TRANSCOMP – XIV INTERNATIONAL CONFERENCE
COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCE, INDUSTRY AND TRANSPORT

Complexity, characteristic semi-group of automaton,
determined analog of automaton extension
direct sum, direct product ,isomorphism

Stanisław BOCIAN[1]

IZOMORFIZM PÓŁGRUPY CHARAKTERYSTYCZNEJ SUMY PROSTEJ I ILOCZYNU PROSTEGO AUTOMATÓW ASYNCHRONICZNYCH SILNIE SPÓJNYCH I USTALONYCH ANALOGÓW ICH ROZSZERZEŃ

W artykule przedstawiono, że półgrupa charakterystyczna sumy prostej i iloczynu prostego automatów asynchronicznych silnie spójnych i ustalone analogi ich rozszerzeń są izomorficzne. Wziąwszy pod uwagę iż półgrupa charakterystyczna określa zdolność do przetwarzania informacji, to sumę prostą i iloczyn można uważać za realizację – odpowiednio sekwencyjnych i równoległych obliczeń. Uzyskane rezultaty oznaczają iż owa zdolność nie zależy od realizacji sekwencyjnej lub równoległej (taka sama liczba klas abstrakcji odpowiednich półgrup charakterystycznych).

ISOMORPHISM OF THE CHARACTERISTIC SEMI – GROUP OF THE DIRECT SUM AND DIRECT PRODUCT OF THE ASYNCHRONOUS AUTOMATONS OF THE STRONGLY CONNECTED AND DETERMINED ANALOGS OF THEIR EXTENSIONS

In this article it is presented that the characteristic semi – group of the direct sum and direct product of the asynchronous automatons of the strongly connected and determined analogs of their extensions are isomorphous. Taking into account that the characteristic semi – group determines the ability to process the information then the direct sum and direct product can be consider as realization – the sequence and parallel calculation accordingly. The obtained results mean that this ability doesn't depend on the sequence and parallel realization (the same number of abstract class of the suitable characteristic semi –groups)

1. WSTĘP

W publikacji [7] przedstawiono rozważania dotyczące automatów z klasy $DFASC_2$(deterministic finite asynchronous strongly connected) i EXT $DFASC_2$ (deterministic finite asynchronous strongly connected extensions). W pracach [9, 10, 11] przedstawiono twierdzenia na:

- Złożoność półgrupy charakterystycznej sumy prostej i iloczynu prostego automatów asynchronicznych silnie spójnych $DFASC_2$ [9],

[1]Stanisław BOCIAN Instytut Pojazdów Szynowych „TABOR" POLSKA; Poznań 61-055;Warszawska 181.
Telefon: + 48 (0)61 664 14 38; E-mail: Elektrotechnika @ tabor.com.pl

- Złożoność półgrupy charakterystycznej sumy prostej automatów asynchronicznych silnie spójnych ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami EXT DFASC$_2$ [10],
- Złożoność półgrupy charakterystycznej iloczynu prostego automatów asynchronicznych silnie spójnych ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami EXT DFASC$_2$ [11]

Przy wyznaczaniu złożoności półgrupy charakterystycznej sumy prostej i iloczynu prostego automatu z klasy DFASC$_2$ i EXT DFASC$_2$ wykorzystano nowy algorytm na wyznaczanie najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb naturalnych przedstawiony w [1,3,5,6,8]. W pracach [5,6,8] przeprowadzono formalny dowód. W pracy [8] pokazano także odpowiednią interpretacje graficzną przedstawiono także programy języku BASIC , PASCAL i C^{++} wraz wizualizacją i praktyczną realizacją.

2. ROZWAŻANIA WPROWADZAJĄCE

Relację $R \subseteq X \times Y$ nazywamy funkcją, gdy dla każdego $a \in X$ istnieje dokładnie jeden element $b \in Y$ taki że $a\ R\ b$. Zbiór X jest nazywany zbiorem określoności, a zbiór Y zbiorem wartości funkcji. Funkcja f jest $1-1$ (różnowartościowa, jednoznaczna), gdy $a_1 \neq a_2$ implikuje, że $f(a_1) \neq f(a_2)$. Funkcja jest „na ”, gdy

Y = $\{ b : b = f(a), a \in X \}$.

