

Maurycy Ciupak<sup>1</sup>, Krzysztof Rokiciński<sup>2</sup>

## 2-wymiarowa analiza wezbrań sztormowych w profilu wodowskazowym Świnoujście w aspekcie efektywności pracy portu

### Wstęp

Wezbrania sztormowe wraz z układem niskiego ciśnienia zbliżając się do płytkiej strefy przybrzeżnej mogą być przyczyną dużych spiętrzeń wody i tym samym stwarzać niebezpieczeństwo nie tylko dla jednostek pływających oraz platform wiertniczych, ale także dla infrastruktury miast portowych, portów morskich oraz terenów nadmorskich<sup>3</sup>. Silne wiatry oraz falowanie są również przyczyną abrazji, czyli podmywania brzegów a w konsekwencji tworzenia wysokich i urwistych brzegów klifowych<sup>4</sup>.

Wezbrania sztormowe stwarzają problemy zarówno na obszarze portu morskiego jak i na kottwiczowisku. Narazone na zniszczenia mogą być wszelkie lądowe i wodne urządzenia służące do cumowania, postoju statków, przeładunku, przemieszczania i składowania oraz inne niezbędne urządzenia służące do eksploatacji portu.

Analizując zagrożenia związane z wezbraniem sztormowymi należy liczyć się ze szkodami w środowisku naturalnym, z awariami statków, z wadliwie działającymi urządzeniami nawigacyjnymi oraz z ich przemieszczeniem.

W artykule przeprowadzono analizę wezbrań sztormowych w profilu wodowskazowym Świnoujście. Pojawiająca się wysoka woda w tej części Bałtyku może wpłynąć na ograniczenie ruchu torem wodnym Świnoujście – Szczecin biegnącym od główek falochronu Świnoujście, kanałem Piastowskim, przez Zalew Szczeciński, Roztokę Odrzańską i dalej rzeką Odrą i przekopem Mieleńskim do trawersu północnego narożnika Nabrzeża Kato-wickiego w porcie Szczecin<sup>5</sup>.

Ograniczenia ruchu torem wodnym dotyczą: holowania, dokowania, wydokowania, wodowania statków na pochylni, ale także przeładunków zwłaszcza łatwopalnych cieczy i skroplonych gazów palnych.

W czasie sztormowej pogody, w sytuacjach szczególnie wysokiego stanu wody może zostać wprowadzone przez Kapitana portu ograniczenie lub zamknięcie ruchu na obszarze portu lub jego części. Na podstawie meteorologicznych i hydrologicznych warunków środowiska morskiego w poszczególnych portach mogą być wprowadzone ograniczenia dotyczące: holowania, pchania barek w żegludze portowej, wejścia i wyjścia z portu statków o określonych parametrach ruchu. Z jednej strony zwiększa się tym samym bezpieczeństwo żeglugi, z drugiej strony wiąże się to ze stratami ekonomicznymi. Zakłócenie lub paraliż gospodarczy infrastruktury portu morskiego może mieć wpływ na ekonomię i gospodarkę pośrednio lub bezpośrednio całego kraju<sup>6</sup>.

Celem artykułu jest probabilistyczna analiza zidentyfikowanych wezbrań sztormowych wzdłuż południowych wybrzeży Bałtyku w profilu wodowskazowym Świnoujście w latach 1976-2000 oraz interpretacja 2-wymiarowego modelu rozkładu prawdopodobieństwa. Rozkład prawdopodobieństwa 2-wymiarowej zmiennej losowej zbudowano z zastosowaniem kopuli Gumbela-Hougaard<sup>7,8,9</sup>, natomiast łączne prawdopodobieństwo analizowanej zmiennej losowej przedstawiono na wykresach funkcji warunkowego prawdopodobieństwa.

<sup>1</sup> dr inż. Maurycy CIUPAK, Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej Ośrodek Hydrologii w Warszawie.

<sup>2</sup> dr hab. prof. AMW Krzysztof ROKICIŃSKI, Akademia Marynarki Wojennej, Wydział Dowodzenia i Operacji Morskich.

<sup>3</sup> St. Trzeciak, *Meteorologia morska z oceanografią*. PWN, Warszawa 2009.

<sup>4</sup> St. Trzeciak, *Wiatry sztormowe na polskim wybrzeżu Bałtyk*. Wydaw. Akademii Morskiej w Szczecinie, Szczecin 2004.

<sup>5</sup> Zarządzenie nr 4 Dyrektora Urzędu Morskiego w Szczecinie z dnia 17 września 2002 r. wraz ze wszystkimi późniejszymi poprawkami.

<sup>6</sup> M. Ciupak, K. Rokiciński, *Logistyka portów morskich w aspekcie zagrożeń naturalnych*. Logistyka 6/2010.

