

Andrzej ZNISZCZYŃSKI<sup>1</sup>

### **MODELOWANIE LUZÓW KONSTRUKCYJNYCH W SPRĘŻARCE Z CZTEREMA WSPÓLBIEŻNYMI ROTORAMI**

*Przy realizacji prototypu nowej sprężarki z czterema współbieżnymi rotorami zaistniała konieczność dokonania korekcji geometrii rotorów celem stworzenia odpowiednich luzów konstrukcyjnych. Ze względu na kształt rotorów i złożony charakter ich współpracy korekcja taka wymagała analizy wpływu podcięć korekcyjnych na wielkość luzu. W artykule przedstawiono wyniki analizy i opracowany na jej podstawie trój etapowy algorytm postępowania korekcyjnego.*

### **MODELING OF WORKING CLEARANCES IN COMPRESSOR WITH FOUR SYNCHRONOUS ROTORS**

*During realization of the prototype of the compressor with four synchronous rotors, the necessity of correcting rotors' geometry to create required working clearances arose. Due to rotors' shape and complex character of their cooperation, the correction required analysis of the influence of correction undercuttings on working clearances. The paper presents results of such analysis and three-stage algorithm of correction procedure based on it.*

#### **1. WSTĘP**

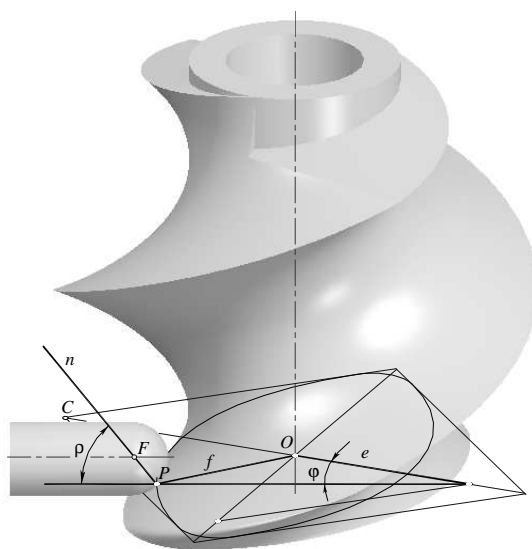
W Katedrze Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Lubelskiej opracowano, a następnie wykonano i przebadano prototyp nowej sprężarki z czterema współbieżnymi rotorami śrubowymi [1, 2]. W sprężarce tej przestrzeń robocza wporowa tworzona jest pomiędzy obracającymi się w tym samym kierunku, z taką samą prędkością kątową, czterema równoległymi rotorami, których powierzchnie przemieszczają się względem siebie w bardzo małej odległości nie stykając wzajemnie. Dla zapewnienia swobodnego ruchu obrotowego rotorów, bez wzajemnego ich tarcia niezbędnym jest, aby luzu pomiędzy rotorami uwzględnił ich ewentualne odkształcenia termiczne i siłowe, a także brał pod uwagę niedokładności obróbki powierzchni rotorów oraz ich przemieszczenia wywołane luzami w łożyskach. Ponadto był na tyle mały, by skutkować możliwie najmniejszym

---

<sup>1</sup> Politechnika Lubelska, Wydział Mechaniczny, Katedra PKM, 20-608 Lublin, ul. Nadbystrzycka 36  
tel. +48 81538-42-03, 81 538-42-00, e-mail a.zniszczynski@pollub.pl

rozszerzeniem przestrzeni roboczej sprężarki. Niewłaściwe dobranie luzu wpływa na pogorszenie parametrów pracy maszyny i może doprowadzić do jej zatarcia.

Podczas wykonywania prototypu nowej sprężarki, dla uzyskania odpowiedniego luzu między rotorami, zastosowano korekcję geometrii ich powierzchni roboczych. Korekcja taka, przy obróbce powierzchni rotora frezem kulistym (rys.1), polegała na podfrezowywaniu powierzchni roboczej rotora na odpowiednią głębokość odmierzaną względem jego zarysu teoretycznego w kierunku prostej normalnej do powierzchni rotora  $n$ . W celu uzyskania optymalnych wartości głębokości ortogonalnego podcięcia korekcyjnego przeprowadzono analizę jego wpływu na wielkość luzu między rotorami.



