

NOWAK Aleksander<sup>1</sup>

## WPLYW KĄTA ODCIĘCIA HORYZONTU NA DOKŁADNOŚĆ WYZNACZEŃ GPS

*W artykule zaprezentowano wyniki eksperymentu, którego celem było zbadanie wpływu kąta odcięcia horyzontu (kąta maski) na dokładność wyznaczeń GPS. Zagadnienie to było już poruszane na łamach publikacji dotyczących nawigacji satelitarnej, jednak coraz to dokładniejsze modele jonosfery i troposfery usprawiedliwiają, zdaniem autora, prowadzenie okresowych badań w tym zakresie. Kąt maski jest wprowadzany przez operatora odbiornika GPS, warto więc zastanowić się jaka powinna być jego wartość. Niniejszy artykuł jest głosem w dyskusji, a zaprezentowane wyniki eksperymentu zdają się podważać ogólnie panujące opinie w tym zakresie.*

## INFLUENCE OF ELEVATION ANGLE ON GPS FIXES ACCURACY

*The paper presents the results of experiments which the goal was to examine influence of elevation angle on GPS fixes accuracy. This subject was already described in publications concerning satellite navigation, but in author's opinion better and better models of ionosphere and troposphere legitimate periodical researches in this matter. The mask angle is set in GPS receiver by user, so it is worthy to concern the proper (optimal) value of it. The paper is a vote in discussion and presented results of experiments seems to dispute common opinions in this matter.*

### 1. WSTĘP

Kąt odcięcia horyzontu (kąt maski) pozwala użytkownikowi odbiornika nawigacyjnego systemu satelitarnego określić minimalną wysokość topocentryczną satelitów, które mają być wykorzystane w procesie wyznaczania współrzędnych pozycji. Satelity, których wysokość nad płaszczyzną horyzontu jest mniejsza niż wprowadzona wartość kąta maski są ignorowane przez odbiornik – wykonane do nich pomiary pseudoodległości nie są włączane do układu równań obserwacyjnych. Uważa się, że pomiar jednoczesnościowy pseudoodległości wykonany metodą kodową do satelity o małej wysokości topocentrycznej obarczony jest większym błędem, wynikającym z refrakcji jonosferycznej i troposferycznej, niż do satelity znajdującego się wyżej. Stąd idea wprowadzania kąta maski w odbiorniku. W ten prosty sposób teoretycznie można

---

<sup>1</sup>Akademia Marynarki Wojennej w Gdyni, Instytut Nawigacji i Hydrografii Morskiej, ul. Śmidowicza 69, 81-106 Gdynia, E- mail: a.nowak@amw.gdynia.pl, Tel. +48 883 911 654

zwiększyć dokładność wyznaczeń GPS dzięki eliminacji z rozwiązania nawigacyjnego tych pomiarów pseudoodległości, które prawdopodobnie obarczone są większymi błędami, przez co niekorzystnie wpływają na wartość średnią błędu pomiaru parametru nawigacyjnego. Z drugiej zaś strony należy pamiętać, że wprowadzenie kąta maski spowoduje spadek liczby satelitów wykorzystanych do wyznaczenia współrzędnych, a to z kolei może niekorzystnie wpłynąć na dokładność pozycji – pogorszeniu ulega geometria segmentu kosmicznego. Stąd wniosek, że powinna istnieć pewna optymalna wartość kąta odcięcia horyzontu (kąta maski), która będzie zapewniała najdokładniejsze rozwiązanie pozycyjne. W dalszej części artykułu zaprezentowano wyniki pomiarów, które dają pewien pogląd na poruszoną problematykę.