Grupoidem nazywamy parę uporządkowaną (S $\circ$) gdzie: S niepusty zbiór, ($\circ$) operacja binarna na zbiorze stanów S. Operacją binarną na zbiorze S nazywamy przekształcenie niepustego podzbioru zbioru $S \times S$ w zbiór S. Binarną operacją ($\circ$) na zbiorze S nazywamy łączną (asocjatywną), jeśli

$a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$ dla wszystkich $a, b, c \in S$.

Półgrupa, to taki grupoid (S, $\circ$), w którym operacja ($\circ$) jest asocjatywna. Niech $\sum$ będzie dowolnym zbiorem niepustym. Zbiór $\sum$ będziemy nazywali alfabetem, a jego elementy literami. Słowem x w alfabecie $\sum$ nazywamy dowolny ciąg liter alfabetu, napisanych obok siebie, a długość słowa (oznaczoną przez $|x|$) nazywamy liczbę tych liter σ.

Skończonym automatem zdeterminowanym bez wyjść nazywam uporządkowaną trójkę (S, $\sum$, M), gdzie:

S – jest skończonym, niepustym zbiorem stanów,

$\sum$ – jest skończonym, niepustym zbiorem wejść,

$M: \ S \times \sum \ \rightarrow \ S$ jest funkcją przejść.

Symbolem $\sum^+$ oznaczać będziemy przeliczalny nieskończony zbiór ciągów o skończonej długości, utworzony z elementów zbioru $\sum$. Zbiór $\sum^+$ razem z operacją konkatenacji (operacja połączenia dwóch słów, polegającą na napisaniu ich obok siebie w celu otrzymania nowego słowa), tworzy półgrupę wolną zwaną półgrupą wejściową.

Symbole $\sum^*$ oznaczać będziemy monoid wejściowy, czyli $\sum^* = \sum^+ \cup \lambda$, gdzie λ jest ciągiem pustym.

Funkcję M rozszerzamy do obszaru określoności $S \times \sum^+$ w następujący sposób: niech $M(s, x)$ będzie zdefiniowane, wtedy:

$$M(s, x\sigma) = M(M(s, x), \sigma) \text{ dla każdego } s \in S,\ x \in \textstyle\sum^+,\ \sigma \in \sum.$$

Na zbiorze $\sum^*$ zdefiniujemy relację:

$$x\ R\ y \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } \forall_{s\in S}\ M(s,x) = M(s,y).$$

R jest relacją równoważności (relacja Myhilla). Klasę równoważności zawierającą element $x \in \sum^*$ oznaczać będziemy $\overline{x}$, a zbiór wszystkim klas równoważności oznaczać będziemy $\overline{I}$. Zbiór $\overline{I}$ łącznie z operacją $(\circ)$, gdzie $\overline{x} \circ \overline{y} = \overline{xy}$ tworzy półgrupę(odpowiednio monoid), zwaną półgrupa charakterystyczną (odpowiednio monoidem charakterystycznym). Półgrupę charakterystyczną automatu A oznaczać będziemy $\overline{I(A)}$.

Dla automatu $A = (S, \sum, M)$ definiujemy automat charakterystyczny $\overline{A} = (S, \overline{I(A)}, \overline{M})$, gdzie funkcja przejść $\overline{M}$ jest zdefiniowana następująco $\overline{M}(s, \overline{x}) = M(s, x)$.

Składnikiem autonomicznym automatu $A = (S, \sum, M)$ nazywamy automat $A_x = (S, \{x\}, M_x)$ gdzie $x \in \sum^*$ i M_x jest ograniczeniem M do $S \times \{x\}$.

