

Piotr Dworniczak
Akademia Ekonomiczna w Poznaniu

Dobór operatora usług logistycznych na podstawie rozmytych relacji preferencji

W Logistyce 4/2001 Piotr Sawicki w artykule „Wielokryterialny wybór operatora usług logistycznych” przedstawił sposób dokonywania tytułowego wyboru na podstawie metody ELECTRE III. Metoda ta, wraz z późniejszymi modyfikacjami (typu ELECTRE lub PROMETHEE), jest efektem pracy grupy przedstawicieli (B. Roy, Ph. Vincke, P. Perny i in.) tzw. francuskiej szkoły wspomagania decyzji. Poniżej przedstawiona została inna metoda dotycząca wielokryterialnego wspomagania decyzji. Strona formalna została zaprezentowana w pracach Orlovskiego [3], [4], a częściowo również w innych [1], [5], [6].

Przy wyborze operatora usług logistycznych, tak jak przy wielu innych problemach wyboru, dąży się do osiągnięcia możliwie maksymalnej korzyści z tego wyboru wynikającej. Słowo „możliwie” przypomina nam o zawsze istniejących ograniczeniach, którym działający musi się podporządkować. „Maksymalna korzyść” podkreśla istniejący kierunek działania oraz założenie, że działający potrafi, na podstawie pewnej oceny stopnia spełnienia określonego wcześniej celu wskazać, którą z decyzji uznaje za lepszą.

Rezultaty działań oceniane mogą być z wielu punktów widzenia. Wtedy wybór decyzji dającej maksymalne korzyści jest zazwyczaj bardzo trudny, gdyż decyzja optymalna z jednego punktu widzenia nie musi być taką z innego. Stopień trudności pojawiający się przy wskazywaniu najlepszej z decyzji zależy też od tego, jak określone są i jakie mają wła-

sności zbiór decyzji dopuszczalnych, funkcje przypisujące decyzjom oceny wg poszczególnych kryteriów oraz umożliwiające optymalny wybór relacje preferencji.

Oczywiste jest, że każdy podmiot gospodarczy działa w określonych warunkach, w pewnym środowisku gospodarczym. Środowisko to jest zawsze związane z układem warunków ograniczających. Decyzja (plan, alternatywa) uwzględniająca wszystkie ograniczenia, a więc taka, która może być brana pod uwagę, nazywana jest decyzją dopuszczalną.

Kryterium to, według W. Findeisena i E. S. Quade'a, „pewna reguła lub norma, za pomocą której porządkuje się warianty według ich zalet”¹. Z punktu widzenia matematyki jest to pewna funkcja przypisująca każdej decyzji dopuszczalnej pewną wartość (niekoniecznie liczbową), nazywaną korzyścią. Kryteria powinny umożliwić oceny jakości różnych wariantów. W wielu sytuacjach wybór jednego kryterium jest bardzo trudny, a często niemożliwy. Próbuje się wówczas podejmować decyzje w oparciu o kilka różnych kryteriów. Mówimy wówczas o wielokryterialnym podejmowaniu decyzji. Najczęściej wyborę dokonuje się wtedy na podstawie pewnego kryterium „pośredniego”, „ogólnego”, otrzymanego z wielu branych pod uwagę.

Szczególnym zainteresowaniem cieszy się część analizy wielokryterialnej, łącząca standardowe podejście do problemów wspomagania decyzji z teorią zbiorów rozmytych. Podwaliny pod dzisiejszą wiedzę na ten te-

mat stworzył w 1965 r. Lofti Zadeh wprowadzając pojęcie zbioru rozmytego. Wykorzystanie zbiorów rozmytych w przypadku optymalizacji podejmowania decyzji polega na tym, że zarówno cele i ograniczenia nakładane na decyzje, jak i ich oceny, mogą być zbiorami (w szczególności liczbami) rozmytymi². Również relacje pozwalające na dokonanie optymalnego wyboru w wielu problemach decyzyjnych mogą mieć charakter rozmyty. Jest to podejście godne uwagi zwłaszcza w przypadku, gdy niemożliwe lub niekorzystne jest jednoznaczne wskazanie lepszej z alternatyw. Sytuacja ta zachodzi często, gdy mamy do czynienia z wyborem na podstawie wielu kryteriów lub na podstawie ocen wielu ekspertów.