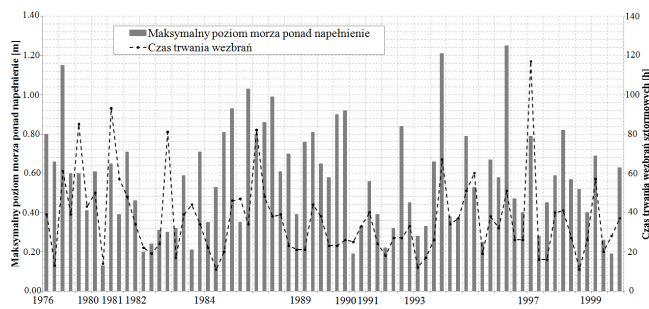
<sup>7</sup> E. J. Gumbel, *Distributions des valeurs extremes en plusieurs dimensions*. Publ. Inst. Statist. Univ. Paris 1960, 9, 172.

<sup>8</sup> P. Hougaard, *A class of multivariate failure time distribution*. Biometrika, 1986, 73, 673.

<sup>9</sup> P. Hougaard, *Analysis of Multivariate Survival Data*. Springer-Verlag, New York-Berlin-Heidelberg 2000.

## Metody 2-wymiarowej analizy wezbrań sztormowych

Analizie częstotliwości wezbrań sztormowych poddano 2-wymiarową zmienną losową, którą tworzy maksymalny poziom morza ponad napełnienie  $PM_{MAX,w}$  [m] zaobserwowany przy danym zdarzeniu sztormowym i czas trwania wezbrań sztormowych  $T_w$  [h]. Obserwacje wykonano w profilu wodowskazowym Świnoujście w latach 1976-2000 (rys.1). Dane wejściowe do modelu uzyskano z katalogu wezbrań i obniżenia sztormowych poziomów morza oraz ekstremalnych poziomów wód na Polskim wybrzeżu<sup>10</sup> oraz z monografii Sztobryn i Stigge (2005).



**Rys. 1.** Maksymalny poziom morza ponad napełnienie oraz czas trwania wezbrań zaobserwowany na posterunku pomiarowym Świnoujście w latach 1976 - 2000.  
Źródło: opracowanie własne.

Do identyfikacji wezbrań sztormowych przyjęto wartość progową poziomu morza<sup>11</sup> odpowiadającą poziomowi 570 cm N.N. (Normal Null), tj. w odniesieniu do poziomu morza wyznaczonego dla Amsterdamu.

Za początek wezbrania sztormowego przyjęto moment, w którym poziom morza przekroczył wartość dziennego poziomu odniesienia, tzw. napełnienia. Powyższy parametr określa hipotetyczny poziom morza, który zostałby odnotowany, gdyby nad morzem nie występowały czynniki meteorologiczne mające wpływ na spiętrzanie wody<sup>12</sup>.

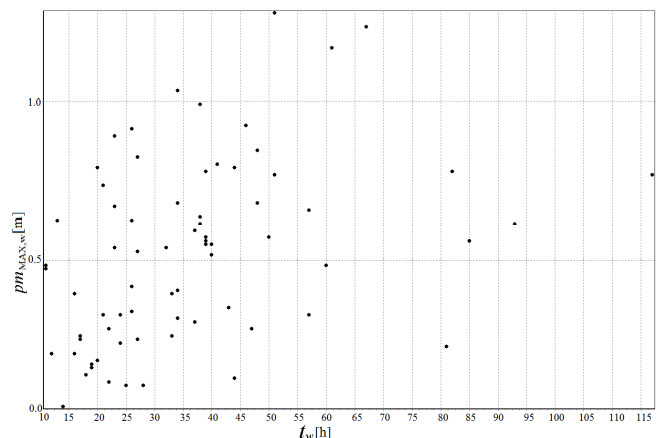
Do estymacji 2-wymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej ( $PM_{MAX,w}, T_w$ ) zastosowano metodę kopuli<sup>13</sup>.

W badaniu estymację parametrów kopuli wykonano w dwóch etapach. W pierwszym etapie oszacowano parametry brzegowych rozkładów prawdopodobieństwa metodą największej wiarygodności. Najlepszą zgodność rozkładu teoretycznego z rozkładem empirycznym dla zmiennej losowej  $PM_{MAX,w}$  uzyskano za pomocą funkcji rozkładu Gumbela maksimum, natomiast dla  $T_w$  za pomocą 3-parametrowej funkcji rozkładu logarytmiczno-normalnego (tab.1).

**Tabela 1.** Wyniki testów zgodności empirycznych rozkładów z rozkładami teoretycznymi dla zmiennej losowej maksymalnego poziomu morza ponad napełnienie  $PM_{MAX,w}$  i czasu trwania wezbrań sztormowych  $T_w$  w Świnoujściu w latach 1976 - 2000.

Teoretyczne rozkłady prawdopodobieństwa	Testy zgodności			
	$\lambda$ Kołmogorowa		$\chi^2$ Pearsona	
	$PM_{MAX,w}$ [m]	$T_w$ [h]	$PM_{MAX,w}$ [m]	$T_w$ [h]
log-normalny (3P) dla $PM_{MAX,w} \varepsilon = 0$	1,515	<b>0,552</b>	7,789	<b>1,159</b>
Gumbela maksimum (2P)	<b>0,748</b>	0,768	<b>7,205</b>	5,199

W opracowaniu do obliczenia miary zależności między zaobserwowanymi realizacjami zmiennej losowej ( $PM_{MAX,w}, T_w$ ) zastosowano współczynnik korelacji liniowej oraz korelację nieparametryczną w postaci współczynnika rang Spearmana<sup>14</sup>. Wartość współczynnika korelacji liniowej  $\rho_p = 0,384$ , natomiast współczynnik korelacji rang Spearmana  $\rho_s = 0,460$ . Diagram korelacyjny charakterystyk wezbrań sztormowych w Świnoujściu w okresie od 1976 do 2000 roku przedstawiono na rysunku 2.