## 2. WYZNACZANIE WSPÓLRZĘDNYCH POZYCJI W GPS I ICH DOKŁADNOŚĆ

GPS jest systemem stadiometrycznym. Odbiornik jest w stanie wyznaczyć trójwymiarowe współrzędne pozycji, pod warunkiem wykonania pomiarów odległości do co najmniej czterech niewspółpłaszczyznowych satelitów. Odległość mierzona jest na podstawie czasu przejścia sygnału od satelity do odbiornika. Problem stanowi jednak błąd zegara odbiornika związany z niestabilnością oscylatora kwarcowego. Uniemożliwia on określenie momentu odebrania sygnału z dokładnością niezbędną do uzyskania precyzji wyznaczeń współrzędnych na poziomie pojedynczych metrów. Jego wartość jest niewiadoma i nie jest stała (jest inna w każdym momencie pomiaru). W związku z tym, traktuje się go jako czwartą niewiadomą w równaniu obserwacyjnym i wyznacza razem ze współrzędnymi pozycji. Ponieważ odległość do satelity zmierzona jest przy nieznanym błędzie zegara odbiornika nazywa się ją pseudoodległością[7]. Poza błędem zegara odbiornika, na błąd pomiaru odległości będą wpływać też inne czynniki (omówione w dalszej części). Zakłada się, że można je opisać zmienną losową o standardowym rozkładzie normalnym i zadanej wariancji[2].

Mając na uwadze powyższe, równanie obserwacyjne w systemie GPS przyjmie postać:

$$\rho = R + c \cdot \delta T + \epsilon = \sqrt{(x_s - x)^2 + (y_s - y)^2 + (z_s - z)^2} + c \cdot \delta T + \epsilon \quad (1)$$

gdzie:  $\rho$  - pseudoodległość zmierzona przez odbiornik,

$R$  - odległość rzeczywista do satelity,

$c$  - prędkość propagacji fali elektromagnetycznej w próżni (prędkość światła),

$\delta T$  - nieznaną błąd zegara odbiornika,

$\epsilon$  - błędy przypadkowe pomiaru,

$x_s, y_s, z_s$  - współrzędne satelity w momencie wykonania pomiaru,

$x, y, z$  - nieznanne współrzędne użytkownika.

Układ co najmniej czterech równań obserwacyjnych pozwala wyznaczyć trójwymiarowe współrzędne pozycji i błąd zegara odbiornika:

$$\begin{cases} \rho_1 = \sqrt{(x_{s1} - x)^2 + (y_{s1} - y)^2 + (z_{s1} - z)^2} + c \cdot \delta T + \epsilon_1 \\ \rho_2 = \sqrt{(x_{s2} - x)^2 + (y_{s2} - y)^2 + (z_{s2} - z)^2} + c \cdot \delta T + \epsilon_2 \\ \vdots \\ \rho_n = \sqrt{(x_{sn} - x)^2 + (y_{sn} - y)^2 + (z_{sn} - z)^2} + c \cdot \delta T + \epsilon_n \end{cases} \Rightarrow (x, y, z, \delta T) \quad (2)$$

Błędy przypadkowe pomiarów pseudoodległości można podzielić na trzy grupy [2]:

- Błędy związane z satelitą:
  - błędy określenia położenia satelity na orbicie,
  - błąd zegara satelity,
- Błędy propagacyjne:
  - błąd związany z refrakcją jonosferyczną,
  - błąd związany z refrakcją troposferyczną,
  - wielodrogowość sygnałów,
- Błędy związane z odbiornikiem
  - szумы własne odbiornika.

Od kierunku z jakiego przychodzi sygnał zależą wielkości błędów propagacyjnych. Zatem, dobierając kąt maski, można wpływać na wypadkowy błąd pomiaru pseudoodległości. Wartość średnia błędów pomiaru parametru nawigacyjnego przekłada się na dokładność wyznaczanych współrzędnych zgodnie z poniższą zależnością[7]:

$$M = \sigma_\rho \cdot DOP \quad (3)$$

gdzie:  $M$  - błąd średni współrzędnych pozycji,

$\sigma_\rho$  - odchylenie standardowe pomiarów pseudoodległości,

$DOP$  - geometryczny współczynnik dokładności (rozmycia precyzji).

Współczynnik  $DOP$  charakteryzuje wpływ rozmieszczenia satelitów (geometrii segmentu kosmicznego) na dokładność wyznaczanych współrzędnych. Z grubsza rzecz ujmując, im więcej widocznych satelitów i im równomierniej rozmieszczone są one na sferze niebieskiej, tym  $DOP$  mniejsze, a co za tym idzie pozycja dokładniejsza. Mała liczba satelitów skupionych w jednej części nieba będzie tworzyć niekorzystne układy geometryczne, powodujące znacznie większe błędy wyznaczeń. Stąd wniosek, że podnoszenie kąta maski będzie miało niekorzystny wpływ na geometrię segmentu kosmicznego.