W artykule zaprezentowana została procedura wyznaczania alternatywy optymalnej przy wykorzystaniu rozmytych relacji preferencji. W pokazanym sposobie uwzględniona została także możliwość zróżnicowania względnej ważności poszczególnych kryteriów. Przedstawiona została też propozycja zastosowania omówionej procedury do wielokryterialnego doboru operatora usług logistycznych.

Podstawowe definicje i oznaczenia

Niech X będzie skończonym, n – elementowym, zbiorem alternatyw (decyzji) dopuszczalnych. Zakładamy, że w powyższym zbiorze decydent (ekspert) potrafi określić rozmytą relację słabej preferencji tzn., że potrafi każdej parze (x, y)

¹ Por [2], str.105.

² Podstawowe informacje o zbiorach rozmytych, liczbach i relacjach rozmytych znaleźć można (po polsku) w książkach: Łachwa A.: *Rozmyty świat zbiorów, liczb, relacji, faktów, reguł i decyzji*. AOW Exit, Warszawa 2001, ISBN 83-87674-21-4, Piegat A.: *Modelowanie i sterowanie rozmyte*. AOW Exit, Warszawa 1999, ISBN 83-87674-14-1, Kacprzyk Janusz: *Wieloetapowe sterowanie rozmyte*. WNT, Warszawa, 2001, ISBN 83-204-2650-2

przyporządkować pewną liczbę z przedziału domkniętego $[0, 1]$. Liczba ta jest interpretowana jako stopień, w jakim decydent uznaje, że alternatywa x jest nie gorsza od alternatywy y . Z punktu widzenia matematyki określamy zatem pewną funkcję $\mu_R: X \times X \rightarrow [0,1]$, nazywaną funkcją przynależności relacji rozmytej R . Zakładamy tu, że każdy element jest na pewno nie gorszy od samego siebie, czyli, że powyższa relacja jest zwrotna³. Symbolicznie zapisujemy ten fakt następująco: $\forall x \in X : \mu_R(x, x) = 1$.

Relacji preferencji określonych w zbiorze może być wiele – tyle ile kryteriów oceny. Niech K będzie skończonym, m – elementowym zbiorem kryteriów, według których alternatywy są oceniane. Przyjmijmy, że każdy obiekt (alternatywa) x ze zbioru X charakteryzowany jest jednoznacznie przez pewną wartość $K_i(x)$, która jest miarą oceny obiektu x wg kryterium K_i . Tak naprawdę właśnie w zbiorze ocen (które mogą nie być ocenami liczbowymi) określamy relację słabej preferencji R_i $i=1, \dots, m$ daną przez funkcję przynależności $\mu_{K_i}: X \times X \rightarrow [0,1]$.

Wartość $\mu_{K_i}(x,y)$ interpretuje się jako stopień, w jakim alternatywa x jest nie gorsza od alternatywy y według kryterium K_i .

Ponieważ poszczególne kryteria nie muszą być jednakowej wagi przyjmijmy, że w zbiorze kryteriów określona jest relacja W względnej ważności kryteriów, dana przez funkcję przynależności $\mu_W: K \times K \rightarrow [0,1]$. Wartość $\mu_W(K_i, K_j)$ rozumieć należy jako stopień, w jakim kryterium K_i jest co najmniej tak ważne, jak kryterium K_j . Zakładamy, że jest to relacja zwrotna.

Po wprowadzeniu oznaczeń zobaczmy, jak wygląda porównywanie poszczególnych obiektów na podstawie słabych preferencji według poszczególnych kryteriów, przy uwzględnianiu względnej ważności kryteriów. Podstawą rozważań będzie pojęcie alternatywy niezdominowanej wg relacji rozmytej. Zbiór rozmyty elementów niezdominowanych X^{nd} w relacji rozmytej R określony jest przez funkcję przynależności⁴

$$\mu_R^{nd}(x) = 1 - \sup_k \min \{ \mu_R(y_k, x), 1 - \mu_R(y_k, x) \} \quad (1)$$

Liczbę $\mu_R^{nd}(x)$ nazywamy stopniem niezdominowania (lub „maksymalności”) elementu x .