Rys. 1. Kształtowanie powierzchni rotora frezem kulistym

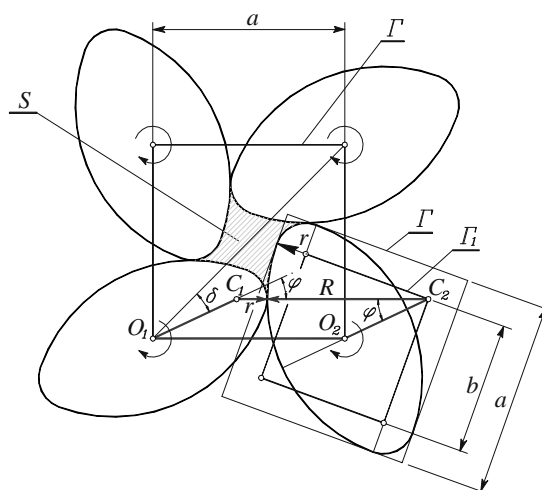
## 2. ANALIZA WPLYWU PODCIĘCIA KOREKCYJNEGO NA WIELKOŚĆ LUZU MIEDZY ROTORAMI

Analizując współpracę dwóch sąsiednich rotorów w sprężarce można zauważyć, że w dowolnej płaszczyźnie przekroju poprzecznego rotorów, owalne zarysy ich przekrojów stykają się punktami leżącymi na odmiennych łukach: dużym i małym, ale o tym samym kącie położenia punktu na łuku  $\varphi$  (rys. 2).

Dla punktów tych, kąty pochylenia  $\rho$  (rys.1) normalnych do powierzchni  $n$  mają tę samą bezwzględną wartość, ale przeciwne znaki [1]. Tak więc, oba współpracujące rotory stykają się punktami powierzchni o tym samym kierunku normalnej. Suma ortogonalnych podcięć korekcyjnych powierzchni obu rotorów w tych punktach tworzy luz między nimi. Luz, którego wielkość mierzona jest wzdłuż normalnej do powierzchni rotora. Z powyższego wynika, że **przy identycznych rotorach w sprężarce, w każdym rotorze, w dowolnym jego przekroju poprzecznym, suma wartości ortogonalnych podcięć korekcyjnych w**

dwóch punktach leżących na łuku dużym i małym, o takim samym kącie położenia na łuku  $\varphi$ , stanowi wartość luzu w tych punktach.

Ewentualne wzajemne przemieszczenia powierzchni współpracujących rotorów powodują zmiany wielkości luzu, jego powiększanie lub kasowanie. Analizując wpływ poszczególnych składowych przemieszczeń na zmiany luzu można zauważyć, że składowa promieniowa przemieszczeń, powodowana działaniem ciśnienia w sprężarce, z reguły zwiększa luzu. Natomiast składowa osiowa, wywoływana niedokładnością obróbki, montażu czy też zużyciem łożysk, niezależnie od zwrotu powoduje zawsze zmniejszanie luzu po jednej lub drugiej stronie płata rotora [3, 4]. Takie zmniejszanie luzu jest niebezpieczne dla sprężarki ze względu na możliwość jej zatarcia. Największą wrażliwość na zmiany luzu wykazują miejsca na powierzchniach rotorów, dla których kierunek normalnej  $n$  najbardziej zbliżony jest do kierunku wzajemnych przemieszczeń. Wiadomo również, że wraz ze wzrostem bezwzględnej wartości kąta  $\rho$  wzrastają naddatki poobróbkowe tworzone przez frez kulisty [1]. Biorąc powyższe pod uwagę, **uzasadnionym staje się zróżnicowanie wartości luzu wzdłuż potencjalnej linii stykania się rotorów i zwiększanie go wraz ze wzrostem wartości kąta normalnej  $\rho$ . Największe wartości luzu należy założyć tam, gdzie kąt ten osiąga największe bezwzględne wartości, a więc w miejscu łączenia łuków w owalnych przekrojach rotora, w okolicy krawędzi jego płatów.**

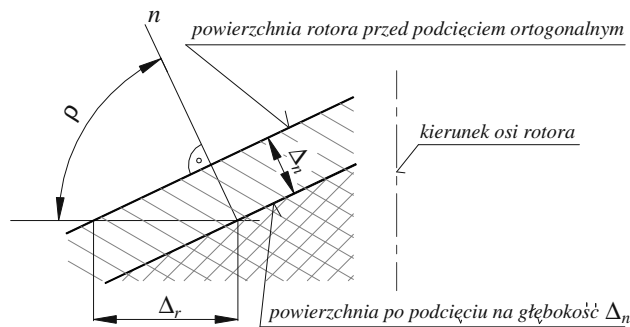


Rys. 2. Schemat działania sprężarki z czterema współbieżnymi rotorami – zespół czterech stycznych owali

Ortogonalne podcięcie powierzchni rotora na głębokość  $\Delta_n$  w miejscu, w którym normalna do powierzchni rotora tworzy z płaszczyzną prostopadłą do jego osi kąt  $\rho$  (rys.3), skutkuje podcięciem w kierunku promieniowym –  $\Delta_r$  (podcięcie promieniowe).

