoczesnego wykorzystania wielu kanałów logistycznych [21] w literaturze brakuje systematycznych metod projektowych dla układów z wieloma źródłami i opcjami transportowymi (charakteryzującymi się różnymi opóźnieniami w realizacji zamówień).

W pracy rozważano (z uwzględnieniem dynamiki procesu zarządzania zasobami) problem sterowania przepływem towarów i wymiany informacji w logistycznym łańcuchu dostaw. Zagadnienie to jest istotne z punktu widzenia skutecznego kierowania przedsiębiorstwami produkcyjnymi i dystrybucyjnymi, a obecnie, z uwagi na wzrost konkurencyjności i globalizację wymiany handlowej, decyduje ono o pozycji rynkowej i sukcesie ekonomicznym wielu przedsiębiorstw. Konieczność dokładnej analizy dynamiki procesów logistycznych wymuszają także wprowadzane ostatnio zmiany w sposobie prowadzenia działalności gospodarczej, które polegają na coraz powszechniejszym wykorzystaniu internetowej obsługi zamówień oraz automatyzacji ewidencji towarów i czynności magazynowych. Dlatego oprócz stosowania tradycyjnych metod zarządzania przepływem dóbr, bazujących w głównej mierze na długofalowej analizie kosztów

dokonywanej w oparciu o uśrednione wartości zmiennych ekonomicznych, konieczne staje się opracowanie metod optymalizujących również dynamikę tych procesów. Ponieważ fundamentem skutecznych procedur projektowych jest skonstruowanie właściwego modelu rozważanego obiektu, w pracy zaproponowano sposób opisu procesów logistycznych pozwalający na wykorzystanie formalnych metod teorii sterowania. Zaprezentowane w pracy modele odzwierciedlają kluczowe zjawiska zachodzące w logistycznym łańcuchu dostaw, przy czym szczególny nacisk położono na efekty związane z opóźnieniami występującymi pomiędzy poszczególnymi jego ogniwami. W odróżnieniu od większości rozwiązań opisanych dotychczas w literaturze, zaproponowany opis układu w przestrzeni stanu pozwala na skuteczne stosowanie zaawansowanych metod projektowania układów regulacji, takich jak na przykład sterowanie ślizgowe i optymalizacja dynamiczna.

2. MODEL PODSTAWOWY

W pracy rozważono proces logistyczny związany z obsługą przepływu dóbr oraz obiegiem informacji pomiędzy ogniwami łańcucha dostaw, tj. dostawcą (źródłem zasobów), centrum logistycznym i odbiorcami (hurtownikami lub klientami docelowymi). Schemat poglądowy analizowanego procesu pokazano na Rys. 1.



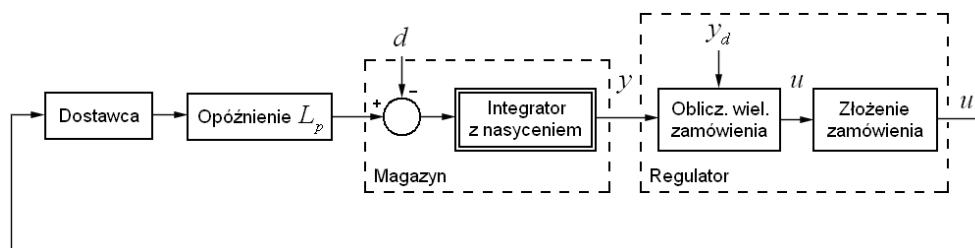
Rys. 1. Poglądowy Schemat procesu logistycznego związanego z obsługą przepływu dóbr i komunikacją między węzłami łańcucha dostaw

W pierwszej kolejności będziemy analizować układy z pojedynczym dostawcą, czyli taką sytuację, jaka ma miejsce w łańcuchu przepływu dóbr, gdy zasoby magazynowe centrum logistycznego (dystrybucyjno-spedycyjnego) uzupełniane są u jednego producenta (lub dostawcy strategicznego) związanego długofalowym porozumieniem o wzajemnej współpracy. Towary z magazynu centralnego wysyłane są do poszczególnych odbiorców (hurtowników lub klientów docelowych) przez sieć dystrybucji w zależności od zgłaszanego przez nich zapotrzebowania – popytu. Na podstawie bieżącego zapełnienia magazynu oraz wielkości popytu i historii dostaw system zarządzania zasobami generuje zamówienia na nowe partie towarów, które wysyłane są przez dostawcę i z opóźnieniem pojawiają się w centrum logistycznym. Opóźnienie w realizacji zamówienia związane jest z utworzeniem stosownej dokumentacji, przygotowaniem przesyłki przez dostawcę, transportem i umieszczeniem towarów w magazynie centrum logistycznego. Pożądane jest

tworzenie takich reguł zarządzania zasobami, które niezależnie od zmian popytu i wielkości opóźnienia w realizacji zamówień:

- pozwolą osiągnąć wysoki wskaźnik zadowolenia klienta (mierzony poziomem zaspokojenia popytu i terminowością dostarczenia przesyłki);
- nie będą generowały zamówień nadmiarowych, skutkujących wzrostem kosztów przechowywania lub nawet przepełnieniem magazynu i koniecznością rezerwacji dodatkowej przestrzeni do składowania napływających towarów;
- będą unikać gwałtownych zmian wielkości zamówień w kolejnych chwilach, a tym samym nie będą powodować wzmocnienia fluktuacji popytu i nie będą powiększać ryzyka niedotrzymania warunków kontraktu przez producenta/dostawcę.

W zależności od charakteru zjawisk w analizowanym procesie, możliwości wykorzystania udogodnień technologicznych oraz strategii stosowanej przez jednostki zaangażowane w wymianę dóbr i informacji, system logistyczny możemy modelować jako układ ciągły, dyskretny lub impulsowy (sygnały ciągłe w czasie, zmieniające się w dyskretnych chwilach, np. w momencie złożenia zamówienia). W rozwiązaniach praktycznych często wykorzystuje się taktykę generowania zamówień w stałych odstępach czasu (np. jeden raz dziennie, dwa razy w tygodniu, etc.). Schemat takiego układu pokazano na Rys. 2.



Rys. 2. Model układu z pojedynczym źródłem zasobów

W rozważanym układzie zamówienia służące uzupełnieniu zasobów centrum logistycznego $u(kT)$ generowane są w regularnych odstępach czasu kT , gdzie T jest okresem dyskretyzacji, a k nieujemną liczbą całkowitą $k = 0, 1, 2, \dots$. Obliczenie wielkości dostawy następuje na podstawie bieżącego zapełnienia magazynu $y(kT)$,żądanego zapełnienia y_d oraz historii zamówień. Każde niezerowe zamówienie złożone u dostawcy realizowane jest z opóźnieniem L_p .

Popyt wygenerowany (liczba jednostek towaru, jaką odbiorcy chcieliby uzyskać z centrum logistycznego w okresie k) możemy zamodelować jako *a priori* nieznaną, ograniczoną funkcję czasu $d(kT)$ o dowolnym rozkładzie statystycznym

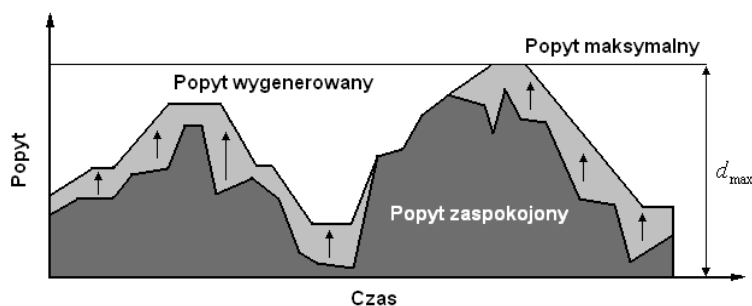
$$0 \leq d(kT) \leq d_{\max}. \quad (1)$$

Jeśli w magazynie zgromadzona jest wystarczająca ilość towarów, aby zaspokoić zgłoszone zapotrzebowanie, to zaspokojony popyt $h(kT)$ (liczba jednostek towaru wysłana z centrum logistycznego do odbiorców) równy jest popytowi wygenerowanemu. W przeciwnym

przypadku popyt wygenerowany realizowany jest wyłącznie z dostawy przychodzącej w danym okresie, a pozostała część zamówienia jest ignorowana, co jest równoznaczne z utratą zysku (przyjmując założenie, że zgłaszane zapotrzebowanie nie jest odkładane w czasie i popyt niezaspokojony jest tracony). Wobec tego możemy napisać

$$0 \leq h(kT) \leq d(kT) \leq d_{\max}. \quad (2)$$

Relacje wygenerowanego i zaspokojonego popytu pokazano na Rys. 3. Projektując strategię sterowania zasobami magazynowymi, należy dążyć do jak największego zaspokojenia zgłoszonego zapotrzebowania przy jak najmniejszej ilości składowanych towarów (jak najmniejszym zapasie).