W powszechnej opinii, błąd pomiaru pseudoodległości do satelitów znajdujących się nisko nad horyzontem jest większy niż do satelitów o większej wysokości topocentrycznej. Zatem podnoszenie kąta odcięcia horyzontu powinno zmniejszać wartość  $\sigma_\rho$ . Z drugiej strony, większy kąt maski powodować będzie wzrost współczynników  $DOP$ . Jaką więc wartość kąta maski powinien wprowadzić operator odbiornika GPS? Próbą odpowiedzi na to pytanie był opisany poniżej eksperyment.

### 3. OPIS EKSPERYMENTU

Celem głównym przeprowadzonego eksperymentu było doświadczalne oszacowanie zależności błędu wyznaczeń współrzędnych pozycji od wprowadzonego w odbiorniku GPS kąta odcięcia horyzontu. W ten sposób spodziewano się uzyskać odpowiedź na pytanie dotyczące optymalnej wartości kąta maski – minimalizującej błędy wyznaczeń współrzędnych.

Eksperyment polegał na przeprowadzeniu 7 statycznych sesji pomiarowych, z których każda trwała 24 godziny. W pierwszej sesji ustawiono kąt maski równy  $0^\circ$ , a w następnych sukcesywnie zwiększano go o  $5^\circ$  (aż do  $30^\circ$ ). Większej wartości kąta odcięcia horyzontu nie wprowadzano, ponieważ już przy  $30^\circ$  zaobserwowano okresowe luki w wyznaczeniach współrzędnych, co zdaniem autora, dyskwalifikuje ich wykorzystanie w praktyce nawigacyjnej.

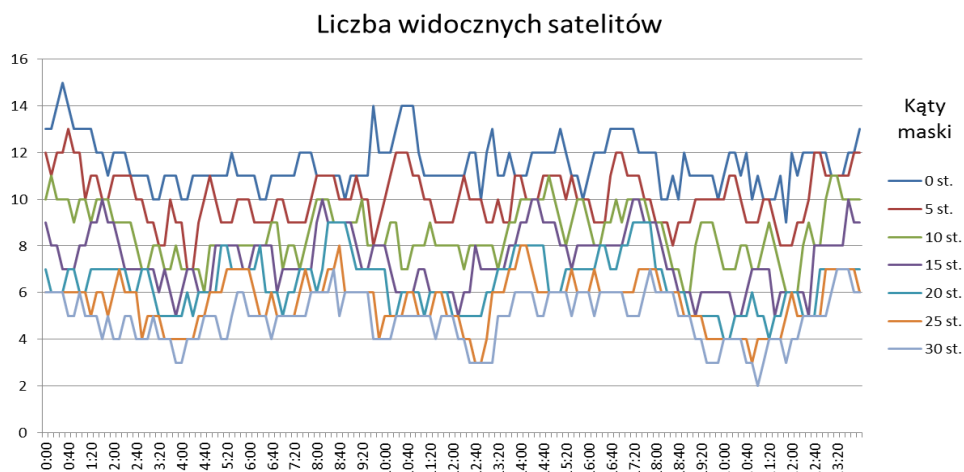
Do pomiarów wykorzystano odbiornik GPS/DGPS/EGNOS miniMax firmy Hemisphere. Ustawiono go w tryb pracy GPS Only i rejestrowano komunikat GPGGA z częstotliwością 1 Hz. Do obsługi odbiornika wykorzystano program PocketMax PC. Antenę odbiornika (MGL-3) umieszczono w takim miejscu, by żadne przeszkody terenowe nie wprowadzały dodatkowych przesłon horyzontu. Na rys.1. Przedstawiono wygląd odbiornika i anteny.