Dla każdego $x \in \sum^*$ zdefiniujemy przekształcenie f_x zbioru S w siebie, gdzie : $f_x(s) = M(s, x)$, dla każdego $s \in S$. Przekształcenie f_x jest implikowane przez x. Zbiór przekształceń zbioru S w siebie implikowanych przez wszystkie elementy z $\sum$ będziemy oznaczać symbolem J. J ze względu na operację superpozycji, jest zbiorem generatorów pewnej półgrupy.

Półgrupa F jest antyizomorficzna z $\overline{I}$ ponieważ:

$$\varphi : \overline{I} \to F, \quad \varphi(\overline{x}) = f_x, \text{ gdzie } x \in I,\ \overline{x} \in \overline{I} \text{ przy czym:}$$

(i) $\varphi(\overline{x} \circ \overline{y}) = \varphi(\overline{xy}) = f_{xy} = f_y(f_x) = \varphi(\overline{y})\,\varphi(\overline{x})$

(ii) $\varphi(\overline{x}) = \varphi(\overline{y}) \Rightarrow f_x = f_y \Rightarrow \forall_{s\in S}\ M(s, x) = M(s, y) \Rightarrow x\ R\ y \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{x} = \overline{y}$, a zatem φ jest „$1-1$"

(iii) $\varphi(\overline{x}) = f_x \Rightarrow \varphi^{-1}\varphi(\overline{x}) = \varphi^{-1}(f_x) \Rightarrow \overline{x} = \varphi^{-1}(f_x)$, a zatem φ jest na.

Automat można zatem zdefiniować jako parę (S, J), a automat charakterystyczny automatu (S, J) jako parę (S, F).

Automat $A = (S, \sum, M)$ jest silnie spójny wtedy i tylko wtedy, jeśli dla każdej pary (s_1, s_2) stanów automatu A istnieje element x z półgrupy wejściowej taki, że

$M\ (s_1,\ x) = s_2$.

Automat $A = (S\ ,\ \sum\ ,\ M\ )$ będziemy nazywać asynchronicznym wtedy i tylko wtedy gdy, gdy dla każdego $s \in S$ i $\sigma \in \sum$ zachodzi $M\ (s\ ,\sigma\ ) = M\ (s\ ,\sigma\ \sigma\ )$.

Automat $A = (S\ ,\ \sum\ ,\ M\ )$ jest zupełny, jeśli jego funkcja przejścia jest zupełna.

Automat $A = (S\ ,\ \sum\ ,\ M\ )$ jest w pełni określony, jeśli jego funkcja przejść jest w pełni określona.

Niech $A = ({}^{A}S\ ,\ \sum,\ {}^{A}M\ )$ i $B = ({}^{B}S\ ,\ \sum,\ {}^{B}M\ )$ będą automatami deterministycznymi. Funkcja $f:\ A \to B$ jest rozumiana jako funkcja przekształcająca ${}^{A}S$ w ${}^{B}S$. Funkcja $f:\ A \to B$ nazywamy homomorfizmem (zachowuje operacje), jeżeli: $f\ ({}^{A}M\ (s\ ,\sigma\ )) = {}^{B}M\ (\ f(s)\ ,\sigma\ )$, dla każdego $s \in S$ i $\sigma \in \sum$.

Jeżeli $f:\ A \to B$ jest „1−1” i „na” oraz zachowuje operacje to f nazywamy izomorfizmem.

Homomorfizmem uogólnionym automatu A w B nazywamy parę przekształceń (f_1, f_2) takich, że: $f_1:\ {}^{A}S \xrightarrow{w} {}^{B}S$, $f_2:\ {}^{A}\sum^{*} \xrightarrow{w} {}^{B}\sum^{*}$ oraz

$f_1({}^{A}M(s,x)) = {}^{B}M(\ f_1(s),\ f_2(x))$ dla każdego $s \in {}^{A}S,\ x \in {}^{B}\sum^{*}$.