**Rys. 2.** Diagram korelacyjny zaobserwowanych realizacji zmiennej losowej ( $PM_{MAX,w}, T_w$ ): maksymalnego poziomu morza powyżej poziomu napełnienia i czasu trwania wezbrań sztormowych w profilu wodowskazowym Świnoujście w latach 1976 - 2000.  
Źródło: opracowanie własne.

<sup>10</sup> B. Wiśniewski, T. Wolski, *Katalogi wezbrań i obniżenia sztormowych poziomów morza oraz ekstremalne poziomy wód na Polskim wybrzeżu*. Wydaw. Naukowe Akademii Morskiej, Szczecin 2009, 156.

<sup>11</sup> A. Majewski, Z. Dziadziuszko, A. Wiśniewska, *Monografia powodzi sztormowych 1951-1975. Ogólna charakterystyka powodzi sztormowych u polskiego wybrzeża Bałtyku*. Wkił, Warszawa 1983.

<sup>12</sup> Red. M. Sztobryn, H.J. Stigge, *Wezbrania sztormowe wzdłuż południowego Bałtyku (zachodnia i środkowa część)*. Monografie IMGW, Warszawa 2005.

<sup>13</sup> M. Ciupak, K. Rokiciński, *Zastosowanie metody kopuli do 2-wymiarowej analizy wezbrań sztormowych w profilach wodowskazowych: Świnoujście i Kołobrzeg*. Zeszyty Naukowe AMW (maszynopis), Gdynia 2011.

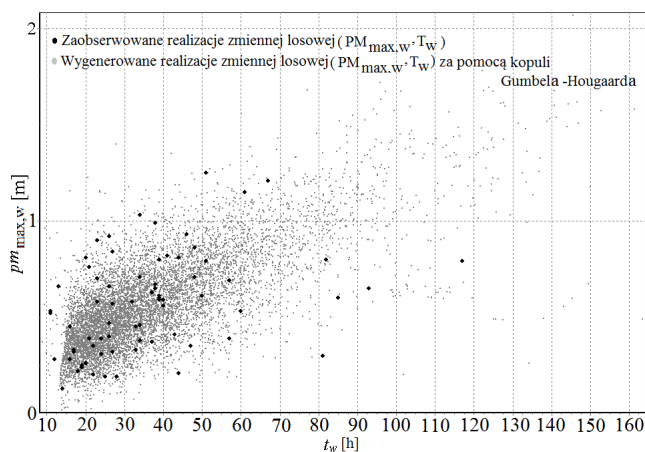
<sup>14</sup> W. Klonecki, *Statystyka dla inżynierów*. PWN, Warszawa 1999.

W drugim etapie do estymacji parametrów archimedesowskiej kopuli Gumbela-Hougaarda (1) wykorzystano metodę IFM (ang. Inference Functions For the Margins)<sup>15,16</sup>, natomiast generowanie realizacji zmiennej losowej ( $PM_{MAX,w}, T_w$ ) wykonano przy użyciu kopuli za pomocą jej generatora<sup>17,18,19</sup>.

$$C_{\theta}^{GH}(v, z) = \exp\left\{-\left[(-\log v)^{\theta} + (-\log z)^{\theta}\right]^{\frac{1}{\theta}}\right\}$$

gdzie:  $\theta \in [1; +\infty)$  oraz  $v = F_1(PM_{MAX,w})$  i  $z = F_2(T_w)$ , zmienne losowe  $PM_{MAX,w}$  i  $T_w$  mogą podlegać dowolnym rozkładom prawdopodobieństwa.

Na rysunku 3 przedstawiono diagram korelacyjny zaobserwowanych i wygenerowanych realizacji zmiennej losowej ( $PM_{MAX,w}, T_w$ ) za pomocą kopuli Gumbela-Hougaarda.



Rys. 3. Diagram korelacyjny zaobserwowanych i wygenerowanych realizacji zmiennej losowej ( $PM_{MAX,w}, T_w$ ) za pomocą kopuli Gumbela-Hougaarda.

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 2 przedstawiono wartości współczynnika korelacji rang Spearmana  $\rho_s$  oraz parametry estymowanego 2-wymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa. Współczynnik  $\rho_s$  przyjmuje wartość zero dla zmiennych niezależnych oraz 1, -1 odpowiednio dla idealnej zależności rosnącej i malejącej. W opracowaniu uzyskano  $\rho_s = 0,8387$ .

Wartość parametru  $\theta$  kopuli Gumbela-Hougaarda może zmieniać się w zakresie  $[1, +\infty)$ .  $\theta = 1$  oznacza brak zależności, natomiast uzyskana wartość  $\theta = 2,031$  oznacza zależność rosnącą.

