

Władysław KOC<sup>1</sup>  
Cezary SPECHT<sup>2</sup>  
Piotr CHROSTOWSKI<sup>3</sup>  
Katarzyna PALIKOWSKA<sup>4</sup>

### **OCENA DOKŁADNOŚCI OKREŚLANIA OSI TORU KOLEJOWEGO NA DRODZE POMIARÓW SATELITARNYCH**

*W 2009 roku na Politechnice Gdańskiej rozpoczęto badania nad wykorzystaniem serwisu pomiarów fazowych NAVGEO aktywnej sieci geodezyjnej ASG-EUPOS dla przeprowadzania ciągłych pomiarów przebiegu trasy kolejowej. Celem kontynuowanych badań jest próba oceny możliwości zastosowania pomiarów fazowych GNSS, realizowanych przez kilka odbiorników, dla projektowania oraz inwentaryzacji toru kolejowego. Do oceny dokładności określenia osi toru wyznaczono wartości odchyień poprzecznych pozycji (ang.: XTE – cross track error) od kierunku zasadniczego. Zmienną XTE poddano metodom analizy sygnałowej (filtracji dolnoprzepustowej Czebyszewa i szybkiej transformacji Fouriera) w celu wyeliminowania wpływu przypadkowych błędów pomiarowych i uzyskania współrzędnych reprezentujących rzeczywisty kształt toru.*

### **THE ACCURACY ASSESMENT OF DETERMINING THE AXIS OF RAILWAY TRACK BASING ON THE SATELLITE SURVEYING**

*In 2009, at the Gdansk University of Technology there have been carried out, for the first time, continuous satellite surveying of railway track by the use of the relative phase method based on geodesic active network ASG-EUPOS and NAVGEO service. Still continuing research works focused on the GNSS multi-receivers platform evaluation for projecting and stock-taking. In order to assess the accuracy of the railway track axis position, the values of deviations of transverse position XTE (Cross Track Error) were evaluated. In order to eliminate the influence of random measurement errors and to obtain the coordinates representing the actual shape of the track, the XTE variable was analyzed by signal analysis methods (Chebyshev low-pass filtering and fast Fourier transform).*

---

<sup>1</sup>Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska; 80-233 Gdańsk; ul. G. Narutowicza 11/12.  
tel: + 48 58 347-10-26, Fax: + 48 58 347-26-44, e-mail: kocwl@pg.gda.pl

<sup>2</sup>Akademia Marynarki Wojennej, Instytut Nawigacji i Hydrografii Morskiej; 81-103 Gdynia; ul. Śmidowicza 69.  
tel: + 48 58 361-77-05, 361-77-07, Fax: + 48 58 361-77-42, e-mail: c.specht@geodezja.pl

<sup>3</sup>Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska; 80-233 Gdańsk; ul. G. Narutowicza 11/12.  
tel: + 48 58 348-60-90, Fax: + 48 58 347-26-44, e-mail: piochros@pg.gda.pl

<sup>4</sup>Currenda sp. z o.o.; 81-853 Sopot; Al. Niepodległości 703A.  
tel: + 48 58 361-77-05, 361-77-07, Fax: + 48 58 361-77-42, e-mail: katarzyna.palikowska@currenda.pl

## 1. WPROWADZENIE

Rozwój geodezyjnych technik satelitarnych, połączony ze zwiększającą się precyzją pomiarów GPS (ang. Global Positioning System), skłania do podejmowania prób aplikacji techniki GPS dla celów inwentaryzacyjnych toru kolejowego. Dostępne na początku XXI wieku techniki pomiarów jednostacyjnych, oraz rozwój metod RTK (ang. Real Time Kinematic) GPS, pozwoliły na uzyskiwanie dokładności rzędu pojedynczych centymetrów dla częstotliwości wyznaczeń 1÷5 Hz, przy konieczności dodatkowej redukcji pomiaru wysokości do wartości ortometrycznych.