Rys. 3. Popyt wygenerowany i popyt zaspokojony

Ilość towarów dostępnych w magazynie $y(kT)$ zależy od ilości napływających towarów i od zaspokojonego popytu $h(kT)$. Zatem dla każdej chwili $kT \geq 0$ dostępne zasoby można obliczyć na podstawie następującej zależności

$$y(kT) = \sum_{j=0}^{k-1} u(jT - L_p) - \sum_{j=0}^{k-1} h(jT). \quad (3)$$

Proponowany model możemy opisać równaniami stanu

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[(k+1)T] &= \mathbf{A}\mathbf{x}(kT) + \mathbf{b}u(kT) + \mathbf{v}h(kT), \\ y(kT) &= \mathbf{q}^T \mathbf{x}(kT), \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie \mathbf{A} , \mathbf{b} , \mathbf{v} oraz \mathbf{q} są określone zależnościami

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

a wymiar układu $n = L_p / T + 1$ zależy od okresu dyskretyzacji T i opóźnienia w realizacji zamówienia L_p . Do tak modelowanego procesu przepływu dóbr można stosować zaawansowane metody teorii regulacji takie jak np. sterowanie ślizgowe [22] i optymalizację dynamiczną [23]. Przykładem doboru parametrów regulatora optymalnego jest np. rozwiązanie problemu liniowo-kwadratowego ze wskaźnikiem jakości

$$J(u) = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ u^2(kT) + w [y_d - y(kT)]^2 \right\}, \quad (6)$$

gdzie w jest czynnikiem wagowym. W rezultacie otrzymujemy regulator [24],

$$u(kT) = \alpha \left[y_d - y(kT) - \sum_{j=k-n_p}^{k-1} u(jT) \right], \quad \text{gdzie } \alpha = \left(\sqrt{w(w+4)} - w \right) / 2, \quad (7)$$

który, nie generując nadmiernych sygnałów sterujących (zbyt dużych zamówień), płynnie reaguje na zmiany warunków pracy układu (w rozważanym procesie są to zmiany zapotrzebowania). W praktyce oznacza to tłumienie fluktuacji popytu już w pierwszym ogniwie łańcucha dostaw, a zatem także przeciwdziałanie efektowi „byczego bicza”.

3. ROZSZERZENIA MODELU PODSTAWOWEGO

W Rozdziale 2 skupiliśmy się na opisie podstawowego modelu procesu wymiany towarów w logistycznym łańcuchu dostaw i pokazaliśmy jak rozważany proces można przedstawić w przestrzeni stanu z bezpośrednim uwzględnieniem opóźnienia w realizacji zamówień. W dalszej części pracy podamy metody rozszerzenia modelu podstawowego na szereg sytuacji praktycznych, takich jak zmienne opóźnienia, ograniczenia wielkości zamówienia i podział zamówień między wielu dostawców.

3.1 Zmienne opóźnienie w realizacji zamówień

Z uwagi na niepewność czasu kompletacji przesyłki po stronie dostawcy oraz fluktuacje opóźnienia związane z transportem, w rzeczywistych systemach logistycznych czas dostawy często odbiega od wartości nominalnej (np. określonej umową o świadczeniu usług pomiędzy klientem i dostawcą). Niekiedy również dochodzi do zakłócenia sekwencji zdarzeń – na przykład wtedy gdy przesyłka wysłana wcześniej dociera do odbiorcy w okresie późniejszym niż następne zamówienie. W sytuacji kiedy towary nie są dostarczane z jednakowym i stałym opóźnieniem konieczne jest uwzględnienie zmian czasu realizacji zamówienia $L_p(k) = n_p(k)$, gdzie $n_p(k)$ i wartość nominalna \bar{n}_p są dodatnimi liczbami całkowitymi takimi, że

$$(1 - \delta)\bar{n}_p \leq n_p(k) \leq (1 + \delta)\bar{n}_p. \quad (8)$$

Parametr δ określa maksymalne odchylenie opóźnienia od wartości nominalnej.