<sup>15</sup> U. Cherubini, E. Luciano, W. Vecchiato, *Copula Method In Finance*. John Wiley & Sons, Ltd, 2004.

<sup>16</sup> M. Ciupak, K. Rokiciński, *Zastosowanie metody kopuli do 2-wymiarowej analizy wezbrań sztormowych w profilach wodowskazowych: Świnoujście i Kołobrzeg*. Zeszyty Naukowe AMW (maszynopis), Gdynia 2011.

<sup>17</sup> U. Cherubini, E. Luciano, tamże, s.149.

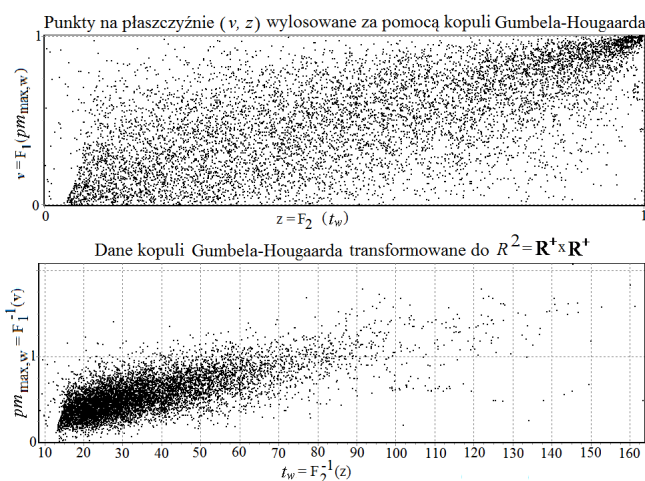
<sup>18</sup> R. Matúš, *The modelling of hydrological joint events on the Morava River using aggregation operators*. Slovak Journal of Civil Engineering, s.11.

<sup>19</sup> M. Ciupak, K. Rokiciński, tamże, s.14.

Tabela 2. Wartości estymatorów parametrów kopuli Gumbela-Hougaarda oraz współczynnika korelacji rang Spearmana.

Parametry estymowanych rozkładów		Współczynnik korelacji rang Spearmana $\rho_s$
Kopula Gumbela-Hougaarda		0,8387
$\theta$	2,031	

Na rysunku 5 przedstawiono punkty na płaszczyźnie  $(v, z)$  wylosowane za pomocą kopuli Gumbela-Hougaarda oraz dane kopuli transformowane do przestrzeni  $R^2=R^+ \times R^+$  za pomocą funkcji odwrotnej do dystrybuanty rozkładu brzegowego. Skoncentrowanie punktów w obszarze o współrzędnych  $(0, 0)$  i  $(1, 1)$  (górną część rys.4) może świadczyć o pogrubionym lewym i prawym ogonie 2-wymiarowej dystrybuanty.



Rys.4. Górny rysunek - punkty na płaszczyźnie  $(v, z)$  wylosowane za pomocą kopuli Gumbela-Hougaarda. Dolny rysunek - dane kopuli Gumbela-Hougaarda transformowane do  $R^2=R^+ \times R^+$  za pomocą funkcji odwrotnej do dystrybuanty rozkładu brzegowego.

Źródło: opracowanie własne.

## Probabilistyczna interpretacja 2-wymiarowego modelu wezbrań sztormowych w profilu wodowskazowym Świnoujście

Na podstawie 2-wymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej ( $PM_{MAX,w}, T_w$ )<sup>20</sup> wyznaczono następujące prawdopodobieństwa warunkowe:

1. dystrybuanta zmiennej losowej  $(X_1, X_2)$  (rys.6)

$$P(U_1 \leq u_1, U_2 \leq u_2) = F(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2)) = C(u_1, u_2) \quad (2)$$

<sup>20</sup> M. Ciupak, *2-wymiarowa analiza wezbrań sztormowych w profilach wodowskazowych: Świnoujście i Kołobrzeg*. Zeszyty Naukowe AMW (maszynopis), Gdynia 2011.

2. funkcja prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $(X_1, X_2)$  (rys.7)

$$P(U_1 > u_1, U_2 > u_2) = 1 - F_1(x_1) - F_2(x_2) + F(x_1, x_2) = 1 - u_1 - u_2 + C(u_1, u_2) \quad (3)$$

3. funkcja prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $X_1$  i  $X_2$  (rys.8)

$$P(U_1 > u_1, U_2 > u_2) = 1 - F(x_1, x_2) = 1 - C(F_1(x_1), F_2(x_2)) = 1 - C(u_1, u_2) \quad (4)$$

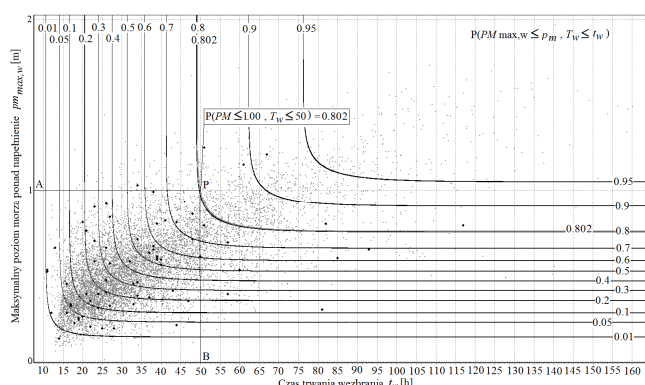
4. dystrybuanta zmiennej losowej  $X_1$  i funkcja prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $X_2$  (rys.9)

$$P(U_1 \leq u_1, U_2 > u_2) = F_1(x_1) - C(F_1(x_1), F_2(x_2)) = u_1 - C(u_1, u_2) \quad (5)$$