Znacząca zmiana jakościowa pojawiła się wraz z wprowadzeniem emisji GPS/GPRS (ang. General Packet Radio Service) w zakresie obsługi teletransmisyjnej aktywnych sieci geodezyjnych. W 2004 roku Radiotechniczna Komisja ds. Służb Morskich RTCM (ang. Radio Technical Commission for Maritime Services) wprowadziła protokół NTRIP (ang. Networked Transport of RTCM via Internet Protocol) [4], który przesądził o losie emisji radiowych zakresu VHF stosowanych dotychczas powszechnie w ramach systemów RTK, a także innych rozwiązań z wykorzystaniem bezprzewodowych linii radiowych w relacji: stacja bazowa – rover; ich niewielki, kilkukilometrowy zasięg uniemożliwiał realizację sieciowych rozwiązań GNSS (ang. Global Navigation Satellite System) i przesyłania poprawek powierzchniowych z wykorzystaniem różnych metod (VRS, Max, FKP). Standaryzację w zakresie formatu emisji uzupełniono standardem RTCM wersji 3.0 [5], opublikowanym również w 2004 roku.

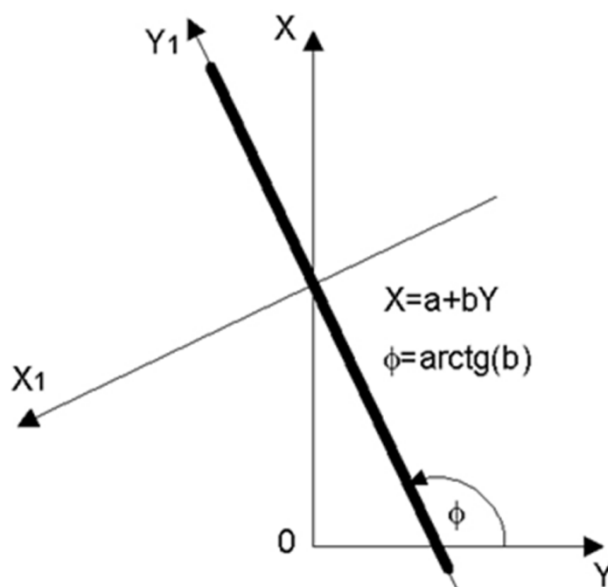
Uruchomienie w 2008 roku polskiej aktywnej sieci geodezyjnej oraz znacząca zmiana jakościowa w zakresie precyzyjnych wyznaczeń GPS (odbiorniki wielosystemowe, wzrost częstotliwości wyznaczeń do 20 Hz, implementacja w odbiornikach modelu geoidy niwelacyjnej) skłoniły interdyscyplinarny zespół badawczy do podjęcia badań w zakresie próby oceny możliwości wykorzystania systemu GPS dla obsługi geodezyjnej torów kolejowych [1, 2].

Przeprowadzone badania eksperymentalne polegały na objeździe odcinka linii kolejowej wózkiem motorowym WM 15 z zainstalowanymi na jego platformie antenami do pomiarów satelitarnych. Inicjatorem rozpoczętych w 2009 roku badań była Politechnika Gdańska – Katedra Inżynierii Kolejowej i Zakład Geodezji, a współuczestnikiem Akademia Marynarki Wojennej w Gdyni – Instytut Nawigacji i Hydrografii Morskiej. Techniczne możliwości ich przeprowadzenia stworzył Zakład Linii Kolejowych PKP PLK S.A. w Gdyni, a firma Leica Geosystems GA. udostępniła aparaturę pomiarową.