Ważna jest interpretacja tej liczby: element x jest co najmniej w stopniu $\mu_R^{nd}(x)$ nie gorszy, niż dowolny element ze zbioru X . Pojęcie zbioru elementów niezdominowanych w danej relacji rozmytej jest uogólnieniem klasycznego zbioru Pareto. W przypadku jedyne kryterium i danej w nim relacji słabej preferencji R , najbardziej racjonalnym jest wybór alternatywy x^* o najwyższym stopniu niezdominowania $\mu_R^{nd}(x^*)$. W przypadku wielu kryteriów uwzględnić można ich względną ważność. Prowadzi to w konsekwencji do wyznaczenia relacji między dwoma alternatywami, uwzględniającej nie tylko ich ważności w poszczególnych kryteriach, lecz także

względne ważności kryteriów. Ostatecznie otrzymujemy relację Q dla obiektów ze zbioru X daną formułą

$$\mu_Q(x,y) = \sup_{K_i, K_j \in K} \min \{ \mu^{nd}(x, K_i), \mu^{nd}(y, K_j), \mu_W(K_i, K_j) \} \quad (2)$$

Stworzona w ten sposób relacja Q pozwala na przejście z problemu wielokryterialnego wyboru (przy m kryteriach) do jednokryterialnego (zagregowane kryterium określa relacja Q). Dalsze postępowanie przebiega w sposób podany dla jednego kryterium – na podstawie relacji Q określane są stopnie niezdominowania poszczególnych elementów $\mu_Q^{nd}(x)$. Ponieważ jednak, w odróżnieniu od ściśle jednokryterialnego podejścia, relacja Q jest pewną agregacją powstającą w oparciu o dane stopnie niezdominowania poszczególnych elementów $x \in X$, przyjmować należy dodatkowo, że stopień niezdominowania elementu x w relacji Q nie może przewyższać największego ze stopni niezdominowania elementu x według poszczególnych kryteriów K_i . Po określeniu stopnia $\mu_Q^{nd}(x)$, należy zatem wyznaczyć tzw. „poprawione” stopnie niezdominowania, zgodnie z formułą

$$\mu_Q^{ndp}(x) = \min \{ \mu_Q^{nd}(x), \sup_{K_i \in K} \mu^{nd}(x, K_i) \} \quad (3)$$

Najlepszą alternatywą jest alternatywa x^* o maksymalnym „poprawionym” stopniu niezdominowania, tzn. taka, że $\mu_Q^{ndp}(x^*) = \sup_{x \in X} \mu_Q^{ndp}(x)$.

Dobór operatora usług logistycznych

Rozważmy oferty 7 firm. Przyjmijmy, że oceniamy je ze względu na 9 kryteriów. Oczywiście jest, że ilość i rodzaj kryteriów może być modyfikowana. Niech kryteriami tymi będą⁵:

- K1 - doświadczenie na rynku logistycznym, wyrażone liczbą lat istnienia przedsiębiorstwa na rynku logistycznym w Polsce
- K2 - efektywność majątku trwałego (kryterium maksymalizowane, określające relację między wartością przychodu uzyskanego przez przedsiębiorstwo w roku poprzedzającym analizę, a wartością środków trwałych, za pomocą których ten przychód został osiągnięty)
- K3 - globalny koszt obsługi, wyznaczony na podstawie jednostkowych kosztów zaproponowanych przez operatorów
- K4 - średni czas realizowania standardowej dostawy
- K5 - średni wiek posiadanego taboru (jako miara stanu techniczno – ekonomicznego stosowanych środków transportowych)
- K6 - efektywność pracy, jest ilorzem wartości przychodu zrealizowanego przez firmę w roku poprzedzającym analizę i liczby zatrudnionych pracowników, wyrażonym w tys. zł/osobę.
- K7 - udział w rynku usług
- K8 - kompleksowość oferty, jest kryterium oceniającym w skali punktowej (0-12 pkt.) zakres i wartość świadczonej usługi logistycznej (kryterium to jest maksymalizowane)
- K9 – poziom kwalifikacji pracowników (za miarę tego

³ W literaturze spotyka się też inne definicje rozmytej relacji preferencji. Różnią się one zakładanymi własnościami.