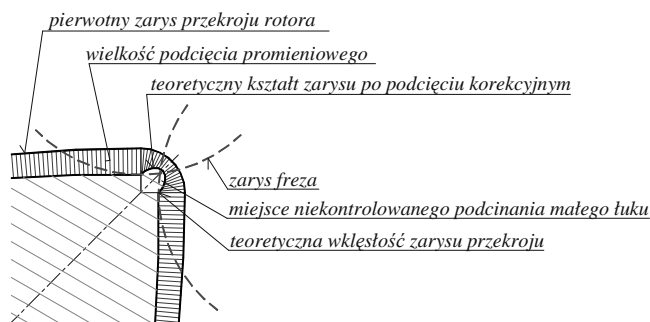
Przy znikomej wartości podcięcia ortogonalnego w stosunku do promienia narzędzia można przyjąć, że

$$\Delta_r = \frac{\Delta_n}{\cos \rho} \quad (1)$$



Rys. 3. Wpływ ortogonalnego podcięcia korekcyjnego –  $\Delta_n$  na wielkość podcięcia w kierunku promieniowym –  $\Delta_r$

Z powyższego wynika, że podcięcie promieniowe osiąga największe wartości w miejscach łączenia łuków w owalnym przekroju rotora, tam gdzie wartości kąta  $\rho$  oraz podcięcia ortogonalnego są największe. W miejscu tym powinna powstać wklęsłość zarysu powierzchni rotora. W rzeczywistości jednak wklęsłość taka nie występuje, bowiem dużo większy promień freza od promienia krzywizny potencjalnej wklęsłości powoduje niezamierzone podcinanie zarysu rotora na małym łuku (rys.4), czyli podcinanie krawędzi płatów rotora.



Rys. 4. Powstawanie niekontrolowanego podcinania małego łuku po zastosowaniu korekcyjnego podcięcia ortogonalnego o stałej głębokości

W skrajnym przypadku gdy wartość podcięcia promieniowego przewyższa wartość promienia małego łuku następuje całkowite wycinanie małych łuków w owalnych przekrojach rotora. Następstwem takiego podfrezowania powierzchni rotorów jest ścinanie

krawędzi ich płatów powodujące zmniejszenie średnicy rotorów i znaczne powiększenie szczeliny między współpracującymi rotorami. Maksimum wymiarowe szczelina taka osiąga w miejscu współpracy krawędzi płatów z dnem wrębów drugiego rotora.

Z powyższej analizy wynika, że przy zamierzonej obróbce powierzchni rotora frezem kulistym (o promieniu dużym w stosunku do promienia małego łuku owalnego przekroju rotora) **ortogonalne podcięcie korekcyjne należy tak zaplanować, aby nie dopuścić do powstania teoretycznej wklęsłości zarysu rotora, która w rzeczywistości powoduje podcinanie jego krawędzi i utratę kontroli nad wielkością luzu pomiędzy współpracującymi rotorami.**

### 3. ALGORYTM POSTĘPOWANIA KOREKCYJNEGO

Biorąc pod uwagę wnioski przeprowadzonej analizy, korekcję geometrii rotorów tworzącą pożądaną luz konstrukcyjny wykonano w trzech etapach.

#### 3.1 Zmiana teoretycznego zarysu podstawowego (korekcja wstępna)

W pierwszym etapie dokonano zmiany teoretycznego zarysu podstawowego owalnego przekroju rotora tak, aby w prowadzonych w następnych etapach podcięciach korekcyjnych wartość podcięcia promieniowego w żadnym przekroju poprzecznym rotora nie przekraczała wartości promienia małego łuku.