W 2010 roku pomiar ukształtowania geometrycznego torów kolejowych przeprowadzono na odcinku linii kolejowej Gdańsk Główny – Gdańsk Nowy Port. Na osi podłużnej platform kolejowych rozmieszczono trzy odbiorniki Leica systemu 1200 SmartRover, składające się ze SmartAnten typu ATX1230GG oraz kontrolerów RX 1250. Pomiary dynamiczne wykonano w serwisie czasu rzeczywistego NAWGEO (metoda pomiaru RTK), przy wykorzystaniu strumienia poprawek RTK NAWGEO\_RTCM\_3\_1\_VRS. Wykorzystano internetowy dostęp do serwisu poprzez modemy GPRS Simens MC45 pracujące w trybie NTRIP w sieci SimPlus. Do zapisu surowych obserwacji wykorzystano funkcję autozapisu w trybie odległościowym z interwałem 30 cm. Po pomiarach dynamicznych wykonano 40 minutowe obserwacje statyczne w serwisie post-processingowym POZGEO. Dane przesłano do Centrum Obliczeniowego w formacie RINEX.

## 2. OKREŚLENIE RZECZYWISTEGO KSZTAŁTU OSI TORU W UKŁADZIE LOKALNYM

W celu określenia przebiegu trasy na odcinkach prostych toru, otrzymany na drodze pomiaru sygnał poddano transformacji do układu lokalnego. Początkowo przeprowadzono aproksymację liniową punktów trasy (współrzędne punktów WGS-84 transformowano do państwowego układu odniesień przestrzennych 2000) [2]. Następnie dokonano transformacji całego układu (rys. 1). Wychodząc z równania  $X = A + B Y$  (gdzie współrzędne  $X$  i  $Y$  wyrażone są w metrach), przesuamy oś  $Y$  o wartość wyrazu wolnego  $A$  i następnie dokonujemy jej obrotu o taki kąt  $\varphi$ , aż pokryje się ona z kierunkiem naszej trasy. W układzie  $X_1(Y_1)$  rzędne  $X_1$  stanowiąc będą odchylenie od tego kierunku, wynikające z nierówności poziomych występujących w torze (a także z błędów pomiarowych). Wartość kąta  $\varphi$  wynika ze współczynnika nachylenia  $B$  rozpatrywanej prostej.



Rys. 1. Idea przeprowadzonej transformacji układu współrzędnych

Formuły transformacyjne przedstawiają poniższe zależności:

$$Y_1 = Y \cos \varphi + (X - A) \sin \varphi \quad , \quad (1)$$

$$X_1 = -Y \sin \varphi + (X - A) \cos \varphi \quad . \quad (2)$$

W dalszej kolejności rozpatrzmy przykładowy prosty odcinek toru, wyznaczony przez 321 punktów pomiarowych. Równanie tej prostej w układzie 2000 przedstawiać się będzie następująco:

$$X = 14711290,544 - 1,32765 Y \quad (3)$$

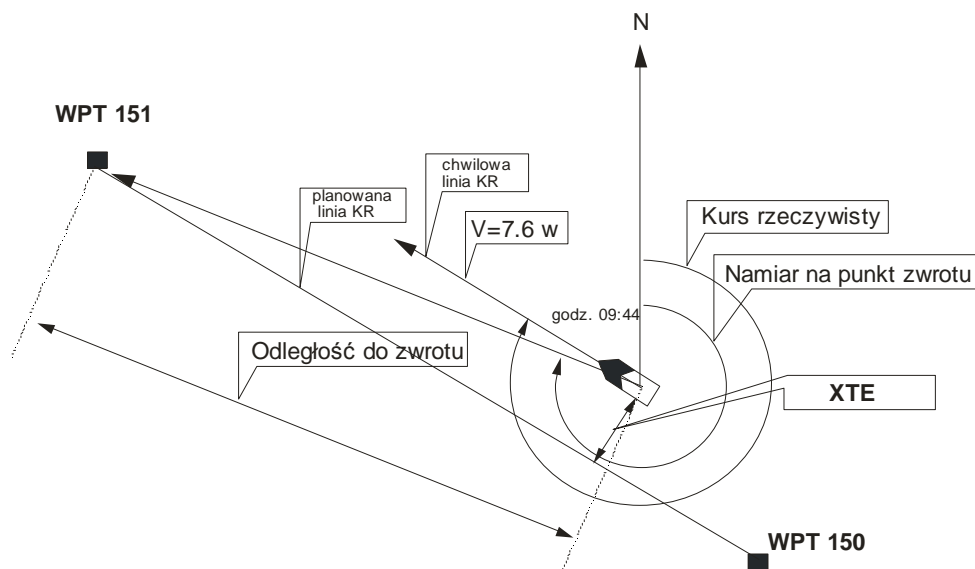
natomiast kąt  $\varphi = 126,99^{\circ}$ . W układzie  $Y_1$ ,  $X_1$  punkt początkowy odcinka ma współrzędne  $(-10872997,753; 0,001983)$ , natomiast ze względu na znaczny rząd wartości współrzędnych  $Y_1$  wygodniej będzie operować w układzie lokalnym, w którym punkt początkowy będzie miał odciętą zerową; uzyskamy to przyjmując