Niech $q \geq 2$ i $A^0 = \left(S^{q-1}, \sum, M^{q-1}\right)$ będzie automatem, niech, $A^1 = \left(S^1, \sum, M^1\right), \ldots, A^{q-1} = \left(\ S^{q-1}, \sum, M^{q-1}\right)$ będą obrazami izomorficznymi związanymi z izomorfizmami stanowymi

$g^1 \in Iz(A^0 \to A^1), \ldots,\ g^{q-1} \in Iz(A^{q-2} \to A^{q-1})$. Rozszerzeniem q automatu A związanym z izomorfizmami stanowymi $g^0, g^1, \ldots, g^{q-1}$ nazywamy trójkę uporządkowaną $ext_q(A) = \left({}^{ext_q(A)}S,\ \sum,\ {}^{ext_q(A)}M\right)$ gdzie:

${}^{ext_q(A)}S = \left(S^0, S^1, \ldots, S^{q-1}\right)$ ${}^{ext_q(A)}M^{q} = \left(M^{q,0}, M^{q,1}, \ldots, M^{q,q-1}\right)$

$g^i : S \to S^i$ $i = 0,1,\ldots,q-1$

$S = \{s_0, s_1, \ldots, s_{n-1}\}$ $S^i = \{s_0^i, s_1^i, \ldots, s_{n-1}^i\}$

natomiast $s_j^i = g^i\left(s_j\right)$ $j = 0,1,\ldots,n-1$

Ustalonym analogiem rozszerzeni $ext_q A = (S, \sum, M)$ automatu

$A = \left(S\ , \sum, M\ \right)$ związanego z izomorfizmami $g^0, g^1, \ldots, g^{q-1}$ jest trójka uporządkowana $\left(ext_q(A)\right)^{*} = \left({}^{ext_q(A)}S^{*}, \sum,\ {}^{ext_q(A)}M^{*}\right)$ gdzie:

${}^{ext_q(A)}S^{*} = \bigcup_{i=0}^{q-1} S^i$, a ${}^{ext_q(A)}M^{*} :\ {}^{ext_q(A)}S^{*} \times \sum \to {}^{ext_q(A)}S^{*}$

jest funkcją przejść zdefiniowaną dla dowolnych $s \in S^i$, jak następuje ${}^{ext_q(A)}M^*(s,\sigma) = M^{q,i}(s,\sigma)$.

Dla wszystkich przedstawionych rozważań $\sum = \{\sigma_0, \sigma_1\}$

wprowadzamy $x_0 = \sigma_0\sigma_1$ i $x_1 = \sigma_1\sigma_0$, dla których $f_{x_0} = f_{\sigma_1}\left(f_{\sigma_0}\right)$, $f_{x_1} = f_{\sigma_0}\left(f_{\sigma_1}\right)$. Dla dowolnego $x \in \sum^*$ zdefiniujemy przekształcenie $f_x : S \xrightarrow{w} S$ określone jak następuje: $\forall_{s\in S}\, f_x(s) = M(s,x)$ gdzie: dla $x = x'\sigma$ mamy $\forall_{s\in S}\, f_x(s) = f_{x'\sigma}(s) = f_\sigma(f_{x'}(s,\sigma))$.

Sumę prostą automatów $A = \left({}^AS, \sum, {}^AM\right)$ i $B = \left({}^BS, \sum, {}^BM\right)$ jest trójka uporządkowana $A \cup B = \left({}^{A\cup B}S, \sum, {}^{A\cup B}M\right)$, gdzie ${}^{A\cup B}S = {}^AS \cup {}^BS$; ${}^{A\cup B}M : {}^{A\cup B}S \times \sum \to {}^{A\cup B}S$ i dla każdego $s \in {}^{A\cup B}S$ i $\sigma \in \sum$ zachodzi

$$
{}^{A\cup B}M(s.\sigma) = \begin{cases} {}^AM\left({}^As, \sigma\right) & \text{jeśli } {}^As \in {}^AS \\ {}^BM\left({}^Bs, \sigma\right) & \text{jeśli } {}^Bs \in {}^BS \end{cases}
$$

Iloczyn prosty automatów $A = \left({}^AS, \sum, {}^AM\right)$ i $B = \left({}^BS, \sum, {}^BM\right)$ jest trójką uporządkowaną $A \times B = \left({}^{(A\times B)}S, \sum, {}^{(A\times B)}M\right)$, gdzie ${}^{(A\times B)}S = {}^AS \times {}^BS$; ${}^{(A\times B)}M : {}^{(A\times B)}S \times \sum \to {}^{(A\times B)}S$, a funkcja przejść jest zdefiniowana jak następuje ${}^{A\times B}M\left(\left({}^As, {}^Bs\right), (\sigma)\right) = \left({}^AM\left({}^As, \sigma\right), {}^BM\left({}^Bs, \sigma\right)\right)$.