Rys.1. Wygląd odbiornika minMax firmy Hemisphere i anteny MGL-3

### 4. WYNIKI EKSPERYMENTU

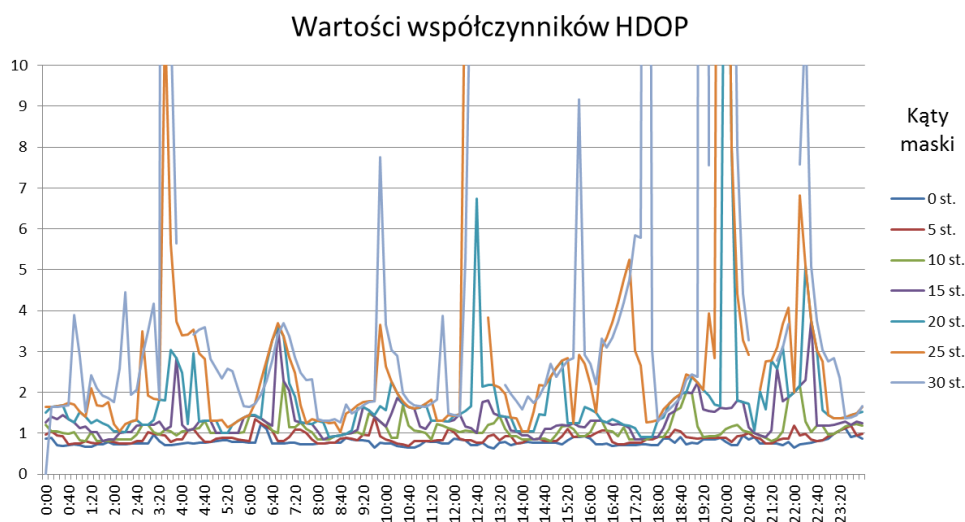
W pierwszej kolejności zostaną zaprezentowane wyniki eksperymentu dotyczące wpływu kąta maski na geometrię segmentu kosmicznego. Przeanalizowano zmiany liczby widocznych satelitów i wartości horyzontalnego geometrycznego współczynnika dokładności (HDOP). Wybrano ten współczynnik, ze względu na jego kluczowe znaczenie w nawigacji morskiej. Na rys.2 zaprezentowano liczbę obserwowanych satelitów przy danych kątach odcięcia horyzontu.



Rys. 2. Liczba obserwowanych satelitów w funkcji czasu i kąta maski

Z wykresu na rys.2 odczytać można, że już przy kącie maski  $25^\circ$  pojawiają się okresy, gdzie liczba satelitów spada do 3 (co uniemożliwia uzyskanie rozwiązania 3D), natomiast przy kącie  $30^\circ$  do 2 (brak rozwiązania – system niedostępny).

Mniejsza liczba obserwowanych satelitów oznacza zazwyczaj pogorszenie geometrii segmentu kosmicznego (wzrost wartości współczynników DOP). Na rys.3 przedstawiono przebieg wartości współczynnika HDOP w funkcji czasu i kąta odcięcia horyzontu.

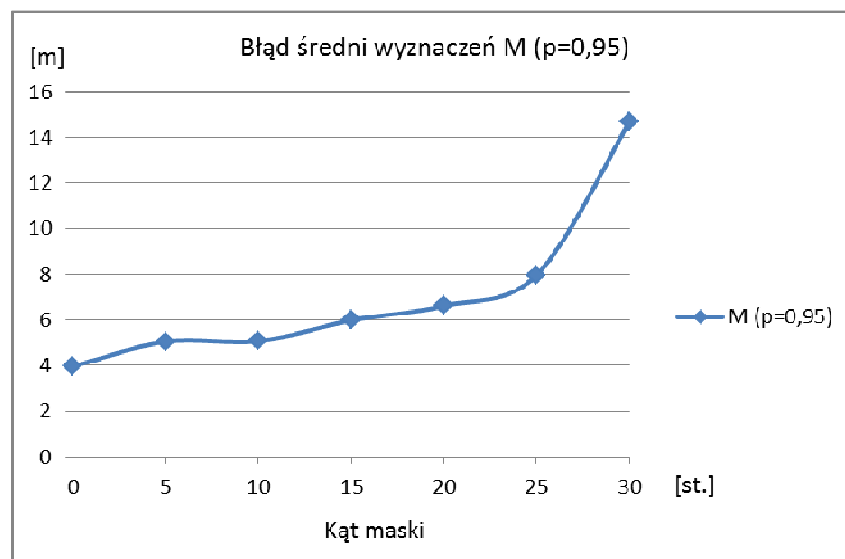


Rys. 3. Wartości współczynnika HDOP w funkcji czasu i kąta maski

Zaznaczyć należy, że oś y na wykresie zamieszczonym na rys.3 została ograniczona od góry wartością 10 (w celu poprawienia czytelności wykresu). W rzeczywistości przy kącie odcięcia horyzontu  $25^\circ$  wartości HDOP sięgały 38, a przy  $30^\circ$  - przekraczały 99,9.