Przy sumowaniu dostaw do centrum logistycznego $u[kT - L_p(k)]$ i wysyłek towarów do klientów docelowych w odpowiedzi na zgłoszone zapotrzebowanie $h(kT)$ spełniony jest warunek przemienności. Zatem dla każdej chwili $kT \geq 0$ zasoby dostępne w magazynie można obliczyć ze wzoru

$$y(kT) = \sum_{j=0}^{k-1} u[jT - L_p(j)] - \sum_{j=0}^{k-1} h(jT) = \sum_{j=0}^{k-1} u[(j - \bar{n}_p)T] + \xi(kT) - \sum_{j=0}^{k-1} h(jT). \quad (9)$$

Funkcja $\xi(kT)$ we wzorze (9) odzwierciedla różnicę zajętości magazynu w stosunku do wartości nominalnej (brak lub nadmiar towarów) wynikającą z fluktuacji czasu realizacji zamówienia. Ponieważ zmiany opóźnienia nie są znane *a priori*, funkcję ξ możemy interpretować jako dodatkowe zakłócenie zewnętrzne wpływające na zachowanie rozważanego obiektu. Modyfikując opis dynamiki układu w przestrzeni stanu otrzymujemy

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[(k+1)T] &= \mathbf{A}\mathbf{x}(kT) + \mathbf{b}u(kT) + \mathbf{v}h(kT) + \mathbf{p}\xi(kT), \\ y(kT) &= \mathbf{q}^T \mathbf{x}(kT), \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie $\mathbf{p} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$.

3.2 Ograniczenie wielkości dostaw

Optymalizacja kosztów związanych z przygotowaniem wysyłki i transportem zwykle implikuje konieczność przesyłania towarów partiami, np. przy uwzględnieniu dostępnej pojemności środka transportu. Ponadto, w danym przedziale czasu, dostawcy zwykle nie są w stanie zgromadzić (lub wyprodukować) i wysłać dowolnie dużej ilości towarów, co prowadzi do konieczności ograniczenia wielkości zamówienia. Uwzględniając warunek generowania zamówień będących wielokrotnością partii składającej się z N jednostek towaru oraz górne ograniczenie pojedynczej dostawy u_{\max} , możemy zmodyfikować podstawową strategię sterowania w następujący sposób

$$u(kT) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } \varphi(kT) < 0, \\ \langle \varphi(kT) \rangle, & \text{gdy } 0 \leq \varphi(kT) \leq u_{\max}, \\ u_{\max}, & \text{gdy } \varphi(kT) > u_{\max}, \end{cases} \quad (11)$$

gdzie

$$\varphi(kT) = \alpha \left[y_d - y(kT) - \sum_{j=k-n_p}^{k-1} u(jT) \right], \quad (12)$$

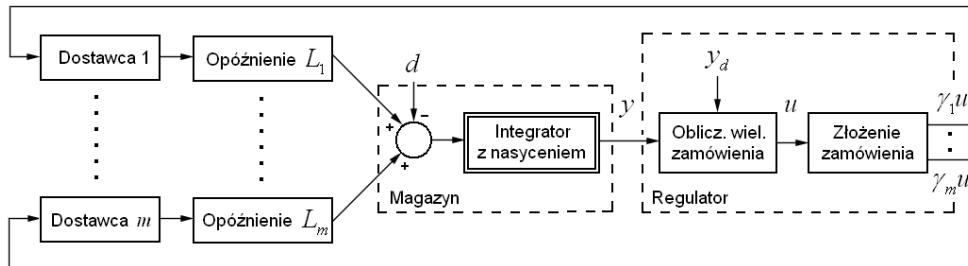
przy czym

$$\langle \varphi \rangle = \begin{cases} \lceil \varphi \rceil & \text{gdy } \varphi \geq \lfloor \varphi \rfloor + \delta, \\ \lfloor \varphi \rfloor & \text{gdy } \varphi < \lfloor \varphi \rfloor + \delta. \end{cases} \quad (13)$$

Funkcje $\lceil \cdot \rceil$ i $\lfloor \cdot \rfloor$ oznaczają operację zaokrąglenia do najbliższej liczby całkowitej na podstawie wartości progowej δ , zwykle równej $N/2$. Zdefiniowany w ten sposób regulator gwarantuje stabilność układu zamkniętego i pozwala uzyskać wysoki poziom zaspokojenia popytu w systemach logistycznych przy rozważanych ograniczeniach dostawy.