3. IZOMORFIZM PÓŁGRUPY CHARAKTERYSTYCZNEJ SUMY PROSTEJ I ILOCZYNU PROSTEGO AUTOMATÓW ASYNCHRONICZNYCH SILNIE SPÓJNYCH I USTALONYCH ANALOGÓW ICH ROZSZERZEŃ.

Twierdzenie 1.
Niech $A = \left({}^AS, \Sigma, {}^AM\right)$ **i** $B = \left({}^BS, \Sigma, {}^BM\right)$ będą automatami z klasyDFASC$_2$ takimi, że $card\left({}^AS\right) > 2$ i $card\left({}^BS\right) > 2$ wtedy półgrupa charakterystyczna $\overline{I(A \cup B)}$ sumy prostej automatów A i B jest izomorficzna z półgrupą charakterystyczną $\overline{I(A \times B)}$ iloczynu prostego automatów A i B.

Dowód.
Wiadomo z [3] jak również z rozważań wprowadzających niniejszej pracy że:
na zbiorze $\sum^*$ zdefiniujemy relację:

$x\ R\ y$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\forall_{s\in S}\ M\ (s, x) = M\ (s, y)$.

R jest relacją równoważności (relacja Myhilla). Klasę równoważności zawierającą element $x \in \sum^*$ oznaczać będziemy $\bar{x}$, a zbiór wszystkim klas równoważności oznaczać będziemy $\bar{I}$. Zbiór $\bar{I}$ łącznie z operacją $(\circ)$, gdzie $\bar{x} \circ \bar{y} = \overline{xy}$ tworzy półgrupę(odpowiednio monoid), zwaną półgrupa charakterystyczną (odpowiednio monoidem charakterystycznym). Półgrupę charakterystyczną automatu A oznaczać będziemy $\overline{I(A)}$.

W [9] twierdzeniach 1 i 2 wykazano równoliczność rozważanych półgrup charakterystycznych dla sumy prostej i iloczynu prostego automatów

Teraz dowodzimy własność izomorfizmów:

Niech $(\varphi): \overline{I(A \cup B)} \longrightarrow \overline{I(A \times B)}$

Niech $\varphi(\bar{x}) = \bar{x}$ (def.1)

Z rozważań wprowadzających [3] wynika że $\psi(\bar{x}) = f_x$ .... (def.2)

$\forall_{s \in S} \ f_x = M(s, x)$, gdzie x jest dowolnym reprezentantem klasy $\bar{x}$ (def.3)

Aby wykazać, że φ jest izomorfizmem półgrupy charakterystycznej należy:

(i) $\varphi(\overline{x_1} \circ \overline{x_2}) = \varphi(\overline{x_1 x_2}) = \overline{x_1 x_2} = \overline{x_1} \circ \overline{x_2} = \varphi(\overline{x_1}) \circ \varphi(\overline{x_2})$ (zachowana operacja)

(ii)

$$\varphi(\bar{x}_1) = \varphi(\bar{x}_2) \overset{\text{def.2}}{\Rightarrow} {}^{(A\times B)}f_{x_1} = {}^{(A\times B)}f_{x_2} \Leftrightarrow {}^{(A\cup B)}f_{x_1} = {}^{(A\cup B)}f_{x_2} \overset{\text{def.3}}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \forall_{s \in {}^{A\cup B}S} M(s, x_1) = M(s, x_2) \Leftrightarrow x_1 \equiv x_2 \Rightarrow \bar{x}_1 = \bar{x}_2$$

a zatem φ jest „1 – 1"

(iii) $\varphi(\bar{x}) = \bar{x}$ jest oczywiście „na".