$$Y_{1lok} = Y_1 + 10872997,753 \quad (4)$$

Wartości  $Y_{1lok}$  wyznaczają położenie punktów pomiarowych na długości odcinka i w danym przypadku mieszczą się w przedziale  $[0 ; 266,920 \text{ m}]$ . Przygotowanie otrzymanego sygnału  $X_1(Y_{1lok})$  do dalszej analizy wymaga jeszcze interpolacji wartości  $X_1$  w dostosowaniu do stałego kroku  $Y_{1lok}$  (przyjęto krok 0,2 m).

Po dokonanej według powyższego algorytmu transformacji, otrzymujemy sygnał w układzie, w którym pozioma oś stanowi kierunek zgodny z osią toru na odcinku prostym. W związku z tym na osi pionowej wartości różne od zera stanowią odchylenie sygnału GPS od kierunku mierzonej trasy. Jeśli pomiar odbywałby się po torze idealnie prostym (z określoną dokładnością nierówności poziomych), to zarejestrowane wartości sygnału reprezentowałyby błąd pomiarowy, co pozwoliłoby określić dokładność prezentowanej metody. W praktyce jednak sytuacja wygląda tak, że w wyniku eksploatacji oraz procesów technologicznych, mających na celu utrzymanie toru, jego oś ulega deformacji. Należy zatem spodziewać się, że pomierzony sygnał sprowadzony do takiego układu (po transformacji) będzie reprezentował deformację osi toru w stosunku do założeń projektowych.

W terminologii nawigacyjnej położenie obiektu w pewnej odległości od wyznaczonej linii kursu (jako kierunku założonego) na kierunku prostopadłym nazywane jest XTE (ang. Cross Track Error) i jest jedną z miar błędów pozycji poruszającego się obiektu (rys. 2). Jak widać, na drodze kolejowej występuje podobne zjawisko, a mianowicie nierówność poziomą toru można również opisać funkcją XTE. W analizowanym przypadku na XTE nakłada się również niepewność związana z techniką pomiarową. W związku z tym otrzymany sygnał został poddany analizie w celu sprawdzenia możliwości odfiltrowania pewnych składowych, które można uznać jako spowodowane zjawiskami pobocznymi, nie mającymi bezpośredniego związku z kształtem mierzonego toru.



Rys. 2. Graficzna interpretacja pojęcia XTE.

### 3. ANALIZA SYGNAŁU XTE

#### 3.1 Wykorzystanie filtracji dolnoprzepustowej

Szczegółowa analiza uzyskanego sygnału pomiarowego (po przedstawionych wcześniej przekształceniach) prowadzi do wniosku, że zarejestrowany został nie tylko kształt toru, który charakteryzuje się – z założenia – łagodnymi krzywiznami, ale również pewien sygnał będący skutkiem błędów związanych z drganiami pojazdu oraz błędem pomiaru.