Widać zatem, że zgodnie z przypuszczeniami podnoszenie kąta odcięcia horyzontu (maski) wpływa niekorzystnie na geometrię segmentu kosmicznego. Spadek liczby obserwowanych satelitów powoduje wzrost wartości współczynników DOP, a co za tym idzie, prawdopodobnie nastąpi pogorszenie dokładności wyznaczeń współrzędnych pozycji (zgodnie z wzorem (3)). Z całą pewnością można powiedzieć, że kąty maski powyżej  $20^\circ$  nie powinny być wprowadzane do odbiorników GPS, gdyż przy tych kątach obserwuje się bardzo duże wartości współczynników DOP, a nawet okresowe spadki liczby obserwowanych satelitów poniżej 4, co uniemożliwia wyznaczenie współrzędnych pozycji.

W drugim etapie analizy wyników skoncentrowano się na wpływie kąta maski na wartości błędów wyznaczeń współrzędnych horyzontalnych. Na rys.4 przedstawiono wykres zależności błędu średniego wyznaczeń współrzędnych horyzontalnych dla poziomu ufności  $p=0,95$  w funkcji kąta odcięcia horyzontu, natomiast w tab.1 zestawiono uzyskane wyniki obserwacji.



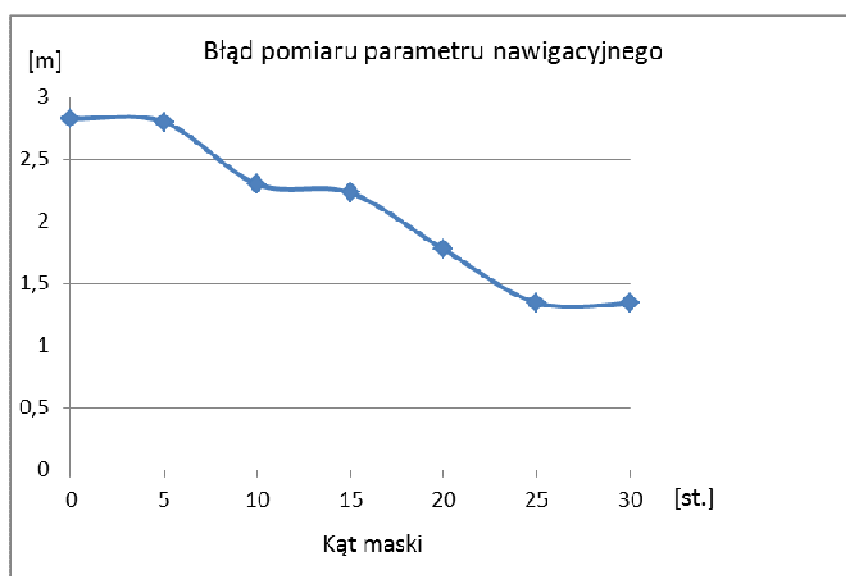
Rys. 4. Wartości błędu średniego wyznaczeń współrzędnych horyzontalnych w funkcji kąta maski

Tab. 1. Błędy średnie wyznaczeń współrzędnych horyzontalnych w funkcji kąta maski

Kąt maski	$0^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$
M (p=0,95)	3,96 m	5,04 m	5,06 m	5,98 m	6,61 m	7,96 m	14,68 m

Z zaprezentowanych danych na rys.4 i w tab.1 wyraźnie wynika, że błąd wyznaczeń współrzędnych horyzontalnych rośnie wraz ze wzrostem kąta odcięcia horyzontu (kąta maski). Do wartości 15° wzrost ten jest powolny, a błędy utrzymują się na podobnym poziomie 4-7 m. Później następuje gwałtowne pogorszenie dokładności pozycji.