5. funkcja prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $X_1$  i dystrybuanta zmiennej losowej  $X_2$  (rys.10)

$$P(U_1 > u_1, U_2 \leq u_2) = F_2(x_2) - C(F_1(x_1), F_2(x_2)) = u_2 - C(u_1, u_2) \quad (6)$$

Na rysunku 6 przedstawiono łączną dystrybuantę zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$  zbudowaną na kopuli Gumbela-Hougaard. Na wykresie zaznaczono izolinie łącznego prawdopodobieństwa  $P(PM_{MAX,w} \leq p_m, T_w \leq t_w) = p_0$ , gdzie  $p_0$  przyjmuje wartości należące do zbioru  $\{0,01, 0,05, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,802, 0,9, 0,95\}$ .



Rys.5. Wykres łącznej dystrybuanty zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$ : maksymalnego poziomu morza ponad napełnienie  $PM_{MAX,w}$  i czasu trwania wezbrań sztormowych  $T_w$  zbudowanej na kopuli Gumbela-Hougaard. Źródło: opracowanie własne.

Wyznaczono prostokąt APBO dla  $p=0,802$ . Prawdopodobieństwo, że realizacja zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$  należy do tego prostokąta wynosi  $p_0=p$ .

Na przykład, łączne prawdopodobieństwo nieosiągnięcia  $P(PM_{MAX,w} \leq p_m, T_w \leq t_w)$  (2), dla maksymalnego poziomu morza ponad napełnienie wynoszącego 1 metr, czyli  $p_m = 1,0$  m oraz czasu trwania wezbrania sztormowego wynoszącego 50 godzin, czyli  $t_w = 50$  h jest równe  $P(PM_{MAX,w} \leq 1,0, T_w \leq 50) = 0,802$ .

Na wykresie chmura szarych małych punktów reprezentuje wygenerowane realizacje zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$  za pomocą kopuli Gumbela-Hougaard, natomiast chmura złożona z większych czarnych punktów zaobserwowane realizacje tej zmiennej w profilu wodowskazowym Świnoujście w latach 1976-2000.

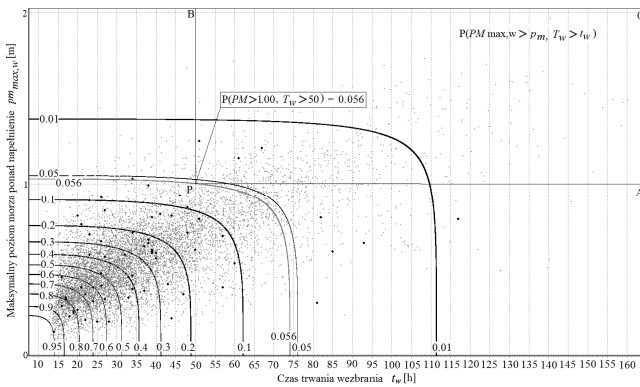
Przy projektowaniu morskich budowli hydrotechnicznych potrzebne jest wyznaczenie poziomów morza o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia ich występowania<sup>21</sup>. Wydaje się jednak, że większą wiedzę o wezbraniach sztormowych dostarczy inżynierowi informacja o wystąpieniu sztormu scharakteryzowanego nie pojedynczą zmienną losową ale wektorem zmiennych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia.

Do modelu wezbrań sztormowych zdecydowanie rzadziej przyjmowany jest ich czas trwania. Jest to bardzo ważna charakterystyka w zastosowaniach inżynierskich zwłaszcza wtedy, kiedy analizowana jest przybrzeżna dynamika i wytrzymałość dużych struktur (konstrukcji, budowli hydrotechnicznych) w strefie brzegowej.

Podstawowym problemem wielowymiarowej analizy statystycznej są krótkie ciągi pomiarowe. Dodatkowym problemem wielowymiarowego modelowania jest dużo bardziej skomplikowana postać takich statystyk niż w przypadku modelowania 1-wymiarowego.

Zastosowana metoda kopuli do estymacji parametrów 2-wymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa umożliwi wyznaczenie funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$ ,  $P(PM_{MAX,w} > p_m, T_w > t_w)$  (rys.7) i funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $PM_{MAX,w}$  i  $T_w$  (rys.8) określonej odpowiednio wzorami (2) i (3).

<sup>21</sup> B. Wiśniewski, T. Wolski, *Katalogi wezbrań i obniżeń sztormowych poziomów morza oraz ekstremalne poziomy wód na polskim wybrzeżu*. Wydaw. Naukowe Akademii Morskiej, Szczecin 2009, s.12.