3.3 Podział zamówienia w puli dostawców

Względy strategiczne, na przykład próba zabezpieczenia interesów firmy na wypadek niedotrzymania warunków kontraktu przez producenta lub chęć ożywienia konkurencji między dostawcami, wskazują na wykorzystanie więcej niż jednego źródła dostaw. Zatem można rozważać systemy logistyczne stosujące podział zamówień pomiędzy wielu dostawców [20], a także implementujące opcję jednoczesnego wykorzystania różnych kanałów transportowych [21] charakteryzujących się z zasady innymi opóźnieniami w realizacji dostaw. Schemat takiego układu pokazano na Rys 4.



Rys. 4. Schemat układu z wieloma źródłami zasobów

Model układu z m dostawcami/opcjami transportowymi, charakteryzującymi się opóźnieniami $L_1, L_2, \dots, L_p, \dots, L_m$, możemy wyrazić w przestrzeni stanu, modyfikując macierz \mathbf{A} , tj.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

gdzie składniki pierwszego wiersza tej macierzy $a_j = \sum_{p:L_p=jT} \gamma_p$ odzwierciedlają sposób podziału zamówienia opisany funkcją $\gamma(p) = \gamma_p$. Rozwiązując problem optymalizacji

dynamicznej (6) uzyskujemy następujący dyskretny regulator sterujący przepływem towarów między dostawcami i centrum logistycznym, opisany w artykule [25],

$$u(kT) = \alpha \left[y_d - y(kT) - \sum_{p=1}^m \sum_{i=k-\bar{n}_p}^{k-1} u(iT) \right]. \quad (15)$$

Zmienność opóźnienia w układzie z wieloma dostawcami możemy rozważać w sposób analogiczny jak przedstawiono w Rozdziale 3.1 a ograniczenia sygnału sterującego podobnie jak to opisano w Rozdziale 3.2.

4. WNIOSKI

W pracy przedstawiono sposób modelowania procesu obiegu informacji i przepływu towarów w logistycznym łańcuchu dostaw przy wykorzystaniu metody zmiennych stanu. Główny nacisk położono na opis zjawisk związanych z występowaniem opóźnień w realizacji dostaw, stanowiących podstawowe zagrożenie dla utrzymania stabilności rozważanej klasy obiektów dynamicznych. Zaprezentowano sposób modelowania zjawisk towarzyszących obsłudze wymiany towarów w rzeczywistych systemach logistycznych, takich jak zmienność opóźnienia, podział zamówień pomiędzy wielu dostawców, a także ograniczenia wielkości pojedynczej dostawy. Proponowane modele można stosować w projektowaniu układów regulacji dla procesów logistycznych przy wykorzystaniu zaawansowanych metod teorii sterowania.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2010 – 2012 jako projekt badawczy nr N N514 108638 pt. „Zastosowanie metod teorii regulacji do sterowania procesami logistycznymi”.

P. Ignaciuk jest laureatem programu START Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej, a także stypendystą projektu „Innowacyjna dydaktyka bez ograniczeń – zintegrowany rozwój Politechniki Łódzkiej – zarządzanie uczelnią, nowoczesna oferta edukacyjna i wzmacnianie zdolności do zatrudniania, także osób niepełnosprawnych” współfinansowanego przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Silver E. A., Pyke D. F., Peterson R.: *Inventory management and production planning and scheduling*, John Wiley & Sons, New York 1998.
- [2] Zipkin P. H.: *Foundations of inventory management*, McGraw-Hill, New York 2000.
- [3] Serman J. D.: *Business dynamics: systems thinking and modeling for a complex world*, McGraw-Hill, New York 2000.
- [4] Axsäter S.: *Control theory concepts in production and inventory control*. International Journal of Systems Science, Vol. 16, No. 2, str. 161-169, 1985.
- [5] Edghill J. S., Towill D. R.: *The use of systems dynamics in manufacturing systems*. Transactions of the Institute of Measurement and Control, Vol. 11, No. 4, str. 208-216, 1989.
- [6] Grubbström R. W., Tang O.: *An overview of input-output analysis applied to production-inventory systems*. Economic Systems Research, Vol. 12, No. 1, str. 3-25, 2000.