W celu analizy sygnału pomiarowego w dziedzinie częstotliwości posłużono się transformacją Fouriera [6]. Jako że sygnał do analizy jest sygnałem dyskretnym, zastosowano tzw. dyskretną transformację Fouriera ciągu próbek pomiarowych, opisaną wzorem:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-\frac{2\pi}{N}nk} \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (5)$$

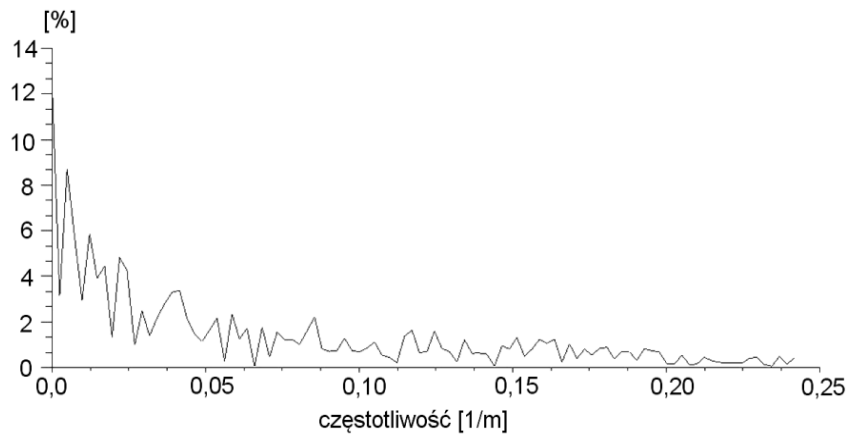
gdzie:  $X$  – wynik transformacji  
 $x$  – próbki sygnału

Współczesne algorytmy rozwiązywania tego problemu pozwalają na znaczne skrócenie czasu obliczeń. Najpopularniejszym algorytmem jest szybka transformacja Fouriera o podstawie 2. Zmniejsza on liczbę operacji z  $O(N^2)$  do  $O(N \log 2N)$ . Jednak aby móc wykorzystać ten algorytm, należało wcześniej przygotować wektor danych nadając mu

odpowiedni rozmiar, a mianowicie liczba próbek powinna wynosić  $2^k$ , gdzie  $k$  jest pewną liczbą naturalną.

W celu przeprowadzenia analizy sygnału w dziedzinie częstotliwości posłużono się środowiskiem Scilab [7], w bibliotekach którego znajdują się funkcje obliczające transformatę Fouriera oraz odwrotną transformację do dziedziny wyjściowej. Napisany skrypt bazował na następującym algorytmie:

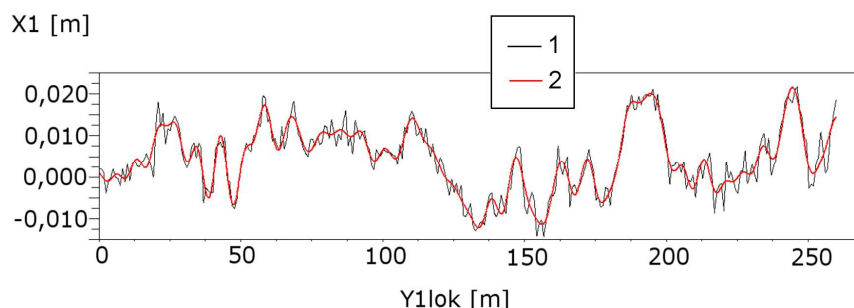
- wczytaj macierz sygnału pomiarowego (z pliku tekstowego),
- rozszerz macierz do rozmiaru  $2^k$  wstawiając w dodatkowe komórki zero,
- utwórz wektor częstotliwości bazując na częstotliwości próbkowania sygnału,
- wykonaj FFT i wyświetl uzyskaną transformatę,
- określ parametr filtra dolnoprzepustowego i dokonaj filtrowania transformaty,
- wykonaj odwrotną transformację sygnału poddanego filtracji i wyświetl wynik na tle sygnału pierwotnego.



