

Leszek MAJKUT ¹
Ryszard OLSZEWSKI ²
Radosław MARCZUK ³

WYKORZYSTANIE TRANSFORMATY FALKOWEJ DO DIAGNOSTYKI PRZEKŁADNI ZĘBATYCH

W pracy przedstawiono model zazębienia przekładni zębatej oraz analizę uzyskanych sygnałów z wykorzystaniem ciągłej i dyskretnej transformaty falkowej. Analiza falkowa pozwala ustalić, czy przekładnia jest uszkodzona oraz pozwala wyznaczyć wskaźniki będące miarą uszkodzenia.

GEARS DRIVES FAULTS DETECTION USING WAVELET TRANSFORM

In this work model of gear drives is presented. As a tool for analysis of vibration signals discrete and continuous Wavelet Transform is used. This analysis is helpful in determining whether the gear drive is damaged and allow designate failure modes.

1. WSTĘP

Przekładnia zębata stanowi nieodłączny element łańcucha kinematycznego układu przeniesienia mocy od silnika do odbiornika energii. Założeniem podstawowym dla przekładni jest zmiana przenoszonego momentu i prędkości obrotowej przy zachowaniu minimalizacji zaburzeń dynamicznych i maksymalnej sprawności. Zatem z punktu widzenia eksploatacji istotna jest ocena aktywności drganiowej przekładni, która pozwoli ocenić jej techniczny.

W pracy opisano możliwości wykorzystania dekompozycji empirycznej do wczesnej detekcji i kwantyfikacji uszkodzenia zęba. Modelowanym uszkodzeniem było pęknięcie u podstawy zęba, którego skutkiem jest procentowa zmiana sztywności uszkodzonego zęba.

Praca dotyczy możliwości wykorzystania dyskretnej i ciągłej transformaty falkowej do oceny stanu technicznego przekładni zębatej. Modelowanym uszkodzeniem było pęknięcie u podstawy zęba, którego skutkiem jest procentowa zmiana współczynnika sprężystości uszkodzonego zęba.

¹ Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Katedra Mechaniki i Wibroakustyki, Kraków 30-059,
Al. Mickiewicza 30. email: majkut@agh.edu.pl

² jw. email: olszewsk@agh.edu.pl

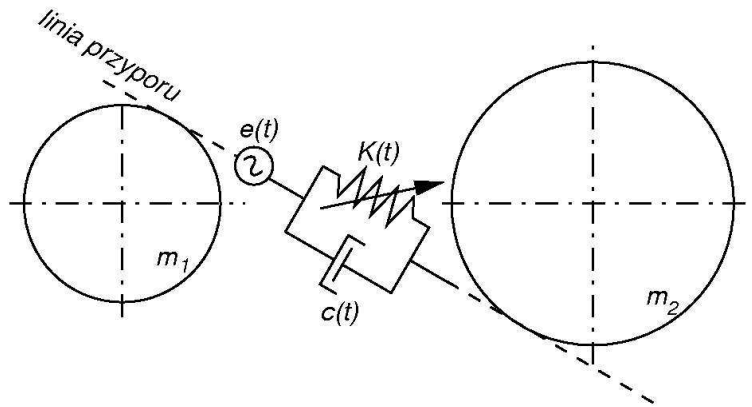
³ jw. email: marczuk@agh.edu.pl

2. MODEL PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

Model matematyczny zazębienia współpracujących ze sobą kół zębatach oparto na modelu fizycznym układu drgającego o jednym stopniu swobody przedstawionego na rys. 1, wyrażoną jest następującą zależnością:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c(t) \frac{dx(t)}{dt} + F_d = F_s \quad (1)$$

gdzie: $x(t)$ wyraża przemieszczenie wzdłuż linii przyporu, m jest proporcjonalne do masy zazębionych kół, $c(t)$ jest zmiennym tłumieniem, F_d jest siłą dynamiczną, zaś F_s wyraża obciążenie statyczne.