⁴ Pełen opis dojścia do stosowanych wzorów oraz ich interpretacji zainteresowani znaleźć mogą w pracach [1] i [3].

⁵ Przykład jest skonstruowany w oparciu o dane z pracy [6]. Ma to na celu możliwość łatwego porównania metod.

kryterium przyjęto iloraz liczby dni szkoleniowych z zakresu kształcenia logistycznego, przypadających rocznie na jednego pracownika).

Dostarczona dokumentacja pozwoliła na ustalenie tabeli.

Podstawowym problemem pojawiającym się w metodzie jest to, jak z danych z tabeli 1 stworzyć adekwatną reprezentację w postaci macierzy relacji preferencji. Nie ma jednoznacznego sposobu takiego działania. Rozmytą relację R_k słabej preferencji na podstawie wskaźnika w_k można określać za pomocą funkcji przynależności

$$\mu_{R_i}(x, y) = \min \left\{ \frac{w_i(x)}{w_i(y)}, 1 \right\}$$

w przypadku, gdy pożądana jest maksymalizacja wskaźnika w_i lub

$$\mu_{R_i}(x, y) = \min \left\{ \frac{w_i(y)}{w_i(x)}, 1 \right\}$$

w przypadku, gdy pożądana jest minimalizacja wskaźnika w_i . Tak postąpimy w tym przykładzie. Z tabeli 1 dla kryterium K_1 otrzymujemy tabelę 2.

Ze względu na ograniczenie objętości tekstu nie zostały podane, wyznaczone analogicznie, tabele dla kryteriów $K_2 - K_9$. Przyjmijmy, że względna ważność kryteriów została ustalona jak w tabeli 3.

Pamiętajmy, że dane z tej tabeli są przykładowe i nie należy uznawać ich jako wzorcowych. Czasem spotyka się zalecenie, aby przynajmniej jedna z wartości $\mu_W(K_i, K_j)$ i $\mu_W(K_j, K_i)$ była równa 1. Nie jest to jednak wymóg metody. Przy tak ustalonych wartościach funkcji przynależności relacji między alternatywami oraz między kryteriami stopnie niezdominowania obliczone wg reguł (1), (2) i (3) podane są w tabeli 4.

Z tej tabeli wynika ranking alternatyw (od najlepszej) postaci $X_2, X_7, X_1, X_3, X_4, X_5, X_6$ przy czym X_1, X_3, X_4 powinny być uznane za jednako dobre. Oczywiście przy zmianie ocen wg poszczególnych kryteriów lub względnej ważności kryteriów ranking może ulec zmianie.

Przedstawiona metoda jest alternatywną do innych metod, wspomagających decyzje w sytuacji wyboru wielokryterialnego. Procedura ta wymaga wyłącznie bardzo naturalnych założeń zwrotności relacji oraz

Tab. 1. Wartości ocen ofert wg poszczególnych kryteriów. Źródło: [7], s. 65

Kryterium	jedn. miary	Wartość kryterium dla danej firmy							
		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	
K ₁	Doświadczenie	lata	3	9	18	9	9	8	8
K ₂	Efektywność majątku trwałego	-	18,92	2,61	8,78	4,16	2,16	5,33	4,46
K ₃	Koszt obsługi	tys. zł	22.117	8.748	16.411	14.009	10.815	12.371	12.183
K ₄	Czas realizacji	h	24	24	24	24	48	72	24
K ₅	Średni wiek taboru	lata	2	2	3	4	8	7	5
K ₆	Efektywność pracy	tys.zł/os	341,9	207,2	107,0	145,3	113,2	473,4	183,7
K ₇	Udział w rynku	%	0,67	1,20	2,76	0,84	0,22	0,76	5,50
K ₈	Kompleksowość oferty	pkt	4,0	7,5	3,0	7,0	8,0	2,5	12,0
K ₉	Poziom kwalifikacji pracowników	dni/os	70	3	8	0,39	32	50	3,2

Tab. 2. Relacja słabej preferencji między alternatywami wg kryterium K₁. Źródło: obliczenia własne.