- [7] Ortega M., Lin L.: *Control theory applications to the production-inventory problem: a review*. International Journal of Production Research, Vol. 42, No. 11, str. 2303-2322, 2004.
- [8] Sarimveis H., Patrinos P., Tarantilis C. D., Kiranoudis C. T.: *Dynamic modeling and control of supply chain systems: a review*. Computers and Operations Research, Vol. 35, No. 11, str. 3530-3561, 2008.
- [9] Wiendahl H. P., Breithaupt J. W.: *Automatic production control applying control theory*. International Journal of Production Economics, Vol. 63, No. 1, str. 33-46, 2000.
- [10] Riddalls C. E., Bennett S., Tipi N. S.: *Modelling the dynamics of supply chains*. International Journal of Systems Science, Vol. 31, No. 8, str. 969-976, 2000.
- [11] Blanchini F., Pesenti R., Rinaldi F., Ukovich W.: *Feedback control of production-distribution systems with unknown demand and delays*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 16, No. 3, str. 313-317, 2000.
- [12] Riddalls C. E., Bennett S.: *The stability of supply chains*. International Journal of Production Research, Vol. 40, No. 2, str. 459-475, 2002.
- [13] Sethi S. P., Zhang Q. (pod redakcją): *Optimal control applications to management sciences*. Wydanie specjalne: Automatica, Vol. 42, No. 8, str. 1241-1428, 2006.
- [14] Rodrigues L., Boukas E. K.: *Piecewise-linear H_∞ controller synthesis with applications to inventory control of switched production systems*. Automatica, Vol. 42, No. 8, str. 1245-1254, 2006.
- [15] Lalwani C. S., Disney S. M., Towill D. R.: *Controllable, observable and stable state space representations of a generalized order-up-to policy*. International Journal of Production Dynamics, Vol. 101, No. 1, str. 172-184, 2006.
- [16] Hoberg K., Bradley J. R., Thonemann U. W.: *Analyzing the effect of the inventory policy on order and inventory variability with linear control theory*. European Journal of Operational Research, Vol. 176, No. 3, str. 1620-1642, 2007.
- [17] Wang W., Rivera D. E., Kempf K. G.: *Model predictive control strategies for supply chain management in semi-conductor manufacturing*. International Journal of Production Economics, Vol. 107, No. 1, str. 56-77, 2007.
- [18] Sourirajan K., Ramachandran B., An L.: *Application of control theoretic principles to manage inventory replenishment in a supply chain*. International Journal of Production Research, Vol. 46, No. 21, str. 6163-6188, 2008.
- [19] Aggelogiannaki E., Sarimveis H.: *Design of a novel adaptive inventory control system based on the online identification of lead time*. International Journal of Production Economics, Vol. 114, No. 2, str. 781-792, 2008.
- [20] Minner S.: *Multiple-supplier inventory models in supply chain management: a review*. International Journal of Production Economics, Vol. 81-82, No. 1, str. 265-279, 2003.
- [21] Dullaert W., Vernimmen B., Raa B., Witlox F.: *A hybrid approach to designing inbound-resupply strategies*. IEEE Intelligent Systems, Vol. 20, No. 4, str. 31-35, 2005.
- [22] Utkin V.: *Sliding modes in control and optimization*, Springer-Verlag, Berlin 1992.
- [23] Górecki H.: *Optymalizacja i sterowanie systemów dynamicznych*. Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków 2006.

-
- [24] Ignaciuk P., Bartoszewicz A.: *LQ optimal and reaching law based design of sliding mode supply policy for inventory management systems*. Archives of Control Sciences, Vol. 19, No. 3, 2009, str. 245-261.
- [25] Ignaciuk P., Bartoszewicz A.: *LQ optimal sliding mode supply policy for periodic review inventory systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 55, No. 1, str. 269-274, 2010.