W tym celu na wstępie powiązano wartość luzu z wartością kąta normalnej  $\rho$  opisując go następującą zależnością

$$l = l_{\min} + \frac{l_{\max} - l_{\min}}{(1 - \cos \rho_{\max})} (1 - \cos \rho) \quad (2)$$

W ten sposób maksymalną wartość luzu założono dla maksymalnych wartości kąta normalnej  $\rho_{\max}$ , minimalną zaś – w miejscu zerowych wartości tego kąta. Wartości luzu dla pośrednich wartości kąta  $\rho$  znalazły się w przedziale pomiędzy zadanymi wartościami luzu minimalnego  $l_{\min}$  i maksymalnego  $l_{\max}$ .

Wiedząc, że maksymalna wartość luzu występuje w miejscu stykania się krawędzi płatów sąsiednich rotorów i powstaje skutkiem jednakowych podcięć ortogonalnych obu współpracujących rotorów, na podstawie wzoru (1) określono maksymalne podcięcia promieniowe krawędzi płata  $\Delta_{r_{\max}}$ ,

$$\Delta_{r_{\max}} = \frac{l_{\max}}{2 \cdot \cos \rho_{\max}} \quad (3)$$

Ponieważ wartości kąta  $\rho$  w segmencie wyporowym rotora opisana jest zależnością

$$\rho = \arctg \left( \frac{\pi \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \varphi}{H(z)} \cdot (a - 2 \cdot r) \right) \quad [1], \quad (4)$$

to możliwa maksymalna wartość tego kąta  $\rho_{\max}$ , która może wystąpić na krawędzi płata rotora (przy kącie  $\varphi = -45^\circ$  i promieniu  $r = 0$ ), osiągnie wartość

$$\rho_{\max} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\pi \cdot a}{H(z)}\right) \quad (5)$$

Po podstawieniu tej wartości do wzoru (3) otrzymano zależność na możliwe maksymalne podcięcie promieniowe

$$\Delta_{r_{\max}} = \frac{l_{\max}}{2 \cdot \cos\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{\pi \cdot a}{H(z)}\right)\right)} \quad (6)$$

Dodając w każdym poprzecznym przekroju rotora do promieni małych łuków, wyliczoną wartość możliwego maksymalnego podcięcia promieniowego  $\Delta_{r_{\max}}$  określano nowe wartości tych promieni po korekcji zarysu teoretycznego

$$r_{KW} = r + \Delta_{r_{\max}}, \quad (7)$$

gdzie:

- $r$  – dotychczasowy promień małego łuku (przed korekcją),
- $\Delta_{r_{\max}}$  – maksymalne podcięcie promieniowe.

Określone w ten sposób promienie małych łuków gwarantowały, że przy ortogonalnym podcięciu korekcyjnym łuki te nie zostaną wycięte. Ponieważ po zmianie promieni małych łuków, owal przekroju poprzecznego rotora, musiał nadal wpisywać się w ten sam kwadrat o boku  $a$  (odległość osi rotorów nie zmieniała się, patrz rys. 2), to przeprowadzona korekcja w niewielkim stopniu wpływała na kształt rotora, powodując jedynie mocniejsze zaokrąglenie krawędzi jego płatów (rys. 5). Po tak przeprowadzonej wstępnej korekcji teoretycznego zarysu podstawowego rotora można było przystąpić do określenia wartości ortogonalnych podcięć korekcyjnych tworzących luz. Wielkość tych podcięć, określana dla poszczególnych punktów owalnego przekroju rotora, wyznaczana była w sposób odmienny dla łuku małego i dużego.

### 3.2 Podcięcie korekcyjne małego łuku

W celu uniknięcia powstawania wklęsłości zarysu w poprzecznym przekroju rotora, na łuku małym stosowano takie podcięcia ortogonalne, które zachowywały kształt kołowy tego łuku. Algorytm postępowania był następujący. W każdym owalnym poprzecznym przekroju rotora, określano wartość kąta normalnej do powierzchni na końcach małych

łuków  $\rho_K$ . Wyznaczano ją na podstawie wzoru (4) podstawiając w miejsce promienia  $r$  wartość promienia małego łuku  $r_{KW}$ , po korekcji wstępnej.

$$\rho_K = \arctg\left(\frac{\pi \cdot (a - 2 \cdot r_{KW})}{H(z)}\right) \quad (8)$$

Następnie dla kąta normalnej  $\rho_K$  na podstawie wzoru (2) określono luz  $l_K$ . Ponieważ luz ten tworzony jest pomiędzy końcami małych łuków w owalach sąsiednich rotorów to wartość jednakowych ortogonalnych podcięć korekcyjnych  $\Delta_{nK}$  na końcu każdego z łuków stanowi połowę wartości tego luzu.