Rys. 3. Transformata Fouriera dla analizowanego odcinka linii kolejowej

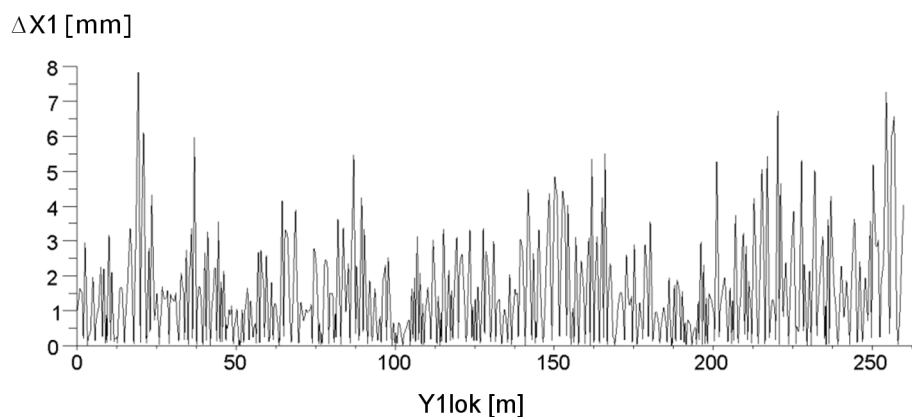
Na rysunku 3 przedstawiono wynik transformacji (FFT). Przyjęto filtr dolnoprzepustowy o częstotliwości odcięcia 0,15 [1/m]. Wartość tę dobrano jedynie na drodze oceny jakościowej wyniku odwrotnej transformacji na tle sygnału wyjściowego

Jak wynika z powyższego algorytmu oraz z zaprezentowanych wyników, dużą rolę odgrywa właściwy dobór filtra i określenie jego parametrów. Na obecnym etapie autorzy nie określili jeszcze kryteriów, które pozwoliłyby na automatyczne sterowanie filtrem i w związku z tym prezentowane wyniki obarczone są niepewnością utraty określonych zakresów częstotliwości wpływających na przebieg geometryczny toru. Rysunek 4 przedstawia porównanie sygnału pierwotnego oraz po filtracji.



Rys. 4. Porównanie sygnału przed i po filtracji: 1 - sygnał przed filtracją, 2 - sygnał po filtracji filtrem dolnoprzepustowym przy częstotliwości odcięcia 0,15 [1/m]

Jeśli założymy, że odfiltrowany sygnał przybliżył nas do rzeczywistego kształtu toru, wówczas różnice pomiędzy sygnałem nieodfiltrowanym i odfiltrowanym będą stanowiły miarę błędu pomiarowego. Sygnał tych odchyłek na długości analizowanego odcinka toru pokazano na rysunku 5. Z przeprowadzonej analizy wynika, że wartości te są niewielkie; ich średnia wartość wynosi 1,53 mm przy odchyleniu standardowym równym 1,22 mm.



Rys. 5. Wartości bezwzględne odchyłek pomiędzy sygnałami przed i po filtracji

### 3.2 Zastosowanie filtru Czebyszewa

Innym podejściem do zagadnienia filtracji sygnału było zastosowanie filtru Czebyszewa rzędu 2,3,4 i 6 o nieskończonej odpowiedzi impulsowej IIR (ang.: Infinite Impulse Response) dla różnych wartości stosunku częstotliwości odcięcia  $\omega_c$  do częstotliwości próbkowania  $\omega_p$  (z przedziału od 0.01 do 0.3) i nachyleniu zbocza w paśmie przejściowym 20dB.

Filtrację wykonano według standardowego równania różnicowego opisującego filtr IIR w postaci [3]:

$$NX_i = b_0 \cdot X_i + b_1 \cdot X_{i-1} + b_2 \cdot X_{i-2} + \dots - a_1 \cdot NX_{i-1} - a_2 \cdot NX_{i-2} - \dots \quad (6)$$

Przykłady zastosowanych wartości współczynników zestawiono w tabelach 1, 2 i 3.