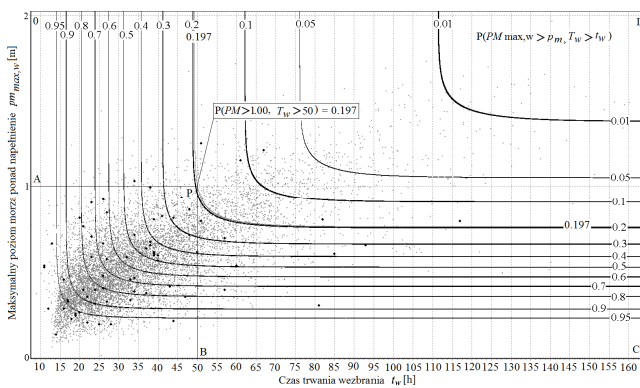


**Rys.6.** Wykres funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$ ,  $P(PM_{MAX,w} > p_m, T_w > t_w)$ , zbudowanej na kopuli Gumbela-Hougaarda.  
Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 6 zaznaczono punkt  $P$  leżący na krzywej  $p=0,056$ . Wyznacza on prostokąt APBO taki, że prawdopodobieństwo, iż realizacja zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$  należy do tego prostokąta z wyłączeniem boków AP i BP wynosi  $p=0,056$ .

Na przykład, łączne prawdopodobieństwo przewyższenia realizacji zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$  dla  $p_m=1,0$  m i  $t_w=50$  h jest równe  $P(PM_{MAX,w} > 1,0, T_w > 50)=0,056$ .

Drugie z omawianych prawdopodobieństw analizowano na rysunku 7. Przedstawiono izolinie funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia  $P(PM_{MAX,w} > p_m, T_w > t_w)$  zmiennej losowej  $PM_{MAX,w}$  i  $T_w$  zbudowanej na kopuli Gumbela-Hougaarda.



**Rys.7.** Wykres funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $PM_{MAX,w}$  i  $T_w$ ,  $P(PM_{MAX,w} > p_m, T_w > t_w)$ , zbudowanej na kopuli Gumbela-Hougaarda.  
Źródło: opracowanie własne.

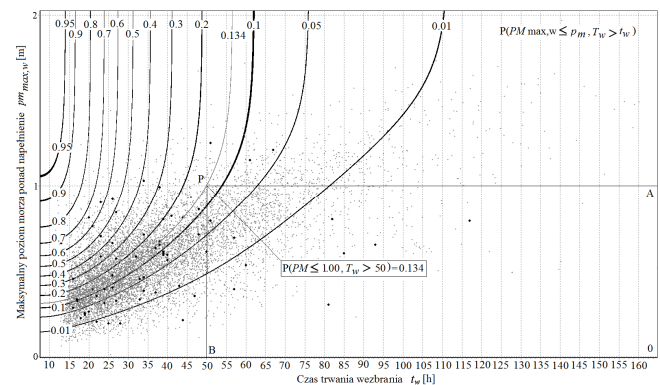
Punkt  $P$  leżący na krzywej  $p=0,197$  wyznacza sześciokąt APBCDO taki, że prawdopodobieństwo, iż realizacja zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$  należy do tego sześciokąta z wyłączeniem boków AP i BP wynosi  $p=0,197$ .

Warto zauważyć, że suma łącznej dystrybucji i funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia realizacji zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$  jest wy-

rażnie mniejsza od jedności. Suma obu łącznych prawdopodobieństw zbudowanych na kopuli Gumbela-Hougaarda  $P(PM_{MAX,w} \leq 1,0, T_w \leq 50)=0,802$  oraz  $P(PM_{MAX,w} > 1,0, T_w > 50)=0,056$  wynosi  $p=0,858$ .

Wynika stąd, że suma pozostałych prawdopodobieństw (prawdopodobieństw krzyżowych) mówiących, że realizacja jednej zmiennej losowej nie osiągnie określonej wartości a drugiej przewyższy pewną wartość lub odwrotnie powinna być również uwzględniana w wielowymiarowych analizach wezbrań sztormowych.

Zatem kolejnym etapem 2-wymiarowej analizy wezbrań sztormowych jest wyznaczenie izoliny łącznego prawdopodobieństwa nieosiągnięcia zmiennej losowej  $PM_{MAX,w}$  i przewyższenia zmiennej losowej  $T_w$  zbudowanej za pomocą kopuli Gumbela-Hougaarda (rys.8).



**Rys.8.** Wykres funkcji dystrybucji zmiennej losowej  $PM_{MAX,w}$  i funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $T_w$ ,  $P(PM_{MAX,w} \leq p_m, T_w > t_w)$ , zbudowanej na kopuli Gumbela-Hougaarda.  
Źródło: opracowanie własne.