$$\Delta_{nK} = \frac{l_K}{2} \quad (9)$$

Po podstawieniu kąta normalnej  $\rho_K$  i wartość ortogonalnego podcięcia korekcyjnego  $\Delta_{nK}$  do wzoru (1), otrzymywano zależność na wartość podcięcia promieniowego na końcach małych łuków  $\Delta_{rK}$ ,

$$\Delta_{rK} = \frac{\Delta_{nK}}{\cos \rho_K} \quad (10)$$

Dla zachowania kształtu kołowego małego łuku po korekcji we wszystkich punktach tego łuku stosowano takie samo podcięcie promieniowe  $\Delta_{rK}$ . W tym celu dla każdego punktu opisanego kątem  $\varphi$  określającym jego położenie na łuku, na podstawie wzoru (4) wyznaczano wartość kąta normalnej  $\rho$ , a następnie ze wzoru (1) po podstawieniu stałej wartości podcięcia promieniowego  $\Delta_{rK}$ , wyliczano wartość ortogonalnego podcięcia korekcyjnego  $\Delta_{nM}$ .

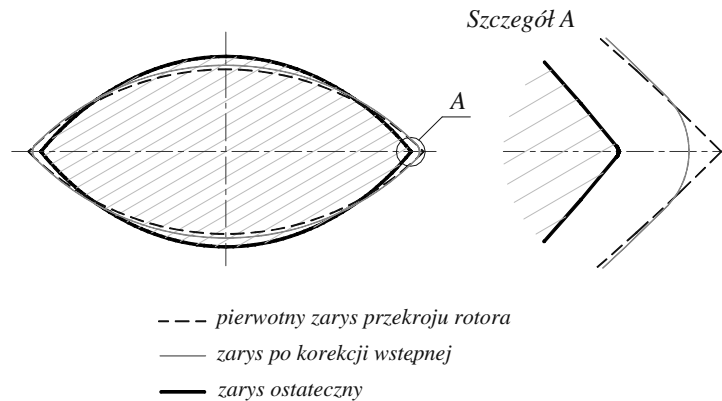
$$\Delta_{nM} = \Delta_{rK} \cdot \cos \rho \quad (11)$$

Po zastosowaniu tak określonych wartości ortogonalnych podcięć korekcyjnych, łuk mały pozostawał nadal łukiem kołowym, a jego promień opisywała zależność

$$r_{KO} = r + \Delta_{r\max} - \Delta_{rK} \quad (12)$$

Zróżnicowanie luzu wraz z powiązaniem go z wartością kąta  $\rho$  i założenie maksymalnej wartości tego luzu na ostrej krawędzi płata rotora (gdy  $r=0$ ), spowodowało, że podcięcie promieniowe małego łuku  $\Delta_{rK}$  było minimalnie mniejsze od utworzonego w pierwszym etapie korekcji naddatku promieniowego  $\Delta_{r\max}$ . Przy założonych wartościach luzu, rzędu setnych części milimetra, różnica ta dochodziła do dziesięciotysięcznych części milimetra, nie powodując istotnego zwiększenia promienia małego łuku. Można

powiedzieć, że w końcowym efekcie przeprowadzona korekcja nie zmieniała kształtu ani promieni małych łuków w stosunku do zarysu pierwotnego, przesuwa jedynie środki tych łuków w kierunku środka przekroju rotora (zarys ostateczny na rys. 5).



Rys. 5. Zmiany zarysu przekroju poprzecznego rotora (narysowane w przesadnych proporcjach dla lepszej wizualizacji) po kolejnych etapach korekcji

### 3.3 Podcięcie korekcyjne dużego łuku

Wartości ortogonalnych podcięć korekcyjnych w poszczególnych punktach łuku dużego uzależniano od podcięć na łuku małym tak, aby w sumie przy współpracy dwóch rotorów uzyskać planowany luz.