Tab. 1 Współczynniki filtra 2-go rzędu

$\omega_c/\omega_p$	Współczynniki filtra 2-rzędzi (dla różnych $\omega_c/\omega_p$ )				
	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$a_1$	$a_2$
<b>0.01</b>	<b>8.663387e-4</b>	<b>1.732678e-3</b>	<b>8.663387e-4</b>	<b>-1.919129</b>	<b>9.225943e-1</b>
0.2	1.997396e-1	3.994792e-1	1.997396e-1	-4.291048e-1	2.280633e-1
0.3	3.8491163e-1	7.698326e-1	3.849163e-1	3.249116e-1	2.147536e-1

Tab. 2. Współczynniki filtra 3-go rzędu

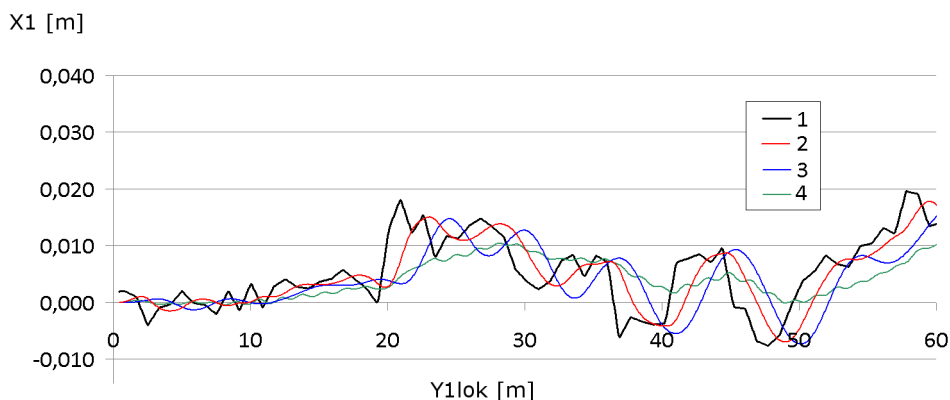
$\omega_c/\omega_p$	Współczynniki filtra 3-rzędzi (dla różnych $\omega_c/\omega_p$ )						
	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
0.05	1.213e-5	3.638e-5	3.638e-5	1.213e-5	-2.9710	2.9607	-0.989
0.06	2.095e-5	6.285e-5	6.285e-5	2.095e-5	-2.9608	2.9495	-0.987
<b>0.08</b>	<b>4.960e-5</b>	<b>1.489e-4</b>	<b>1.489e-4</b>	<b>4.960e-5</b>	<b>-2.9361</b>	<b>2.9198</b>	<b>-0.983</b>
0.1	9.696e-5	2.909e-4	2.909e-4	9.696e-5	-2.9055	2.8855	-0.979
0.2	7.930e-5	2.379e-4	2.379e-4	7.930e-5	-2.7026	2.6991	-0.995

Tab. 3 Współczynniki filtra 4-go rzędu

$\omega_c/\omega_p$	Współczynniki filtra 4-rzędzi (dla różnych $\omega_c/\omega_p$ )								
	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
<b>0.01</b>	<b>4.15e-7</b>	<b>1.659e-6</b>	<b>2.489e-6</b>	<b>b<sub>1</sub></b>	<b>b<sub>0</sub></b>	<b>-3.89</b>	<b>5.688</b>	<b>-3.695</b>	<b>0.901</b>
0.075	9.73e-4	3.890e-3	5.835e-3	$b_1$	$b_0$	-3.10	3.774	-2.111	0.456

Wynik filtracji przedstawiono na rysunku 6. Pomimo tego, że filtrowanie sygnału za pomocą równania (6) nie wymaga transformacji sygnału do dziedziny częstotliwości, to dobranie odpowiednich współczynników równania w przypadku filtrów Czebyszewa jest zadaniem trudnym. Ponadto filtr ten charakteryzuje się niezadowalającą odpowiedzią fazową, co wyraźnie widoczne jest na rysunku 6. W prezentowanych rozważaniach fakt ten może skutkować dodatkową niepewnością szacowania rzeczywistego położenia toru kolejowego w przyjętym układzie współrzędnych.