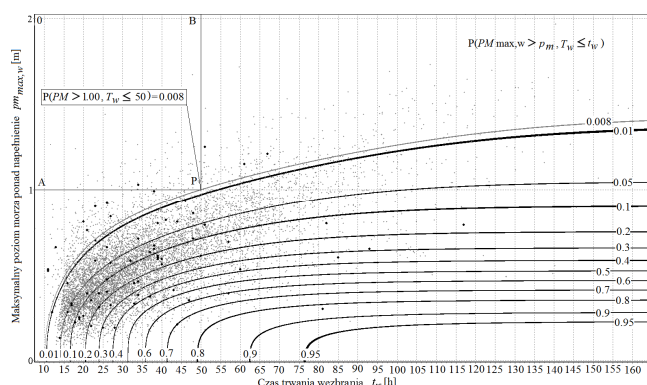
Na rysunku 9 punkt  $P$  wyznacza prostokąt APBO taki, że prawdopodobieństwo, iż realizacja zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$  należy do tego prostokąta z wyłączeniem boku BP wynosi  $p=0,134$ . W tym przypadku łączne prawdopodobieństwo  $P(PM_{MAX,w} \leq 1,0, T_w > 50)=0,134$ .

Ostatnim analizowanym przypadkiem jest wyznaczenie łącznego prawdopodobieństwa mówiącego, że realizacja zmiennej losowej  $PM_{MAX,w}$  przewyższy określoną wartość  $p_m$ , a realizacja zmiennej losowej  $T_w$  nie osiągnie pewnej wartości  $t_w$  (rys.10).

Na rysunku 10 punkt  $P$  leżący na krzywej  $p=0,008$  wyznacza prostokąt APBO taki, że prawdopodobieństwo, iż realizacja zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$  należy do tego prostokąta z wyłączeniem boku AP wynosi  $0,008$ .

W opisanym w artykule przykładzie suma obu łącznych prawdopodobieństw krzyżowych:  $P(PM_{MAX,w} \leq 1,0, T_w > 50)=0,134$  oraz  $P(PM_{MAX,w} > 1,0, T_w \leq 50)=0,008$  jest równa  $p=0,142$ ,

czyli po uwzględnieniu łącznej dystrybuanty  $P(PM_{MAX,w} \leq 1,0, T_w \leq 50) = 0,802$  i funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$ ,  $P(PM_{MAX,w} > 1,0, T_w > 50) = 0,056$ , otrzymamy prawdopodobieństwo równe jedności.



Rys. 9. Wykres funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $PM_{MAX,w}$  i dystrybuanty zmiennej losowej  $T_w$ ,  $P(PM_{MAX,w} > p_m, T_w \leq t_w)$ , zbudowanej na kopuli Gumbela-Hougaard. Źródło: opracowanie własne.

## Podsumowanie

Miasta portowe oraz porty morskie w związku ze swoją lokalizacją narażone są na bezpośrednie oddziaływanie morza i zjawisk hydro-meteorologicznych przymorza. Z jednej strony brane są pod uwagę zagrożenia, których źródłem jest masa wody Bałtyku (na przykład powódzie sztormowe), z drugiej strony wpływ fali wezbraniowej w ujściowych odcinkach rzek (powódzie zatorowe, roztopowe, roztopowo-deszczowe, deszczowe).

Konsekwencją przytoczonych warunków hydro-meteorologicznych mogą być szkody w urządzeniach portowych i w środowisku naturalnym. W celu zminimalizowania powstałych strat na obszarze portu budowane są proste groble, ruchome zapory wodne, bramy przeciw falom chroniące nabrzeża portowe. Niezbędną informacją, którą należy dostarczyć projektantom i inżynierom są ilościowe charakterystyki wezbrania sztormowego. Większą wiedzę o wezbraniach sztormowych dostarczy ilościowy opis wezbrania sztormowego scharakteryzowanego nie pojedynczą zmienną losową ale wektorem zmiennych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia.

W artykule, wezbranie sztormowe scharakteryzowano 2-wymiarową zmienną losową: maksymalnym poziomem morza ponad hipotetyczny poziom, który zostałby odnotowany, gdyby nad morzem nie występowały czynniki meteorologiczne mające wpływ na spiętrzanie wody  $PM_{MAX,w}$  oraz czasem trwania wezbrań  $T_w$ . Do estymacji parametrów 2-wymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa zastosowano metodę kopuli. W opracowaniu

zastosowano 1-parametrową kopulę Gumbela – Hougaard (Gumbel, 1960; Hougaard, 1986). Wartość współczynnika korelacji rang Spearmana pomiędzy realizacjami zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$   $\rho_s = 0,8387$ .

Łączne prawdopodobieństwo zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$  przedstawiono na wykresach funkcji warunkowego prawdopodobieństwa zbudowanych na kopuli Gumbela-Hougaard.

Analizowano łączną dystrybuantę oraz funkcję prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$ . Suma łącznego prawdopodobieństwa jest wyraźnie mniejsza od jedności, co oznacza, że w 2-wymiarowych analizach wezbrań sztormowych należy uwzględniać prawdopodobieństwa krzyżowe, czyli prawdopodobieństwa mówiące, że realizacja jednej zmiennej losowej nie osiągnie określonej wartości a drugiej przewyższy pewną wartość lub odwrotnie.