W tym celu dla każdego punktu na łuku dużym opisanego kątem  $\varphi$ , wyznaczano na podstawie wzoru (4) wartość kąta normalnej  $\rho$ , a następnie ze wzoru (2) określano luzu w tym punkcie. Odejmując od wartości luzu, wartość podcięcia ortogonalnego  $\Delta_{nM}(\varphi)$  w punkcie opisanym kątem  $\varphi$  na łuku małym, otrzymywano wartość podcięcia korekcyjnego  $\Delta_{nD}$  na łuku dużym.

$$\Delta_{nD}(\varphi) = l(\varphi) - \Delta_{nM}(\varphi) \quad (13)$$

Przypatrując się zmianom kształtu dużego łuku spowodowanym tak określonymi podcięciami korekcyjnymi (rys. 5), zauważa się, że łuk ten w ostateczności przestaje być łukiem kołowym. Swoimi końcami wchodzi w głąb skorygowanego zarysu owalnego rotora, powodując w tych miejscach podcięcia powierzchni, natomiast w części środkowej wychodzi na zewnątrz tworząc naddatek powierzchniowy. W ten sposób powierzchnia rotora po korekcji wykazuje podcięcia w okolicach krawędzi płatów rotora i naddatek we wrębach między płatami.

Wprowadzenie ortogonalnych podcięć czy też naddatków korekcyjnych powoduje, że punkty styczności narzędzia z powierzchnią obrabianą (punkty śladu narzędzia na



powierzchni rotora) nie są współpłaszczyznowe i nieco wychodzą poza płaszczyznę owalnego zarysu podstawowego, poddawanego podcięciu korekcyjnemu, tworząc przestrzenną krzywą zamkniętą.

#### 4. WYKORZYSTANIE ALGORYTMU KOREKCYJNEGO W PROCESIE OBRÓBKI ROTORÓW

Przedstawiony algorytm postępowania korekcyjnego, zastosowano w autorskim programie komputerowym *Rotor*. Program ten napisano w celu generowania kodu sterującego dla frezarki numerycznej w procesie obróbki powierzchni rotorów.

Przed przystąpieniem do generowania kodu przeprowadzono dodatkowo analizę wytrzymałościową rotorów i określono wpływ ich deformacji na zmiany luzu [3,4]. Złożona geometria rotorów, jak i charakter ich obciążeń, wymagały zastosowania do tego celu metody MES. Zmiany wartości luzu między rotorami powodowane oddziaływaniem ciśnienia sprężanego gazu i prędkością obrotową, okazały się niewielkie. Były o rząd wielkości mniejsze od założonego luzu konstrukcyjnego, który przyjęto na podstawie badań literaturowych znanych i stosowanych w przemyśle sprężarek śrubowych podobnych gabarytowo.

Obróbkę wykończeniową powierzchni rotorów dla sprężarki prototypowej przeprowadzono na frezarce pięcioosiowej DECKEL MAHO DMU125P. Opracowany algorytm postępowania korekcyjnego pozwolił na uzyskanie zamierzonych luzów konstrukcyjnych.



Rys.6. Sprężarka w trakcie montażu

## 5. WNIOSKI

1. Luz konstrukcyjny tworzony podczas korekcji geometrii rotorów powinny być zróżnicowany wzdłuż potencjalnej linii styczności rotorów i osiągać największe wartości w miejscach o największym kącie normalnej  $\rho$ .
2. Ortogonalne podcięcia korekcyjne należy tak przeprowadzać, aby nie dopuszczać do podcinania małych łuków w owalnych zarysach przekroju rotora.
3. Korekcja geometrii rotorów przeprowadzona wg przedstawionego powyżej algorytmu pozwoliła na uzyskanie założonego luzu między współpracującymi rotorami.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Zniszczyński A.: *Studium teoretyczno – doświadczalne maszyn waporowych z zespołem czterech równoległych współbieżnych rotorów*, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Lubelskiej, Lublin 2007.
- [2] Zniszczyński A.: *Displacement machines with four parallel synchronous rotors*. Mechanism and Machine Theory, Elsevier vol.44, No.9, September 2009, s.1677-1688.
- [3] Jonak J., Zniszczyński A.: *Wykorzystanie FEM do analizy wytrzymałościowej i zmian luzu w maszynach waporowych z zespołem czterech współbieżnych rotorów*. Górnictwo Odkrywkowe nr 4-5/2008.
- [4] Zniszczyński A., Ponieważ G.: *Badania wpływu deformacji rotorów na zmiany luzu w sprzęzarce z czterema śrubowymi współbieżnymi rotorami*. Przegląd Mechaniczny 5'07 suplement VIII Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej - Technologiczne systemy informacyjne w inżynierii produkcji i kształceniu technicznym, s. 173-176.