Rys. 6. Porównanie wyników filtracji fragmentu analizowanego sygnału za pomocą filtrów Czebyszewa II typu: 1 - sygnał przed filtracją, 2 - filtr Czebyszewa 2-rz przy  $\omega_c/\omega_p = 0,01$ , 3 - filtr Czebyszewa 4-rz przy  $\omega_c/\omega_p = 0,01$ , 4 - filtr Czebyszewa 3-rz przy  $\omega_c/\omega_p = 0,08$

#### 4. WNIOSKI

Zdaniem autorów, radykalną poprawę w zakresie kształtowania geometrycznego torów kolejowych będzie można uzyskać po zastosowaniu ciągłych pomiarów satelitarnych, z antenami zainstalowanymi na poruszającym się pojeździe szynowym. Pozwoli to na odtworzenie położenia osi torów w bezwzględny układzie odniesienia, a liczba wykorzystywanych współrzędnych zależęć będzie jedynie od przyjętej częstości próbkowania sygnału.

Przy określaniu położenia prostych odcinków toru może znaleźć zastosowanie występujące w terminologii nawigacyjnej pojęcie XTE (ang.: Cross Track Error), będące miarą błędu pozycji poruszającego się obiektu. W analizowanym przypadku na XTE nakłada się również niepewność związana z techniką pomiarową.

W celu oceny dokładności określania osi toru kolejowego na drodze pomiarów satelitarnych sygnał XTE należy poddać analizie, aby można było dokonać odfiltrowania składowych wynikających z błędu pomiarowego, nie mających bezpośredniego związku z kształtem mierzonego toru. Jak wykazano wstępnie, zastosowanie transformacji Fouriera (FFT) daje w tym zakresie optymistyczne wyniki.

W przedstawionym przykładzie obliczeniowym stwierdzono bardzo małe (tj. rzędu pojedynczych milimetrów) różnice pomiędzy wartościami pomierzonymi a wartościami po zastosowaniu procesu filtrowania (reprezentującymi przybliżony, rzeczywisty kształt toru). Może to świadczyć o wysokiej dokładności wyznaczeń pozycji z wykorzystaniem ciągłych pomiarów satelitarnych i możliwości ich zastosowania dla projektowania i inwentaryzacji toru kolejowego.

**5. BIBLIOGRAFIA**

- [1] Koc W., Specht C.: *Wyniki pomiarów satelitarnych toru kolejowego*, Technika Transportu Szynowego 2009, nr 7-8.
- [2] Koc W., Specht C., Jurkowska A., Chrostowski P., Nowak A., Lewiński L., Bornowski M.: *Określanie przebiegu trasy kolejowej na drodze pomiarów satelitarnych*, II Konferencja Naukowo-Techniczna „Projektowanie, Budowa i Utrzymanie Infrastruktury w Transporcie Szynowym INFRASZYN 2009”, Zakopane 2009.
- [3] Papoulis A.: *Obwody i układy*, Warszawa, WKŁ 1988.
- [4] *RTCM Recommended Standards for Network Transport of RTCM via Internet Protocol (NTRIP), Version 1.0*, RTCM Paper 200-2004/SC104-STD, 2004.
- [5] *RTCM Recommended Standards for Differential GNSS (Global Navigation Satellite Systems) Service, Version 3.0*, RTCM Paper 30-2004/SC104-STD, 2004.
- [6] Zieliński T. P.: *Przetwarzanie sygnałów: od teorii do zastosowań*, Warszawa, WKŁ 2007.
- [7] Strona internetowa: <http://www.scilab.org> (The Free Platform for Numerical Computation).