W przytoczonym w artykule przykładzie liczbowym, suma obu prawdopodobieństw krzyżowych:  $P(PM_{MAX,w} \leq 1,0, T_w > 50) = 0,134$  oraz  $P(PM_{MAX,w} > 1,0, T_w \leq 50) = 0,008$  jest równa  $p = 0,142$ , natomiast, suma łącznej dystrybuanty  $P(PM_{MAX,w} \leq 1,0, T_w \leq 50) = 0,802$  i funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia zmiennej losowej  $(PM_{MAX,w}, T_w)$ ,  $P(PM_{MAX,w} > 1,0, T_w > 50) = 0,056$ ,  $p = 0,858$ .

## Streszczenie

Wezbrania sztormowe są przyczyną dużych spięrzeń wody w strefie przybrzeżnej. Konsekwencją takich warunków hydro-meteorologicznych środowiska morskiego mogą być szkody w urządzeniach portowych i w środowisku naturalnym. W celu zminimalizowania powstałych strat na obszarze portu budowane są proste groble, ruchome zapory wodne, bramy przeciw falom chroniące nabrzeża portowe. Niezbędną informacją, którą należy dostarczyć projektantom i inżynierom są ilościowe charakterystyki wezbrania sztormowego. W artykule wykonano 2-wymiarową analizę wezbrań sztormowych w profilu wodowskazowym Świnoujście. Wezbranie scharakteryzowano 2-wymiarową zmienną losową: maksymalnym poziomem morza ponad napelnienie  $PM_{MAX,w}$  i czasem trwania wezbrań sztormowych  $T_w$ . Estymację parametrów 2-wymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa wykonano za pomocą metody kopuli. Na podstawie uzyskanego rozkładu wyznaczono prawdopodobieństwa warunkowe a wyniki analizy przedstawiono na wykresach funkcji warunkowego prawdopodobieństwa.

## Abstract

Storm surges are a reason of backwater in a bank zone. As a consequence these hydro-meteorological conditions of the sea environment it can be resulting to the damages in the port's facilities and natural environment. To minimize the results of losses onto the port's area a simple dyke, moving water dams and water gateways are built. Quantitative characteristics of storm surges are essential information which it should be delivered to the designers and engineers. In this paper the 2-dimensional analysis of storm surges at Świnoujście was used. Storm surges were described by 2-dimensional variable: the maximum water level above the filling level  $PM_{MAX,w}$  and the the entire time of storm surges  $T_w$ . To the estimation of 2-dimensional probability distribution the copula method was used. On the base of a resultant the conditional probability was computed and the results of analysis were shown on the graphs of conditional probability functions.

## Literatura

1. Cherubini U., Luciano E., Vecchiato W., *Copula Method In Finance*, John Wiley & Sons, Ltd, 2009.
2. Ciupak M., *2-wymiarowa analiza wezbrań sztormowych w profilach wodo-wskazowych: Świnoujście i Kołobrzeg*, Zeszyty Naukowe AMW (maszynopis), Gdynia 2011.
3. Ciupak M., Rokiciński K., *Logistyka portów morskich w aspekcie zagrożeń naturalnych*, Logistyka 6/2010.
4. Ciupak M., Rokiciński K., *Zastosowanie metody kopuli do 2-wymiarowej analizy wezbrań sztormowych w profilach wodowskazowych: Świnoujście i Kołobrzeg*, Zeszyty Naukowe AMW, Gdynia 2010.
5. Gumbel E.J., *Distributions des valeurs extremes en plusieurs dimensions*, Publ. Inst. Statist. Univ. Paris 1960, 9, 171-173
6. Hougaard P., *A class of multivariate failure time distributions*, Biometrika, 1986, 73, 671-678
7. Hougaard P., *Analysis of Multivariate Survival Data*, Springer-Verlag, New York-Berlin-Heidelberg 2000.
8. Klonecki W., *Statystyka dla inżynierów*, Warszawa 1999, PWN.
9. Majewski A., Dziadziuszko Z., Wiśniewska A., *Monografia powodzi sztormowych 1951 – 1975. Ogólna charakterystyka powodzi sztormowych u polskiego wybrzeża Bałtyku*, Warszawa 1983, WKiŁ.
10. Matúš R., *The Modelling of hydrological joint events on the Morava River using aggregation operators*, Slovak Journal of Civil Engineering, 2009, 9-15.
11. Red. Sztobryn M., H. –J. Stigge., 2005, *Wezbrania sztormowe wzdłuż południowego Bałtyku (zachodnia i środkowa część)*, Warszawa 2005, Monografie IMGW, 76s
12. Trzeciak St., *Meteorologia morska z oceanografią*, Warszawa 2000, 2004, 2009, PWN.
13. Trzeciak St., *Wiatry sztormowe na polskim wybrzeżu Bałtyku*, Wydaw. Akademii Morskiej w Szczecinie, Szczecin 2004, 78 s.
14. Wiśniewski B., Wolski T., *Katalogi wezbrań i obniżeń sztormowych poziomów morza oraz ekstremalne poziomy wód na Polskim wybrzeżu*, Wydaw. Naukowe Akademii Morskiej w Szczecinie, Szczecin 2009, 156 s.
15. *Zarządzenie nr 4 Dyrektora Urzędu Morskiego w Szczecinie z dnia 17 września 2002 r wraz ze wszystkimi późniejszymi poprawkami.*