Rys. 1. Model fizyczny zazębienia przekładni

Siła dynamiczna F_d może być modelowana z wykorzystaniem nieliniowej funkcji luzu BL , która wyrażona jest iloczynem współczynnika sztywności zazębienia $K(t)$ i wartości odkształcenia zębów w sposób następujący:

$$F_d = \begin{cases} K(t)[x(t) + e(t)] & \text{dla } x + e \geq 0 \\ 0 & \text{dla } -BL \leq x + e < 0 \\ K(t)[x(t) + e(t) + BL] & \text{dla } x + e \leq -BL \end{cases} \quad (2)$$

W modelu siły dynamicznej uwzględniono funkcję przenoszenia błędu $e(t)$, która opisuje błąd powstający przy obrocie koła zębatego jako niedokładność wykonania każdego z zębów wchodzących w przypór. Może ona być opisana szeregiem różnych zależności. Jako jeden z możliwych sposobów jej określenia przyjęto postać sumy szeregu Fouriera:

$$e = a_1 \cos(2\pi f_{01} t) + a_2 \cos(2\pi f_{02} t) + \sum_{i=1}^n b_i \cos(2\pi f_m t) \quad (3)$$

gdzie: f_m jest częstotliwością zazębienia, zaś f_{01} i f_{02} odpowiednio częstotliwością związaną z obrotem koła zębatego i częstotliwością obrotu zębniaka.

Zmienna sztywność w funkcji czasu, a tym samym zazębienia, stanowi podstawę modelu i ma bezpośredni wpływ na jego jakość. Sztywność zazębienia może być modelowana w funkcji obrotu i wyrażona jako:

$$K(t) = \begin{cases} K_a(1+\alpha) & \text{dla } (k-1)T \leq t < (C_r - 2 + k)T \\ K_a(1-\alpha) & \text{dla } (C_r - 2 + k)T \leq t < kT \end{cases} \quad (4)$$

dla $k=1, 2, \dots, n_t$, gdzie n_t oznacza liczbę zębów. K_a wyraża średnią sztywność, α określa zmianę średniej wartości sztywności, zaś $T=1/f_m$ jest okresem zazębienia, zaś C_r oznacza wskaźnik przyporu czołowego współpracujących kół.

Współczynnik tłumienia $c(t)$ może być wyrażony przez tłumienie krytyczne zależne od zmiennej sztywności $K(t)$:

$$c(t) = C_I \sqrt{K(t)} \quad (5)$$

gdzie: C_I jest współczynnikiem tłumienia krytycznego zależnym od momentu bezwładności i sztywności $K(t)$ określonej równaniem (4).

Uszkodzenie przekładni zębatej było modelowane jako zmiana sztywności zęba będącego w przyporze dla jednego z kół zębatach – zębniaka. Zmiana sztywności w tym wypadku oznacza procentowe zmniejszenie sztywności wynikającej z osłabienia zęba wskutek uszkodzenia, polegającego na pęknięciu w strefie jego stopy.

3. CIĄGŁA I DYSKRETNA TRANSFORMATA FALKOWA

Transformata falkowa jest przekształceniem podobnym do transformaty Fouriera pod tym względem, iż obie należą do przekształceń całkowitych. Oba przekształcenia opierają się na wykorzystaniu operacji iloczynu skalarnego badanego sygnału $s(t)$ i pozostałej części, zwanej „jądrem przekształcenia”. Tu właśnie pojawia się różnica pomiędzy transformacją falkową a Fouriera. W odróżnieniu od transformacji Fouriera, gdzie jako jądro wykorzystuje się funkcje sinusoidalne (czyli okresowe reprezentujące jedną częstotliwość), w przypadku transformaty falkowej jądrem są falki, które są tworzone ze stałej funkcji zwanej falką analizującą, poddanej wielokrotnym translacjom.

Falka analizująca nie jest funkcją dowolną. Musi ona między innymi zapewniać możliwość skalowania oraz przesuwania w dziedzinie czasu (lub innej dziedzinie sygnału). We wzorach opisujących falki występować więc będą odpowiednio: współczynniki skali i przesunięcia.

Ciągła transformata falkowa sygnału $s(t)$ zdefiniowana jest zależnością [5]:

$$W_s(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (6)$$

gdzie: b jest współczynnikiem przesunięcia, a współczynnikiem skali, ψ jest falką analizującą, $\psi^*(\cdot)$ oznacza wartość zespoloną sprzężoną do $\psi(\cdot)$.