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇
X ₁	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$
X ₂	1	1	0,5	1	1	1	1
X ₃	1	1	1	1	1	1	1
X ₄	1	1	0,5	1	1	1	1
X ₅	1	1	0,5	1	1	1	1
X ₆	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{8}{9}$	1	1
X ₇	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{8}{9}$	1	1

Tab. 3. Relacja względnej ważności kryteriów. Źródło: opracowanie własne.

W	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉
K ₁	1	0,9	0,5	0,6	0,9	0,9	0,8	0,5	0,9
K ₂	0,3	1	0,1	0,1	0,2	0,7	0,2	0,1	0,2
K ₃	1	1	1	0,9	1	1	1	0,9	1
K ₄	0,8	0,9	0,7	1	1	1	1	0,8	1
K ₅	0,3	0,8	0,3	0,2	1	0,8	0,8	0,1	0,8
K ₆	0,3	0,8	0,3	0,2	0,5	1	0,5	0,1	0,5
K ₇	0,2	0,8	0,2	0,2	0,5	0,7	1	0,1	0,5
K ₈	0,7	0,9	0,4	0,6	0,9	0,9	0,9	1	0,9
K ₉	0,3	0,1	0,1	0,7	0,7	0,7	0,5	0,3	1

Tab. 4. Stopnie μ_Q^{nd} i μ_Q^{ndp} niezdominowania poszczególnych alternatyw w relacji Q. Źródło: obliczenia własne.

Alternatywa	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇
μ_Q^{nd}	0,891	1	0,891	0,891	1	0,707	0,909
μ_Q^{ndp}	0,891	1	0,891	0,891	0,809	0,707	0,909

umiejętności porównywania parami alternatyw bądź kryteriów (ustalanie wag zespołu kryteriów jest na ogół trudniejsze). Ze względu na dostęp do komputerów złożoność obliczeniowa metody nie stanowi współcześnie istotnej wady. Formuły (1), (2) i (3) można w nietrudny sposób przedstawić w arkuszu kalkulacyjnym Excel, obliczając potrzebne wartości. Łatwo wówczas rozważać, jak zmienia się sugerowany wybór w zależności od zmian wartości poszczególnych kryteriów lub relacji ważności kryteriów. Wymagania sprzętowe i programowe są więc minimalne.

Tak jak i w innych metodach, tak i tu pamiętać należy, że nie mamy do czynienia z zastępowaniem człowieka, lecz jedynie podaniem mu narzędzia mającego na celu ułatwienie wyborów.

LITERATURA

- [1] Dworniczak P.: *Optymalne decyzje w warunkach rozmytości w terminach t, s, i n- norm*. W: *Prace z zakresu ekonometrii i ekonomii matematycznej*, Zeszyty Naukowe AE Poznań, seria I, zeszyt 277, s. 36-47, Poznań 2000.
- [2] Findeisen W., Quade E.S.: *Metodologia analizy systemowej*. W: *Analiza systemowa – podstawy i metodologia*. Praca zbiorowa p. red. Wł. Findeisena, PWN Warszawa 1985, str.105.
- [3] Orlovski S.A.: *Calculus of Decomposable Properties, Fuzzy Sets, and Decisions*. Allerton Press Inc. New York, 1994, ISBN 0-89864-066-0
- [4] Orlovski S.A.: *Decision-making with a fuzzy preference relation*. W: *Fuzzy Sets and Systems vol.1*, wyd. Elsevier 1978, s. 155-167.
- [5] Ovchinnikov S., Roubens M.: *On strict preference relations*. W: *Fuzzy Sets and Systems vol.43*, wyd. Elsevier 1991, s. 319-326.
- [6] Roubens M.: *Fuzzy sets and decision analysis*. W: *Fuzzy Sets and Systems vol.90*, wyd. Elsevier 1997, s. 199-206.
- [7] Sawicki P.: *Wielokryterialny dobór operatora usług logistycznych*. W: *Logistyka 4/2001*, Poznań 2001, s. 59-66