Na podstawie twierdzenia 1 [9] i twierdzenia 2 [9] wykazano równoliczność (taki sam zbiór przekształceń) odpowiednich półgrup charakterystycznych dla sumy prostej i iloczynu prostego automatów DFSC$_2$.

C.B.D.O.

Twierdzenie 2

Niech $ext_q(A \cup B) = \left({}^{ext_q(A\cup B)}S, \Sigma, {}^{ext_q(A\cup B)}M\right)$

i $ext_q(A \times B) = \left({}^{ext_q(A\times B)}S, \Sigma, {}^{ext_q(A\times B)}M\right)$ będą rozszerzeniami związanymi z izomorfizmami g^0, g^1 ... g^{q-1} sumy prostej $A \cup B = \left({}^{(A\cup B)}S, \Sigma, {}^{(A\cup B)}M\right)$ i iloczynu prostego $A \times B = \left({}^{(A\times B)}S, \Sigma, {}^{(A\times B)}M\right)$ automatów $A = \left({}^{A}S, \Sigma, {}^{A}M\right)$ i $B = \left({}^{B}S, \Sigma, {}^{B}M\right)$ z klasy DFSC$_2$ takimi, że $card\left({}^{A}S\right) > 2$ i $card\left({}^{B}S\right) > 2$; wtedy półgrupa charakterystyczna $\overline{I\left((ext_q(A \cup B))^*\right)}$ ustalonego analogu rozszerzenia sumy prostej automatów A i B jest izomorficzna z półgrupą charakterystyczną $\overline{I\left(\left(ext_q\left(A\times B\right)\right)^*\right)}$ ustalonego analogu rozszerzenia iloczynu prostego automatów A i B.

Dowód.

W twierdzeniu 1 [10] i twierdzeniu 1 [11] wykazano równoliczność odpowiednich półgrup charakterystycznych ustalonych analogów rozszerzenia dla sumy prostej i iloczynu prostego automatów:

Niech $\varphi : \overline{I\left(ext_q\left(A\cup B\right)\right)^*} \rightarrow \overline{I\left(ext_q\left(A\times B\right)\right)^*}$

Niech $\varphi\left(\overline{x}\right)=\overline{x}$ (def.1)

Z rozważań wprowadzających [3] wynika że $\psi\left(\overline{x}\right)={}^{ext_q(A)}f_x$ .... (def.2)

$$\forall_{s\in^{ext_q}S^*}\ {}^{\left(ext_q(A)\right)^*}f_x^{\ *} = M^*\left(s,x\right) \qquad \text{(def.3)}$$

gdzie: x jest dowolnym reprezentantem z klasy $\overline{x}$, a ${}^{\left(ext_q(A)\right)^*}f_x^{\ *}$ przekształceniem ustalonego analogu rozszerzenia stanowego automatu A związanego z izomorfizmami stanowymi $g^0, g^1, \ldots, g^{q-1}$.

Aby wykazać, że φ jest izomorfizmem półgrup charakterystycznych należy:

(i) $\varphi\left(\overline{x_1}\circ\overline{x_2}\right)=\varphi\left(\overline{x_1x_2}\right)=\overline{x_1x_2}=\overline{x_1}\circ\overline{x_2}=\varphi\left(\overline{x_1}\right)\circ\varphi\left(\overline{x_2}\right)$ (zachowana operacja)

(ii)

$$\varphi\left(\overline{x_1}\right)=\varphi\left(\overline{x_2}\right) \overset{\text{def.2}}{\Rightarrow} {}^{ext_q(A\times B)}f_{x_1}={}^{ext_q(A\times B)}f_{x_2} \Leftrightarrow {}^{ext_q(A\cup B)}f_{x_1}={}^{ext_q(A\cup B)}f_{x_2} \overset{\text{def.3}}{\Rightarrow}$$

$${}^{\left(ext_q(A\cup B)\right)^*}f_{x_1}^{\ *}={}^{\left(ext_q(A\cup B)\right)^*}f_{x_2}^{\ *} \Rightarrow \forall_{s\in^{ext_q(A\cup B)}S^*} M^*\left(s,x_1\right)=M^*\left(s,x_2\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_1\equiv x_2 \Rightarrow \overline{x_1}=\overline{x_2}$$

a zatem φ jest „1 – 1”

(iii) $\varphi\left(\overline{x}\right)=\overline{x}$ jest oczywiście „na”.