W ciągłej transformacie falkowej jednowymiarowy sygnał jest transformowany do dwuwymiarowej ciągłej reprezentacji typu czas-skala. Wykres takiej reprezentacji zwany jest skalogramem, gdzie wartość kwadratu modułu transformacji falkowej jest oznaczany bądź kolorem bądź jako izolinie. (Ze względu na małą czytelność skalogramu w pracy wykorzystano reprezentacje w postaci rysunków 3D).

Taka analiza narzuca redundancję w wyniku transformacji. Wybór najmniejszego podzbioru współczynników falkowych W_s , dzięki któremu nadal można zrekonstruować sygnał oryginalny stanowi dyskretną transformatę falkową.

Przez podobieństwo do ciągłej transformaty falkowej, dyskretna transformata może być definiowana przez:

$$W_s(m, n) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \psi_{m,n}(t) dt \quad (7)$$

gdzie: $\psi_{m,n}(t) = a_0^{-m/2} \psi(a_0^{-m}t - nb_0)$, ψ jest falką analizującą.

Przyjmując $a_0 = 2$ i $b_0 = 1$ otrzymuje się binarne wydłużenie (ang. binary dilation) i diadyczne przesunięcie (ang. dyadic translation). Taką ortogonalną bazę falek tworzy się z falki podstawowej ψ przez skalowanie m i przesunięcie n :

$$\psi_{m,n}(t) = 2^{m/2} \psi(2^m t - n) \quad (8)$$

W przypadkach, w których falki $\psi_{m,n}(t)$ tworzą zbiór funkcji ortonormalnych w analizie nie występuje redundancja informacji. W tym przypadku możliwe jest również odtworzenie dowolnego sygnału oryginalnego $s(t)$ ze współczynników falkowych $W_s(m, n)$.

Sygnał $s(t)$ jest przedstawiony jako suma ważona falek ortogonalnych:

$$s(t) = \sum_m \sum_n W_s(m, n) \psi_{m,n}(t) \quad (9)$$

m -ty składnik takiej rekonstrukcji nazywa się m -tym detalem dekompozycji:

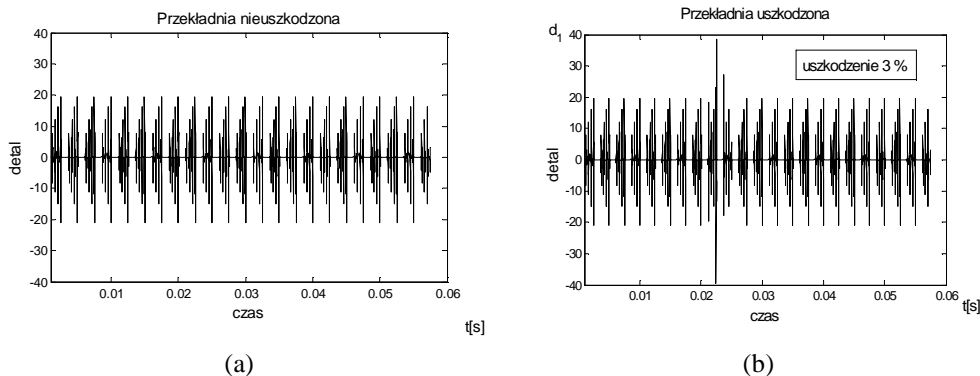
$$d_m = \sum_n W_s(m, n) \psi_{m,n}(t) \quad (10)$$

W pracy, do diagnostyki przekładni zębatych autorzy wykorzystują przebieg i wartość maksymalną detalu d_l .