Żeby odpowiedzieć na pytanie, czy wzrost błędów wyznaczeń związany jest wyłącznie z pogorszeniem geometrii segmentu kosmicznego, posłużono się przekształconym wzorem (3). Najpierw obliczono wartości średnie HDOP dla danych sesji pomiarowych, a następnie obliczono wartości  $\sigma_\rho$  - odchylenia standardowego pomiarów pseudoodległości (błędu pomiaru parametru nawigacyjnego). Uzyskane wyniki przedstawiono na rys.5 i zebrano w tab.2.



Rys. 5. Wartości odchylenia standardowego pomiarów pseudoodległości w funkcji kąta maski

Tab. 2. Odchylenie standardowe pomiarów pseudoodległości w funkcji kąta maski

Kąt maski	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
<b>M</b> (p=0,95)	3,96 m	5,04 m	5,06 m	5,98 m	6,61 m	7,96 m	14,68 m
<b>HDOP<sub>sr</sub></b>	0,70	0,90	1,10	1,34	1,86	2,96	5,47
<b><math>\sigma_\rho</math> [m]</b>	2,83	2,80	2,30	2,23	1,78	1,34	1,34

Z zaprezentowanych powyżej wyników eksperymentu wynika, że rzeczywiście podniesienie kąta maski powoduje, że odchylenie standardowe pomiaru pseudoodległości

(błąd pomiaru parametru nawigacyjnego) spada. Jednak dokładniejszy pomiar nie kompensuje pogorszenia geometrii segmentu kosmicznego (patrz rys.4).

## 5. WNIOSKI

Wyniki uzyskane w toku przeprowadzonych eksperymentów pozwoliły sformułować następujące wnioski:

- wraz ze wzrostem kąta odcięcia horyzontu (kąta maski) następuje pogorszenie geometrii segmentu kosmicznego. Wprowadzanie kątów maski powyżej  $20^\circ$  jest niebezpieczne, gdyż może doprowadzić do okresowego braku wyznaczeń współrzędnych GPS,
- wraz ze wzrostem kąta maski maleje błąd pomiaru parametru nawigacyjnego. Wzrost dokładności pomiaru pseudoodległości nie kompensuje jednak pogorszenia geometrii segmentu kosmicznego. W rezultacie wraz ze wzrostem kąta odcięcia horyzontu błąd wyznaczeń współrzędnych horyzontalnych rośnie,
- mając na uwadze powyższe, optymalną wartością kąta maski zdaje się leżeć w granicach  $0-15^\circ$ . Przy jej wyborze należałoby uwzględnić umiejscowienie anteny odbiornika. Wartość  $0^\circ$  mogłaby być ustawiona dla odbiorników, których anteny znajdują się na masztach i zapewniają 100% widoczność horyzontu. Wartość  $15^\circ$  mogłaby być lepsza dla anten, gdzie mogą występować chwilowe przesłony horyzontu wywołane elementami konstrukcyjnymi, czy pojawiającymi się obiektami.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Felski A., Urbański J.: *Satelitarne systemy nawigacji i bezpieczeństwa żeglugi*, Gdynia, Akademia Marynarki Wojennej, 1997.
- [2] Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Collins J.: *GPS Theory and practice*, Fourth edition, Wien New York, Springer, 1997.
- [3] Januszewski J.: *Systemy satelitarne w nawigacji morskiej*, Gdynia, Fundacja rozwoju Wyższej Szkoły Morskiej w Gdyni, 2002.
- [4] Nowak A., Influence of Pseudorange Measurement Errors and Space Segment Geometry on GPS Fixes Distribution, "Advances in Computer Science – Network Centric Warfare", ISBN 978-83-922739-8-1, Gdynia 2009.
- [5] Nowak A., Problemy pozycjonowania satelitarnego w aglomeracjach miejskich, LOGISTYKA 6/2011.
- [6] Nowak A., Symulacje numeryczne wpływu przeszkód terenowych na dokładność wyznaczeń GNSS, LOGISTYKA 6/2011.
- [7] Specht C.: *System GPS*, Biblioteka Nawigacji nr 1, Pelplin, Wydawnictwo "Bernardinum", 2007.