Na podstawie twierdzenia 1 [10] i twierdzenia 1 [11] wykazano równoliczność (taki sam zbiór przekształceń) odpowiednich półgrup charakterystycznych dla sumy prostej i iloczynu prostego automatów EXT DFASC$_2$.

3. WNIOSKI

Definicje relacji równoważności Myhilla na zbiorze stanów automatu oraz półgrupy charakterystycznej automatu pozwoliły wydobyć zeń możliwości obliczeniowe . Tak więc na automat spojrzeć można zarówno pod kątem widzenia systemu algebraicznego o charakterze strukturalno językowym, jak i modelu obliczeń.

Wziąwszy pod uwagę iż półgrupa charakterystyczna określa zdolność do przetwarzania informacji, zaś sumę prostą i iloczyn prosty można uważać za realizację – odpowiednio sekwencyjnych i równoległych obliczeń uzyskane rezultaty oznaczają iż owa zdolność nie zależy od realizacji sekwencyjnej lub równoległej (taka sama liczba klas abstrakcji odpowiednich półgrup charakterystycznych)

4. BIBLIOGRAFIA

[1] Bocian S.: *Złożoność półgrupy charakterystycznej automatów asynchronicznych i ich rozszerzeń*, Prace Instytutu Podstaw Informatyki Polskiej Akademii Nauk nr 552, Warszawa, 1984.

[2] Bocian S., Mikołajczak.: *Computational aspect of assigning characteristic semigroup asychronous automata and their extensions*, Colloqia Mathematica Societatis Janos Bolyai nr 44,Amsterdam, New York, Budapest, 1985.

[3] Bocian S.: *Rozprawa doktorska*, Politechnika Poznańska,1986.

[4] Bocian S.: *The complexity of semigroup characterization of asynchronous strongly connected automaton and their extensions*, Computational topology and geometry and computation in teaching mathematic, Universal de Sevilla,1987.

[5] Bocian S.: *A new method of calculating the smallest common multiple*, Computational topology and geometry and computation in teaching mathematic, Universal de Sevilla,1987.

[6] Bocian S.: *Nowy sposób wyznaczania najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb naturalnych, jako model matematyczny automatu w technice komputerowej,* Pojazdy szynowe 1/2002.

[7] Bocian S.: *Złożoność pólgrupy charakterystycznej automatów asynchronicznych silnie spójnych ustalonych analogów ich rozszerzeń związanych z izomorfizmami*, TRANSCOMP - XIII INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT, Zakopane 2009.

[8] Bocian S.: *Nowy sposób wyznaczania najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb naturalnych*, OR – 9834 (praca nie publikowana).

[9] Bocian S: *Złożoność półgrupy charakterystycznej sumy prostej i iloczynu prostego automatów asynchronicznych silnie spójnych,* TRANSCOMP - XIV INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT, Zakopane 2010.

[10] Bocian S: *Złożoność półgrupy charakterystycznej sumy prostej automatów asynchronicznych silnie spójnych ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami,* TRANSCOMP - XIV INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT, Zakopane 2010.

[11] Bocian S: Złożoność półgrupy charakterystycznej iloczynu prostego automatów asynchronicznych silnie spójnych ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami, TRANSCOMP - XIV INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT, Zakopane 2010.

Praca wykonana w ramach Projektu Badawczego KBN nr N N509 398236 „Mikrosystemy cyfrowe do inteligentnego, rozproszonego i współbieżnego sterowania pojazdami szynowymi.”