4. DIAGNOSTYKA PRZEKŁADNI ZĘBATEJ Z WYKORZYSTANIEM DYSKRETNEJ TRANSFORMATY FALKOWEJ

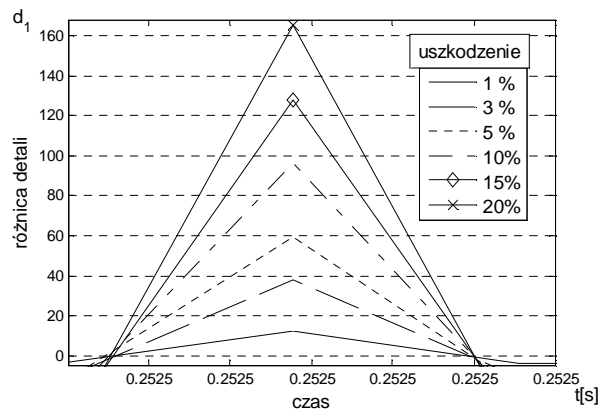
Wyznaczone, na podstawie opisanego w punkcie 2 modelu przekładni zębatej, przebiegi drgań poddano analizie z wykorzystaniem dyskretnej transformaty falkowej. W analizie wykorzystano falki z rodziny falek Daubechies rzędu 4.

Na rys. 2 pokazano przebiegi detalu d_1 powstałego w wyniku analizy sygnału uzyskanego z przekładni nieuszkodzonej (rys. a) i modelu przekładni uszkodzonej (3% redukcja sztywności pękniętego zęba – rys. b).



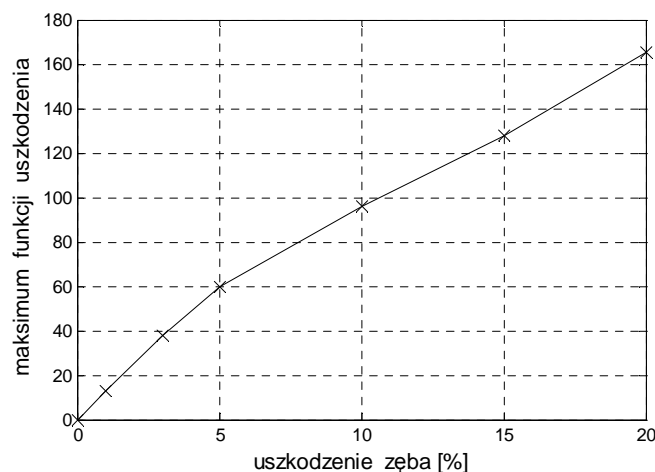
Rys. 2. Przebiegi detalu d_1 dla: (a) przekładni nieuszkodzonej i (b) przekładni uszkodzonej

Widoczny na rys. 2b skok wartości w przebiegu detalu odpowiada chwili czasowej, dla której w zazębienie wchodzi uszkodzony ząb. Jako funkcję uszkodzenia autorzy przyjmują różnicę przebiegów detali d_1 , wyznaczonych dla przekładni uszkodzonej i nieuszkodzonej, którą traktuje się jako przekładnię referencyjną. Przebieg funkcji uszkodzenia dla różnych stopni uszkodzenia zęba pokazano na rys. 3.



Rys. 3. Przebieg funkcji uszkodzenia

Jako skalarny wskaźnik uszkodzenia autorzy proponują wykorzystać maksimum opisanej wyżej funkcji uszkodzenia. Na rys. 4 pokazano zmianę wskaźnika uszkodzenia w funkcji uszkodzenia zęba.



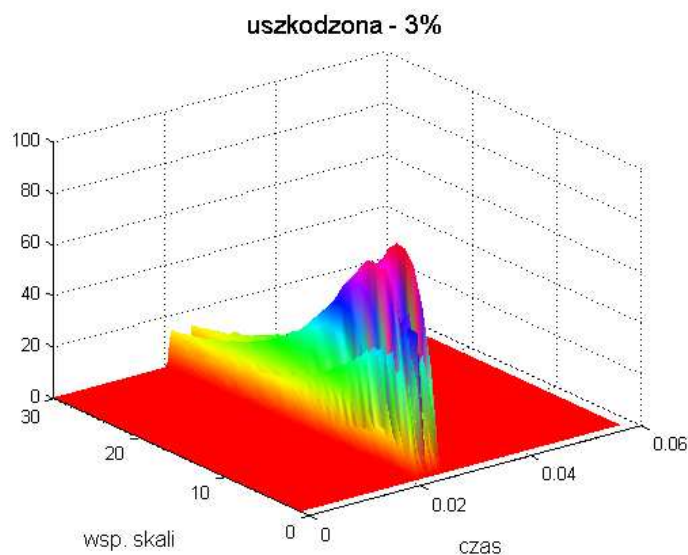
Rys. 4. Wskaźnik uszkodzenia

Zastosowanie dyskretnej transformaty falkowej pozwala na stwierdzenie faktu uszkodzenia zęba, jak to pokazano na rys. 2, jednocześnie wykorzystując znacznik fazy na wale określić można, który z zębów jest uszkodzony. Analiza wartości maksymalnych proponowanej funkcji uszkodzenia pozwala na rozróżnienie zmian sztywności zęba i co za tym idzie analizę wzrostu głębokości pęknięcia u podstawy zęba.

5. DIAGNOSTYKA PRZEKŁADNI ZĘBATEJ Z WYKORZYSTANIEM CIĄGŁEJ TRANSFORMATY FALKOWEJ

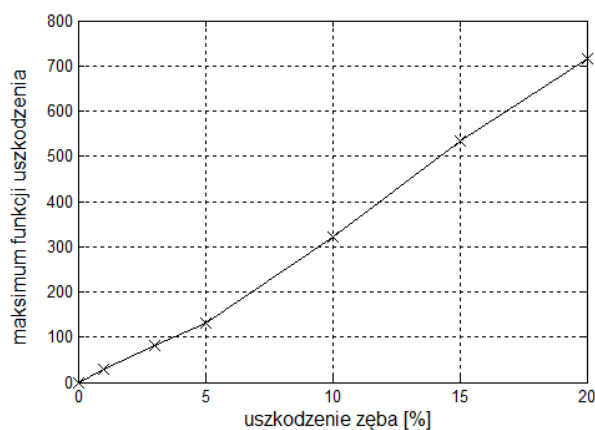
Analizę z wykorzystaniem ciągłej transformaty falkowej autorzy przeprowadzili z wykorzystaniem tej samej falki analizującej jak w przypadku transformaty dyskretnej. Autorzy proponują, by w miejsce klasycznie wykorzystywanego dwu wymiarowego spektrogramu, symptomów uszkodzenia poszukiwać z wykorzystaniem przebiegu na wykresie trójwymiarowym.

Na rys. 5 pokazano przykładowy przebieg różnicy modułów transformacji sygnału pochodzącego z przekładni uszkodzonej i przekładni nieuszkodzonej.



Rys. 5. Przebieg funkcji uszkodzenia dla przekładni o 3% uszkodzeniu

Podobnie jak w przypadku transformaty dyskretnej, autorzy proponują jako skalarny wskaźnik uszkodzenia przyjąć wartość maksymalną funkcji uszkodzenia. Na rys. 6 pokazano przebieg tak zdefiniowanego wskaźnika uszkodzenia.

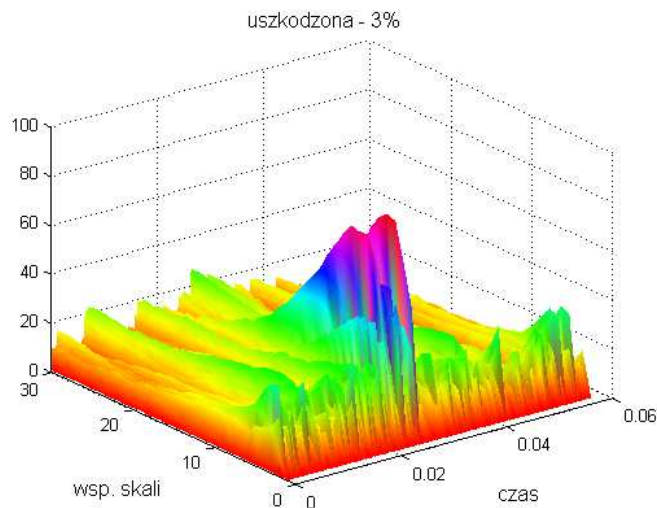


Rys. 6. Wskaźnik uszkodzenia

Zastosowanie ciągłej transformaty falkowej i związanego z nią wskaźnika uszkodzenia pozwala, podobnie jak transformata dyskretna, na detekcję uszkodzenia i ocenę jego stopnia.

Z analizy rys. 4 i 6 wynika, że wskaźnik uszkodzenia oparty o transformatę ciągłą charakteryzuje się większą dynamiką zmian i co za tym idzie wrażliwością na uszkodzenie.

Dodatkowo ciągła transformata falkowa charakteryzuje się odpornością na zakłócenia tzn. tylko zmiany sygnału związane z uszkodzeniem zęba zmieniają się monotonicznie dla wszystkich współczynników skali. Przykład proponowanej funkcji uszkodzenia dla sygnałów sztucznie zakłóconych pokazano na rys. 7.



Rys. 7. Wskaźnik uszkodzenia dla sygnałów z zakłóceniami

6. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracy zaprezentowano diagnostykę przekładni zębatej w oparciu o ciągłą i dyskretną transformatę falkową. W analizie wykorzystano falki z rodziny falek Daubechies rzędu 4.

Przy analizie z wykorzystaniem dyskretnej transformaty falkowej zauważyć można skok w przebiegu detalu d_l odpowiadający chwili czasowej, dla której w zazębienie wchodzi uszkodzony ząb. Jako funkcję uszkodzenia autorzy zaproponowali przyjęcie różnicy przebiegów detali d_l , wyznaczonych dla przekładni uszkodzonej i nieuszkodzonej, traktowanej jako przekładnia referencyjna. Jako skalarny wskaźnik uszkodzenia autorzy zaproponowali wykorzystanie maksimum opisanej wyżej funkcji uszkodzenia.

Zastosowanie dyskretnej transformaty falkowej pozwala na stwierdzenie faktu uszkodzenia zęba, jak to pokazano na rys. 2, jednocześnie wykorzystując znacznik fazy na wale określić można, który z zębów jest uszkodzony. Analiza wartości maksymalnych proponowanej funkcji uszkodzenia pozwala na wyznaczenie wartości zmiany sztywności zęba i co za tym idzie głębokości pęknięcia u podstawy zęba.

Analizę z wykorzystaniem ciągłej transformaty falkowej przeprowadzono z wykorzystaniem tej samej falki analizującej jak w przypadku transformaty dyskretnej. Autorzy zaproponowali wykorzystanie trójwymiarowego wykresu do poszukiwania uszkodzeń, w miejsce tradycyjnie wykorzystywanego dwuwymiarowego spektrogramu.

Podobnie jak w przypadku transformaty dyskretnej, jako skalarny wskaźnik uszkodzenia przyjęto wartość maksymalną funkcji uszkodzenia.

Zastosowanie ciągłej transformaty falkowej i związanego z nią wskaźnika uszkodzenia pozwala, podobnie jak transformata dyskretna, na detekcję uszkodzenia i ocenę jego stopnia.

Wskaźnik uszkodzenia oparty o transformatę ciągłą charakteryzuje się większą dynamiką zmian i co za tym idzie wrażliwością na uszkodzenie. Dodatkowo ciągła transformata falkowa charakteryzuje się odpornością na zakłócenia tzn. tylko zmiany sygnału związane z uszkodzeniem zęba zmieniają się monotonicznie dla wszystkich współczynników skali.

Konkludując, wykorzystanie ciągłej i dyskretny transformaty Falkowej pozwala nie tylko stwierdzić czy przekładnia jest uszkodzona, ale również określić wielkość i położenie tego uszkodzenia.

Pracę wykonano w ramach badań własnych 10.10.130.364

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] Majkut L., Crack detection in beam like structures. Part I. Identification of crack location. *Diagnostyka*, 46:17–20, 2008.
- [2] Mallat S., *Wavelet Tour od Signal Processing*, Academic Press, London 1998.
- [3] Peng Z.K. Chu F.L., *Application of wavelet transform in machine condition monitoring and fault diagnostics: a review with bibliography*, Mechanical Systems and Signal Processing 18(2004).
- [4] Tian J. Li Z., Su X., Crack detection in beams by wavelet analysis of transient flexural waves. *Journal of Sound and Vibration*, 261:715–727, 2003.
- [5] Zieliński P.T., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań*. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, 2005.